

はりの境界条件の同定

(加振力の計測を必要としない方法の提案)

IDENTIFICATION OF BOUNDARY CONDITIONS OF A BEAM

(PROPOSITION OF A TECHNIQUE WHICH DOES NOT REQUIRE MEASUREMENT OF THE EXCITATION)

神谷 恵輔¹⁾, 鈴木 昭宏²⁾, 三原 淳³⁾, 安田 仁彦⁴⁾

Keisuke KAMIYA, Akihiro SUZUKI, Jun MIHARA and Kimihiko YASUDA

- 1) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: kamiya@nuem.nagoya-u.ac.jp)
 2) 名古屋大学大学院工学研究科
 3) 名古屋大学大学院
 4) 愛知工業大学工学部

As a means to determine boundary conditions of machines and structures accurately, experimental identification techniques attract interests of engineers and many techniques have been proposed. In practice, there are cases in which measurement of the response at, or application of the excitation on, the boundaries is difficult. In addition, there are cases in which the dynamical properties of the boundaries possesses nonlinearity. So the authors proposed identification techniques which do not require neither measurement of the response nor application of the excitation at the boundaries and which are applicable to nonlinear boundary conditions. This study aims to extend the techniques to the one which does not require measurement of the excitation. In this report, as a basic study, a technique for beams is proposed. Applicability of the proposed technique is confirmed by numerical simulation.

Key Words: Identification, Nonlinear Vibration, Modeling, Boundary Condition, Least Square Method, Principle of Harmonic Balance

1. はじめに

機械や構造物の支持部や結合部の動特性を、理論的な検討のみで正確に把握することは一般に難しい。このため、対象とする系の境界部の動特性を、実験データを用いて同定する手法が注目され、多くの研究が行われている⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。

実験データを用いて境界条件を同定するにあたり、境界部を加振したり、境界部の応答を測定することは困難であることが多い。また一般に、境界部の特性は非線形性をもつことが多い。そこで著者らはこれまでに、対象とする系の、境界部を除く本体の応答と加振力を計測し、これらの実験データから境界条件を非線形性まで含めて同定する方法を提案した⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾。

本研究では、これまでに提案した方法を発展させ、加振力の計測を必要としない同定法の開発を試みる。ここでは基礎的な検討を目的とし、はりを対象に同定法を提案する。提案した同定法の有効性を数値シミュレーションにより確認する。

2. 同定法の提案

2.1. 問題設定

両端で支持されたはりを考える。はり本体の特性は既知であるが、組み立て状態でのはりの境界条件が未知であるため、これを実験的に同定したいとする。はりの軸に沿って x 軸を定め、外力を f 、たわみを w とする。境界部を除くはりの本体に外力 f を加えたときの、境界部を除くたわみ w の実験データが利用できるものとする。傾きを計測することは困難であることが多いので、ここでは傾きの計測を必要としないとする。また加振位置は既知とする。

同定のため、図 1 に示すように、はりの境界部をたわみと傾きに対するばね、ダンバでモデル化する。両端の境界部の復元力および復元モーメントの特性を表す関数を F_{ri}, M_{ri} ($i = 1, 2$)、減衰力および減衰モーメントを表す関数を F_{di}, M_{di} ($i = 1, 2$) とする。これらは境界におけるたわみ、傾きなどの未知関数である。問題によっては境界部に、等価質量 μ_i ($i = 1, 2$) と等価慣性モーメントを I_i ($i = 1, 2$) を付加して考え

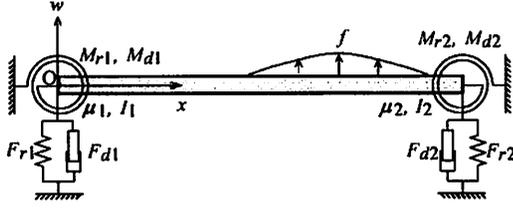


Fig. 1 Model of the beam

る。このようにすれば、境界条件を同定するという問題は、未知関数 $F_{r1}, M_{r1}, F_{d1}, M_{d1}$ と未知パラメータ μ_i, I_i を定める問題に帰着される。

2.2. 有限要素法による運動方程式の導出

同定法の提案の準備として、はりの運動方程式を考える。はりを N 個の要素に分割し、節点を分割点に取り、各分割点に 0 から N まで番号をつける。節点 i におけるたわみと傾きをそれぞれ w_i, θ_i とおき、これらを成分とするベクトル

$$\{w\} = \{w_0 \ \theta_0 \ w_1 \ \theta_1 \ \dots \ w_N \ \theta_N\}^T \quad (1)$$

を導入する。このときはりの運動方程式は、有限要素法の手順に従えば

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = \{r\} + \{f\} \quad (2)$$

となる。ここで「 \cdot 」は時間に関する微分を表す。また $[M], [C], [K]$ はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスである。さらに $\{r\}$ は境界部から受ける力とモーメントからなるベクトル

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} -\mu_1 \ddot{w}_0 - F_{r1} - F_{d1} \\ -I_1 \ddot{\theta}_0 - M_{r1} - M_{d1} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ -\mu_2 \ddot{w}_N - F_{r2} - F_{d2} \\ -I_2 \ddot{\theta}_N - M_{r2} - M_{d2} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

であり、 $\{f\}$ は、はりに作用する外力 f から定められる節点力 f_{wi} と節点モーメント $f_{\theta i}$ ($i = 0, 1, \dots, N$) からなるベクトル

$$\{f\} = \{f_{w0} \ f_{\theta 0} \ f_{w1} \ f_{\theta 1} \ \dots \ f_{wN} \ f_{\theta N}\}^T \quad (4)$$

である。

2.3. 同定法の提案

はり本体の特性は既知であるとしているので、マトリックス $[M], [C], [K]$ は既知である。また境界部には外力を加えないとしているので、 $f_{w0} = f_{\theta 0} = f_{wN} = f_{\theta N} = 0$ である。さらに、実験によってははり本体のたわみのデータが測定可能としているので、 $w_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N-1$) は既知である。

以上の前提を考慮して運動方程式 (2) を書き直すことを考える。このため、式 (1) の右辺を並び換え、

$$\{w\} = \left\{ \{w_B\}^T \ \{w_w\}^T \ \{w_\theta\}^T \right\}^T \quad (5)$$

と表す。ここで $\{w_B\}, \{w_w\}, \{w_\theta\}$ はそれぞれ境界部のたわみと傾きを成分とするベクトル、本体のたわみを成分とするベクトル、本体の傾きを成分とするベクトルで、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \{w_B\} &= \{w_0 \ \theta_0 \ w_N \ \theta_N\}^T \\ \{w_w\} &= \{w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{N-1}\}^T \\ \{w_\theta\} &= \{\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_{N-1}\}^T \end{aligned} \quad (6)$$

次に式 (2) を、式 (5) のベクトルに対応させて並び換え、得られる方程式を改めて式 (2) とする。ここでマトリックス $[M], [C], [K]$ は、いまの並び換えに対応させて

$$\begin{aligned} [M] &= \begin{bmatrix} [M_{BB}] & [M_{Bw}] & [M_{B\theta}] \\ [M_{wB}] & [M_{ww}] & [M_{w\theta}] \\ [M_{\theta B}] & [M_{\theta w}] & [M_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \\ [C] &= \begin{bmatrix} [C_{BB}] & [C_{Bw}] & [C_{B\theta}] \\ [C_{wB}] & [C_{ww}] & [C_{w\theta}] \\ [C_{\theta B}] & [C_{\theta w}] & [C_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \\ [K] &= \begin{bmatrix} [K_{BB}] & [K_{Bw}] & [K_{B\theta}] \\ [K_{wB}] & [K_{ww}] & [K_{w\theta}] \\ [K_{\theta B}] & [K_{\theta w}] & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

となる。また、同様の並び換えによって、ベクトル $\{r\}, \{f\}$ は

$$\{r\} = \left\{ \{r_B\}^T \ \{0\}^T \ \{0\}^T \right\} \quad (8)$$

$$\{f\} = \left\{ \{0\}^T \ \{f_w\}^T \ \{f_\theta\}^T \right\} \quad (9)$$

となる。ここで

$$\{r_B\} = \begin{Bmatrix} -\mu_1 \ddot{w}_0 - F_{r1} - F_{d1} \\ -I_1 \ddot{\theta}_0 - M_{r1} - M_{d1} \\ -\mu_2 \ddot{w}_N - F_{r2} - F_{d2} \\ -I_2 \ddot{\theta}_N - M_{r2} - M_{d2} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\{f_w\} = \{f_{w1} \ f_{w2} \ \dots \ f_{wN-1}\}^T$$

$$\{f_\theta\} = \{f_{\theta 1} \ f_{\theta 2} \ \dots \ f_{\theta N-1}\}^T$$

である。いま、加振位置は既知であるとしているので、 $\{f_w\}, \{f_\theta\}$ の加振位置以外の成分は 0 である。並び換えた後の各量を用いて式 (2) を展開すると

$$\begin{aligned} &[M_{BB}]\{\ddot{w}_B\} + [M_{Bw}]\{\ddot{w}_w\} + [M_{B\theta}]\{\ddot{w}_\theta\} \\ &+ [C_{BB}]\{\dot{w}_B\} + [C_{Bw}]\{\dot{w}_w\} + [C_{B\theta}]\{\dot{w}_\theta\} \\ &+ [K_{BB}]\{w_B\} + [K_{Bw}]\{w_w\} + [K_{B\theta}]\{w_\theta\} = \{r_B\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &[M_{wB}]\{\ddot{w}_B\} + [M_{ww}]\{\ddot{w}_w\} + [M_{w\theta}]\{\ddot{w}_\theta\} \\ &+ [C_{wB}]\{\dot{w}_B\} + [C_{ww}]\{\dot{w}_w\} + [C_{w\theta}]\{\dot{w}_\theta\} \\ &+ [K_{wB}]\{w_B\} + [K_{ww}]\{w_w\} + [K_{w\theta}]\{w_\theta\} = \{f_w\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &[M_{\theta B}]\{\ddot{w}_B\} + [M_{\theta w}]\{\ddot{w}_w\} + [M_{\theta\theta}]\{\ddot{w}_\theta\} \\ &+ [C_{\theta B}]\{\dot{w}_B\} + [C_{\theta w}]\{\dot{w}_w\} + [C_{\theta\theta}]\{\dot{w}_\theta\} \\ &+ [K_{\theta B}]\{w_B\} + [K_{\theta w}]\{w_w\} + [K_{\theta\theta}]\{w_\theta\} = \{f_\theta\} \end{aligned} \quad (13)$$

となる。

同定のため、外力 f として基本角振動数 ω の周期外力を作用させ、この外力に対する定常状態のたわみを測定する。場合によっては、系の非線形性により概周期振動やカオス振動等の非周期振動が発生し得るが、このような場合には加振振動数や加振力の大きさを変えるなどして周期的な応答となるようにする。加えた外力および測定したたわみは

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F_{w0}\} \\ \{F_{\theta 0}\} \end{Bmatrix} + \sum_{n=1}^{n_F} \left[\begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F_{wn}\} \\ \{F_{\theta n}\} \end{Bmatrix} \cos n\omega t + \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F_{wn}^*\} \\ \{F_{\theta n}^*\} \end{Bmatrix} \sin n\omega t \right] \quad (14)$$

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} \{W_{B0}\} \\ \{W_{w0}\} \\ \{W_{\theta 0}\} \end{Bmatrix} + \sum_{n=1}^{n_F} \left[\begin{Bmatrix} \{W_{Bn}\} \\ \{W_{wn}\} \\ \{W_{\theta n}\} \end{Bmatrix} \cos n\omega t + \begin{Bmatrix} \{W_{Bn}^*\} \\ \{W_{wn}^*\} \\ \{W_{\theta n}^*\} \end{Bmatrix} \sin n\omega t \right] \quad (15)$$

のフーリエ級数の形に表せる。ここで n_F はフーリエ級数展開の打ち切り次数で、問題に応じて適当に定める。式 (14), (15) のフーリエ係数のうち $\{W_{wn}\}, \{W_{wn}^*\}$ は実験データから定められる既知の量であり、 $\{W_{Bn}\}, \{W_{Bn}^*\}, \{W_{\theta n}\}, \{W_{\theta n}^*\}, \{F_{wn}\}, \{F_{wn}^*\}, \{F_{\theta n}\}, \{F_{\theta n}^*\}$ は未知の量である。境界部の未知関数を求めるにあたって $\{W_{Bn}\}, \{W_{Bn}^*\}, \{W_{\theta n}\}, \{W_{\theta n}^*\}$ のデータが必要となるので、まずこれらを求めることを考える。

式 (14), (15) を式 (12), (13) に代入し、ハーモニクバランスの原理を用いて各式の両辺の定数項、 $\cos n\omega t, \sin n\omega t$ ($n = 1, 2, \dots, n_F$) の係数を等しいとおき、整理すると、方程式

$$[A]\{x\} = \{b\} \quad (16)$$

を得る。ここで $[A], \{b\}$ は、式 (12), (13) から定められる既知のマトリックスとベクトルであり、また $\{x\}$ は $\{W_{Bn}\}, \{W_{Bn}^*\}, \{W_{\theta n}\}, \{W_{\theta n}^*\}, \{F_{wn}\}, \{F_{wn}^*\}, \{F_{\theta n}\}, \{F_{\theta n}^*\}$ からなる未知ベクトルである。連立方程式 (16) を解くことができれば、 $\{W_{Bn}\}, \{W_{Bn}^*\}, \{W_{\theta n}\}, \{W_{\theta n}^*\}$ が求められる。

ここで式 (16) が可解となるための、測定点の数と加振点の数に関する条件について考える。測定点の数を n_m とすると、式 (16) の決め方から、方程式の数は $2n_m(1+2n_F)$ である。一方、加振点の数を n_e とすると、式 (13), (14) の未知量の数は $(4+n_m+2n_e)(1+2n_F)$ である。このため

$$n_m \geq 4 + 2n_e \quad (17)$$

であれば、最小二乗法によって式 (16) を解くことができる。なお、外力に関する条件が既知である場合には、未知量の数を減らすことができる。例えば、加振は力のみでモーメントは作用させない場合には、未知量の数は $(4+n_m+n_e)(1+2n_F)$ となり、式 (15) が可解となるための条件は

$$n_m \geq 4 + n_e \quad (18)$$

となる。

次に境界部の未知関数を定めることを考える。多くの場合、境界部の未知関数 F_{ri} と M_{ri} はそれぞれたわみ w と傾き θ の関数であり、 F_{di} と M_{di} はそれぞれたわみの速度 \dot{w} と傾き

の速度 $\dot{\theta}$ の関数である。そこで未知関数はこれらの多項式で近似できるものとし、

$$\begin{aligned} F_{ri} &= k_{wi}w + \alpha_{wi}w^2 + \beta_{wi}w^3 + \dots \\ F_{di} &= c_{wi}\dot{w} + \zeta_{wi}\dot{w}^2 + \eta_{wi}\dot{w}^3 + \dots \\ M_{ri} &= k_{\theta i}\theta + \alpha_{\theta i}\theta^2 + \beta_{\theta i}\theta^3 + \dots \\ M_{di} &= c_{\theta i}\dot{\theta} + \zeta_{\theta i}\dot{\theta}^2 + \eta_{\theta i}\dot{\theta}^3 + \dots \end{aligned} \quad (19)$$

の形で表すことができるとする。ここで $k_{wi}, \alpha_{wi}, \dots$ ($i = 1, 2$) は未知パラメータである。これらの未知パラメータと等価質量 μ_i 、慣性モーメント I_i を求めるため、式 (14), (15), (19) を式 (11) に代入し、ハーモニクバランスの原理を用いて各式の両辺の定数項、 $\cos n\omega t, \sin n\omega t$ ($n = 1, 2, \dots, n_F$) の係数を等しいとおき、整理すると、未知パラメータに関する連立方程式

$$[A']\{x'\} = \{b'\} \quad (20)$$

を得る。ここで $[A'], \{b'\}$ は $\{W_w\}, \{W_w^*\}, \{W_B\}, \{W_B^*\}, \{W_\theta\}, \{W_\theta^*\}$ およびはりの本体のパラメータ、外力の振動数 ω から決まる既知のマトリックスおよびベクトルであり、 $\{x'\}$ は境界部の未知パラメータからなるベクトルである。式 (20) において、1 回の実験で得られる方程式の数が十分でない場合には、加振力の大きさや加振振動数、加振位置を変えて上記の過程をくり返すことにより、方程式の数を未知パラメータの数より多くする。こうして得られた式に最小二乗法を適用すれば未知パラメータを定めることができる。

3. 数値シミュレーション

前章で提案した同定法の有効性を数値シミュレーションによって確かめる。

3.1. 実験データの作成

図 2 のようなはりを考える。数値的に応答データを求めるため、はりの寸法、材料特性を、表 1 に示すように設定する。また、はりの境界部における復元力および復元モーメントを表す関数は

$$\begin{aligned} F_{ri} &= k_{wi}w + \beta_{wi}w^3, & M_{ri} &= k_{\theta i}\theta + \beta_{\theta i}\theta^3 \\ F_{di} &= c_{wi}\dot{w}, & M_{di} &= c_{\theta i}\dot{\theta} \end{aligned} \quad (21)$$

で与えられるとし、これらと共に等価質量 μ_i 、等価慣性モーメント I_i を左右の境界部に付加する。式 (21) の中の各パラメータの値および μ_i, I_i の値は、表 2 の Original 欄に示す値とする。

たわみの測定位置は、図 2 に示すようにはりを 6 等分する 5 箇所の位置 x_1, \dots, x_5 とする。外力は、 $f = 2.0 \times 10^{-1} \cos \omega t$

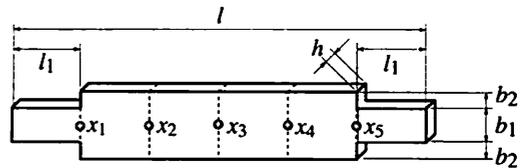


Fig. 2 Form of the beam

Table 1 Parameters of the beam

Length l [m]	8.00×10^{-1}
Length l_1 [m]	1.33×10^{-1}
Width b_1 [m]	1.90×10^{-2}
Width b_2 [m]	9.50×10^{-3}
Thickness h [m]	2.00×10^{-3}
Young's modulus E [Pa]	2.06×10^{11}
Density ρ [kg/m ³]	7.84×10^3
Damping coefficient C [Ns/m]	2.50×10^{-1}

[N]で表される集中調和外力とし、この外力をはり中央に作用させるとする。なお、外部からのモーメントは作用しないとする。

上記のはりの運動方程式を数值的に解くことにより定常状態のたわみの時刻歴を求める。このときたわみは、サンプリング周波数を 2048[Hz]として4秒間計測されるものとする。このようにして得られたたわみを実験データと見なす。

3.2. 同定法の適用

同定に用いる加振振動数を定めるため、はりの振動数応答を求めた。図3に、測定点 x_3 におけるたわみの、基本振動数成分に関する共振曲線を実線で示す。この図より、共振曲線はわずかではあるが右に傾いており、境界部の復元力特性に非線形性があることがわかる。この非線形性まで含めて同定することを考え、非線形性の影響が最も大きく現れていると考えられる共振点付近の 9.5[Hz]と 10.0[Hz]のデータ(図3内の黒丸で示す)を同定に用いることとする。これらの時刻歴データの例として、加振振動数が 9.5[Hz]の場合の測定点 x_1 , x_3 におけるたわみを図4に示す。これらのデータを用いて同定を行う。

まず、たわみを式(15)のフーリエ級数の形で表すため、たわみデータのフーリエ係数を求めた。例として、図4のデータに対する結果をフーリエスペクトルの形で図5に示す。図5よりたわみ応答は、基本振動数成分に加え、3次、5次の高調波成分を含んでいることが分かる。そこで式(15)にお

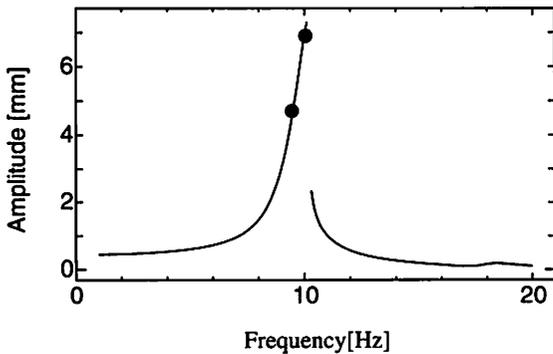


Fig. 3 Frequency response of the fundamental frequency component at x_3

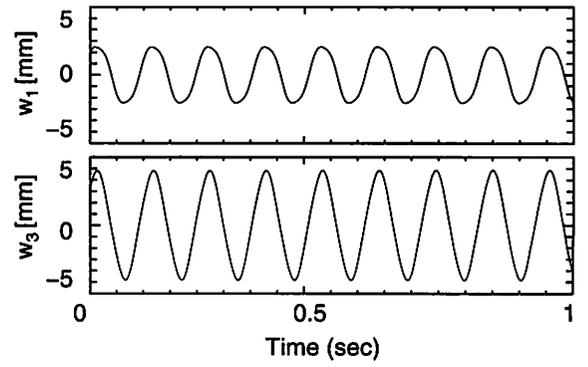


Fig. 4 Deflections at x_1 and x_3 at the excitation frequency 9.5[Hz]

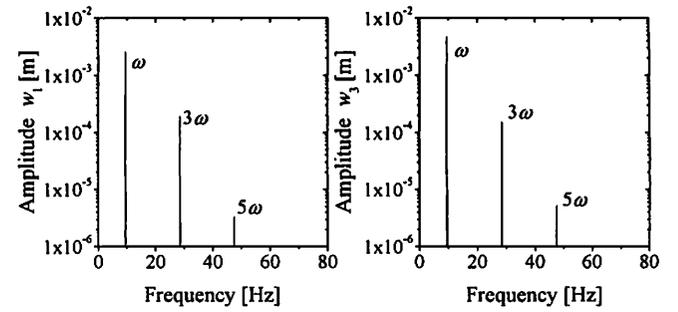


Fig. 5 Fourier spectrum of deflection at x_1 and x_3

るフーリエ級数展開の打ち切り次数 n_F を 5 とした。

次に、境界部の未知関数 F_{ri} , M_{ri} , F_{di} , M_{di} の形について考える。図3に示す共振曲線が右に傾いていること、また図5に示すフーリエスペクトルの5次高調波成分は小さいことから、境界部の復元力特性は3次の多項式で表されるとし、境界部の未知関数を

$$\begin{aligned}
 F_{ri} &= k_{wi}w + \alpha_{wi}w^2 + \beta_{wi}w^3 \\
 M_{ri} &= k_{\theta i}\theta + \alpha_{\theta i}\theta^2 + \beta_{\theta i}\theta^3 \\
 F_{di} &= c_{wi}\dot{w} \\
 M_{di} &= c_{\theta i}\dot{\theta}
 \end{aligned} \tag{22}$$

の形においた。ここで減衰特性は線形であるとしている。また同定に際し、等価質量、等価慣性モーメントを含めて考えた。上記の条件の下で、提案した方法に従って未知パラメータを求めた。得られた同定結果を表2の Identified 1 欄に示す。これより、同定結果は元のパラメータの値とよく一致しており、提案した方法で境界条件が精度良く求められたことがわかる。また、同定の過程において式(16)を解いて得られる外力の大きさは、加振振動数が 9.5[Hz] のとき 1.998×10^{-1} [N], 10.0[Hz] のとき 2.000×10^{-1} [N] であった。これらは設定した加振力の振幅 2.0×10^{-1} [N] とよく一致している。

次に、実際の実験データには計測誤差が入ることを想定し、応答の時刻歴に正規乱数を加えた。正規乱数の標準偏差は、各測定点における振幅の平均値の3パーセントとした。

Table 2 Original and identified parameters

Parameters	Original	Identified 1	Identified 2
μ_1 [Kg]	0.020	0.020	0.020
μ_2 [Kg]	0.040	0.040	0.039
I_1 [kgm ²]	0.060×10^{-1}	0.060×10^{-1}	0.044×10^{-1}
I_2 [kgm ²]	0.012×10^{-1}	0.011×10^{-1}	0.021×10^{-1}
c_{u1} [Ns/ml]	0.050×10	0.049×10	0.045×10
c_{a2} [Ns/ml]	0.060×10	0.059×10	0.066×10
c_{a1} [Nms/rad]	0.080	0.074	0.072
c_{a2} [Nms/rad]	0.070	0.082	0.006
k_{u1} [N/m]	0.980×10^3	0.980×10^3	0.981×10^3
k_{a2} [N/m]	0.750×10^3	0.750×10^3	0.760×10^3
k_{a1} [Nm/rad]	0.500×10^2	0.500×10^2	0.415×10^2
k_{a2} [Nm/rad]	0.700×10^2	0.716×10^2	0.843×10^2
α_{u1} [N/m ²]	0.000×10^5	0.005×10^5	-0.019×10^5
α_{a2} [N/m ²]	0.000×10^5	0.004×10^5	0.008×10^5
α_{a1} [Nm/rad ²]	0.000×10^4	0.002×10^4	-0.205×10^4
α_{a2} [Nm/rad ²]	0.000×10^4	-0.008×10^4	0.170×10^4
β_{u1} [N/m ³]	0.250×10^8	0.253×10^8	0.241×10^8
β_{a2} [N/m ³]	0.750×10^8	0.754×10^8	0.706×10^8
β_{a1} [Nm/rad ³]	0.500×10^7	0.518×10^7	0.446×10^7
β_{a2} [Nm/rad ³]	1.000×10^7	1.031×10^7	0.701×10^7

正規乱数を加えた実験データのうち、加振振動数が9.5[Hz]の場合のたわみ応答の例を図6に示す。

図6の実験データを用いて、提案した同定法に従って境界条件を定めた。このとき、式(15)におけるフーリエ級数展開の打ち切り次数 n_F は3とした。これは、図7に示すように、この場合のフーリエスペクトルの5次高調波成分はノイズのため確認できなかったからである。なお、 n_F を5とした場合には、以下に示す結果より少し精度の悪い結果を得た。境界部の未知関数および未知パラメータの設定は前の場合と同じとした。得られた同定結果を表2の Identified 2 欄に示す。今回の場合は応答データにノイズが含まれているため、同定されたパラメータの誤差は、前の場合より若干大きくなっていることがわかる。同様に、同定の過程において式(16)を解いて得られる外力の大きさも、加振振動数が9.5[Hz]のとき 1.843×10^{-1} [N], 10.0[Hz]のとき 2.140×10^{-1} [N]であった。

得られた同定結果の妥当性を応答予測の観点から評価するため、表2の Identified 2 欄に示すパラメータを用いて応答を求め、元の運動方程式から求めた応答と共振曲線の形で比較した。結果を図8に示す。実験が元の運動方程式から求めた応答の基本振動数成分に関する共振曲線で、白丸が同定されたパラメータより得られた共振曲線である。これらはよく一致している。したがって、表2の Identified 2 欄の結果は、応答予測の観点からは十分な精度であると考えられる。このように、データに多少のノイズがあっても、提案した方法で十分な精度で同定できることがわかる。

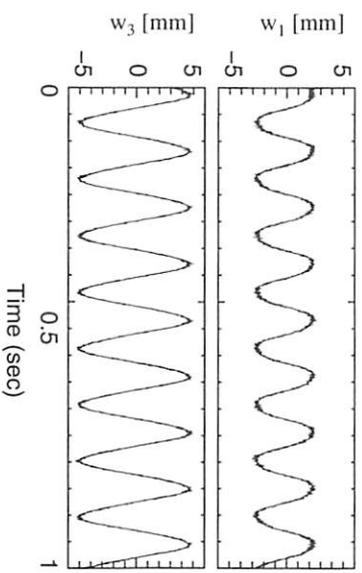


Fig. 6 Deflection at x_1 and x_3 (noise 3%)

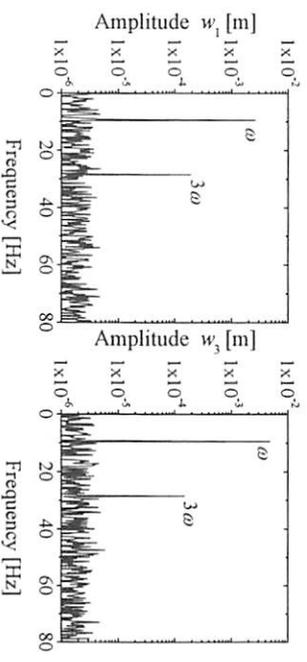


Fig. 7 Fourier spectrum of deflection at x_1 and x_3 (noise 3%)

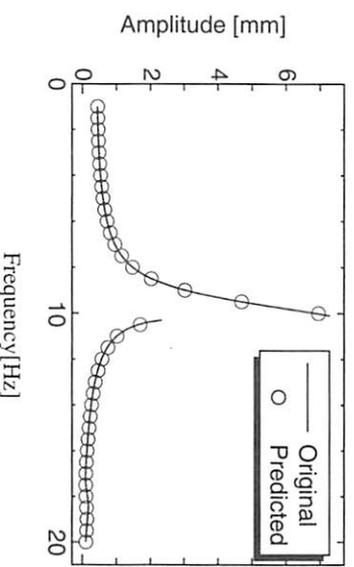


Fig. 8 Original and predicted amplitude of fundamental frequency component at x_3 (noise 3%)

上記の2つの場合は、境界部の未知関数および未知パラメータを、境界部の特性を正しく表すことができる形においてであった。最後に、境界部の未知関数および未知パラメータを、正しく表すことができない形にいた場合を考える。ここでは、同定に際して、等価質量と等価慣性モーメントを考慮しないとす。なお、境界部の復元力特性および減衰特性は式(22)と同じ形に仮定する。同定には、図6に示したノイズが含まれるデータを用い、式(15)におけるフーリエ級数展開の打ち切り次数 n_F は3とした。得られた同定結果を表3の Identified 欄に示す。この場合には、非線形項の係数の一部は符号が元のものとは逆になっており、全体に同

Table 3 Original and identified parameters when the effective masses and moments of inertia are not assumed

Parameters	Original	Identified
μ_1 [kg]	0.020	-
μ_2 [kg]	0.040	-
I_1 [kgm ²]	0.060 × 10 ⁻¹	-
I_2 [kgm ²]	0.012 × 10 ⁻¹	-
$c_{\theta 1}$ [Ns/m]	0.050 × 10	0.045 × 10
$c_{\theta 2}$ [Ns/m]	0.060 × 10	0.066 × 10
$c_{\theta 1}$ [Nms/rad]	0.080	0.071
$c_{\theta 2}$ [Nms/rad]	0.070	0.006
$k_{\theta 1}$ [N/m]	0.980 × 10 ³	1.002 × 10 ²
$k_{\theta 2}$ [N/m]	0.750 × 10 ³	0.549 × 10 ²
$k_{\theta 1}$ [Nm/rad]	5.000 × 10	7.843 × 10
$k_{\theta 2}$ [Nm/rad]	7.000 × 10	9.222 × 10
$\alpha_{\omega 1}$ [N/m ²]	0.000 × 10 ⁵	0.028 × 10 ⁵
$\alpha_{\omega 2}$ [N/m ²]	0.000 × 10 ⁵	0.007 × 10 ⁵
$\alpha_{\theta 1}$ [Nm/rad ²]	0.000 × 10 ⁴	-0.006 × 10 ⁴
$\alpha_{\theta 2}$ [Nm/rad ²]	0.000 × 10 ⁴	0.165 × 10 ⁴
$\beta_{\omega 1}$ [N/m ³]	0.250 × 10 ⁸	-0.311 × 10 ⁸
$\beta_{\omega 2}$ [N/m ³]	0.750 × 10 ⁸	0.764 × 10 ⁸
$\beta_{\theta 1}$ [Nm/rad ³]	0.500 × 10 ⁷	-0.097 × 10 ⁷
$\beta_{\theta 2}$ [Nm/rad ³]	1.000 × 10 ⁷	2.733 × 10 ⁷

定結果は比較的大きな誤差をもつものとなっていることがわかる．同定結果の評価を行うため，前の場合と同様に，得られたパラメータを用いてはりの応答を予測しようとしたが，この場合には計算中に応答が発散し，応答予測が不可能であった．

4. 結言

本研究では，対象とする系の本体の応答データのみを用いて境界条件を同定する手法を開発するための基礎的検討として

て，はりを取り上げ，その境界条件の同定法を提案した．提案した同定法は，境界部をばねとダンパおよび等価質量と等価慣性モーメントで置き換え，ばねとダンパの特性を表す関数および等価質量，等価慣性モーメントの値を，周期外力に対するはり本体のたわみ振動のデータをを用いて定めるものである．提案した同定法の有効性を数値シミュレーションにより検討した．その結果，境界部の未知量の設定が十分な場合には，データに多少のノイズがあっても十分な精度で同定できることを確認した．

参考文献

- (1) Y.Ren and C.F.Beads, Identification of 'Effective' Linear Joints Using Coupling and Joint Identification Techniques, *Trans. ASME, J. Vib. Acoust.*, **120**, (1998), pp.331-338
- (2) H.Ahmadian, J.E.Motterhead, and M.I.Friswell, Boundary Condition Identification by Solving Characteristics Equations, *J.Sound Vib.*, **247-5**, (2001), pp.755-763.
- (3) 佐藤秀紀・岩田佳雄・杉本秀平, 過渡応答による非線形支持系の同定, *機論*, **61-585**, C(1995), pp.1906-1910.
- (4) J.Zhu and L.Huang, Estimation of Boundary Parameters of Plate Structures, *J.Sound Vib.*, **179-3**, (1995), pp.455-461.
- (5) Lee.D.-H. and Hwang W.-S., Identification of structural joint parameters in vibro-acoustic systems using an optimization technique, *10th International Congress Sound and Vibration*, pp.3431-3437.
- (6) Y.Ren, T.M.Lim and M.K.lim, Identification of Properties of nonlinear Joints Using Dynamic Test Data, *Trans. ASME, J. Vib. Acoust.*, **120**, (1998), pp.324-330.
- (7) 安田仁彦・後藤良次, はりの境界条件の実験的同定法(境界条件が非線形の場合), *機論*, **62-599**, C(1996), pp.2599-2605.
- (8) 安田仁彦・神谷恵輔・鈴木昭宏, 円板の境界条件の実験的同定法(非線形の場合), *機論*, **68-667**, C(2002), pp.747-753.
- (9) 安田仁彦・神谷恵輔・鈴木昭宏, 任意のはりの非線形境界条件の実験的同定法, *機論*, **69-684**, C(2003), pp.1947-1953.