脆性材料のクリープ現象における応力再配分に関する考察

CONSIDERATIONS OF STRESS REDISRIBUTION ON CREEP PHENOMENA OF BRITTLE MATERIALS

吉田 秀典1),福原 健司2)

Hidenori YOSHIDA and Kenji FUKUHARA

1) 香川大学 工学部	(〒761-0396	高松市林町 2217-10,	E-mail: yoshida@eng.kagawa-u.ac.jp)
2) 芝田化工設計 技術部	(〒 590-0002	堺市砂道町 1-13-25,	E-mail: k-fukuhara@sks-eng.co.jp)

Recently, the interest in tension creep of brittle materials such as concrete or rock mass has been increased. In this research, the constitutive model for the tension creep is constructed from a mechanical point of view for the brittle materials. The model is constructed on the basis of a stress-corrosion and implemented into finite element analysis code. In analyses, a stress redistribution of the material is numerically considered and the sensitive analyses in terms of input parameters are carried out. The numerical results indicate that the tension creep behavior of the brittle materials can be roughly reproduced by the proposed method, and that the stress redistribution can be one of the most important factors so as to express the creep phenomena of the brittle materials.

Key Words: Stress Redistribution, Creep, Brittle Material, Crack Growth

1. 緒言

近年,原子力施設,燃料貯蔵施設あるいは廃棄物処分施設 などにおいて,様々な観点からクリープ現象に関する関心が 高まりつつある.例えば,高レベル放射性廃棄物を地層処分 する場合,放射性物質の半減期が極めて長く,処分施設につ いては,数千年のオーダーで施設の健全性が求められてお り、「わが国における高レベル放射性廃棄物地層処分の技術 的信頼性 一地層処分研究開発第2次取りまとめー」⁽¹⁾で は,岩盤など施設を構成する材料のクリープに関する研究の 必要性を論じている.

各種材料のクリープ現象を論じるためには,数値解析的な アプローチが補完的な役目を果たすものと思われるが,室内 実験や計測より解析パラメータを設定する現象論的なモデル では,寸法効果や応力再配分などが相俟って,時間依存的な 挙動を精度良く表現できるとは限らない.したがって,いか なる条件においても普遍的な状況を再現しうるメカニズム立 脚的なモデルが不可欠であると考える.

ここで、メカニズム立脚的なモデルが不可欠であると考え る理由の一つである、応力再配分という現象に着目する.材 料は一般に、何かしらの原因で剛性が低下した場合、元々当 該領域に存在した余分な応力を、剛性が低下していない領域 (健全領域)に再配分する.例えば、岩岡と高田⁽²⁾は、燃 料電池改質器の反応管について、クリープ解析から得られる 応力の時刻歴変化と反応管素材のクリーブ破断強度からク リープ累積損傷値を求め、さらに破断寿命を推定する方法を 考察しているが、その中で、応力再配分の重要性を指摘して いる.コンクリートや岩盤といった脆性材料においても、ひ び割れ/クラックの発生および成長によって剛性が低下し、 応力が再配分されることが知られており、濱島と元島⁽³⁾は、 クリーブ挙動を考慮に入れることが出来る岩盤の変形モデル を提案しているが、クリーブ挙動と応力再配分の関係は明確 となっていない、コンクリートや岩盤といった土木分野の脆 性材料に関しては、クリープ挙動と応力再配分の関する研究 事例が少なく、また、そのメカニズムが汎用の解析手法に組 み込まれていないのが現実である。

そこで本研究では、土木分野の脆性材料における引張ク リープを例に、まず、メカニズム立脚的な引張クリープのモ デル化を行い、さらに、そのモデルを有限要素解析コードに 組み込むことで、クリープ挙動と応力再配分の関係について 考察を加える.

2. 引張クリープのモデル化

引張応力下における脆性材料のクリープ現象のモデル化 に関しては、本研究では、応力腐食割れの考え方に基づいて モデル化を行うこととした.脆性材料の内部にあるクラック において、その先端に生じる引張力が臨界値(強度値)以下 でもそのクラックが進展することがある.こうしたクラック



Fig. 1 Penny-shaped crack

Fig. 2 cross-section

の進展はサブクリティカルなクラック進展(subcritical crack growth)と言われるが,この中でも,引張力の助けを借りた 環境中に含まれる腐食種(水分,化学種)による化学反応に よって引き起こされるものを応力腐食(stress corrosion)割 れと言う⁽⁴⁾.応力腐食割れは,一般的には金属の分野で研 究が進んできたものであるが,岩石などの脆性材料でも確認 されている⁽⁵⁾.

ここで, Fig1 に示すように, 半径 a のコイン型のクラッ ク (その断面は Fig2) が存在し, 無限遠方において, クラッ ク面に対して垂直となる方向に引張一様応力 σ が作用して いると仮定する. この場合, クラック先端における応力拡大 係数 K₁ は, 以下のように表される.

$$K_I = \frac{2}{\pi} \overline{\sigma} \sqrt{\pi a} \tag{1}$$

応力拡大係数が材料の固有の値である破壊靭性 K_{IC} より 小さい場合,応力拡大係数とクラックの進展速度は,対数軸 上で線形近似できることが知られている⁽⁵⁾.すなわち,ク ラックの進展速度 dl/dt は応力拡大係数の関数として,

$$\frac{d\ell}{dt} = R(K_I)^n \tag{2}$$

で与えられる.ここで, Rとnは実験より定まる材料定数で, 温度・含水率・pHといった環境条件によって変化することが 知られている.これより,与えられた応力に対してクラック 長と時間の関係が得られる.

また、クラックの平均開口変位量 δ (Fig2 参照) は、次式 で表される ⁽⁶⁾.

$$\overline{\delta} = \frac{16(1-\nu^2)a}{3\pi E} \times \overline{\sigma} \tag{3}$$

ここで, E および v は基質材料の弾性係数およびポアソン 比である.

さらに、平均ひずみ Eij は次式で定義される.

$$\overline{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_{V} \varepsilon_{ij} dV = \frac{1}{V} \int_{V} \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) dV$$
$$= \frac{1}{V} \int_{S} \frac{1}{2} (u_{i}n_{j} + u_{j}n_{i}) dS \qquad (4)$$

ここで、 $V \geq S$ は供試体の体積と境界面、 u_i は変位ベクト ルの成分、 n_i はSにおける単位法線ベクトルの成分である. 上述したようなクラックが変形することにより生ずる法線方 向ひずみ \vec{e}_n は、式(3)を式(4)に代入して、

$$\overline{\varepsilon}_{n}^{c} = \frac{N}{V} \int_{S^{c}} \frac{16(1-\nu^{2})a}{3\pi E} \overline{\sigma} dS$$
$$= \frac{N\pi a^{2}}{V} \frac{16(1-\nu^{2})a}{3\pi E} \overline{\sigma}$$
(5)

と表される.ここで, N は体積 V 中に含まれるクラックの 個数を表す.一般に,全体ひずみは弾性ひずみとクリープひ ずみのような非弾性ひずみとの和となることから,次式が得 られる.

$$\overline{\varepsilon}_n = \left(\frac{1}{E} + \frac{N\pi a^2}{V} \frac{16(1-\nu^2)a}{3\pi E}\right)\overline{\sigma} \tag{6}$$

これより, 平均ひずみと平均応力の関係が得られ, こうした 関係を有限要素解析コードに組み込むことで, クリープに関 する有限要素解析が可能となる. これら一連の式は, 与えら れた応力 〒に対して経過時間とともにクラックが進展し, そ れと同時にその開口変位が増大するため, クラックを包含す る材料のクラック面と直交する方向の等価な弾性係数は時間 とともに小さくなることを示唆している.

3. 適用例

3.1. 解析概要

本研究では、前章の手順で導かれた構成モデルを3次元 有限要素解析コードに組み込み、任意の形状/境界条件にお ける、主として脆性材料に関するクリープ解析を可能にし た.用いた要素は、すべて3次元8節点ソリッド要素である. 解析例としては、文献⁽⁷⁾にて実施しているコンクリートの クリープ実験を参考に解析を行った。供試体の大きさは100 mm × 100 mm × 400 mm の角柱体で、載荷引張応力を 0.8 MPa, 1.2 MPa および 1.6 MPa の 3 ケースについて実験を 行っている、なお、それぞれのケースにおける載荷引張応力 /引張強度比は 0.29, 0.52, 0.63 となっている。若齢クリー プを検討事項から排除するために、載荷時材齢を3日とし、 ひずみの測定は供試体の両側面に埋め込んだプラグを介して ホイットモア型ひずみ計により実施している.実験に関する 詳細は文献⁽⁷⁾を参照されたい、実験における対象性を考慮 し、本解析では、供試体全体の8分の1の領域(50 mm × 50 mm × 200 mm, 全部で 2048 要素)を解析領域とした. 境界 条件としては、側面の2面(50 mm × 200 mm の面)およ び底面(50 mm × 50 mm の面)では面に直交する方向の変 位を固定し、上面(50 mm × 50 mm の面)に載荷した.

本論文では、紙面の都合より、載荷応力($\overline{\sigma}$)を 0.8 MPa および 1.6 MPa のケースに関する解析結果を掲載すること とした.両ケースにおける静弾性試験より得られた結果を参 考にして、 $\overline{\sigma}=0.8$ MPa および 1.6 MPa のケースの弾性係数 をそれぞれ 30.0 GPa および 27.0 GPa とした. なお、文献 にはポアソン比に関する情報が無かったため、コンクリート として一般的な 0.2 を採用した.

前章で示したクリープモデルの解析パラメータは、上述し た弾性定数の他に、クラックの初期長 ($\ell_0 = 2a_0$)、クリープ 定数 (R, n)、そしてクラックの個数 (N) である.ここで、 供試体全体の体積 V に占めるクラックの密度 ρ を定義する と以下のようになる.

$$\rho = \frac{NV^c}{V} \tag{7}$$

ここで、 V^{c} はクラック1個の体積であり、本研究では、コイン型のクラックを仮定していることから、 $V^{c} = \pi a^{2}\overline{\delta}$ となる. 全体の体積 V とクラックの個数 N は変化しないので、載荷 直後におけるクラックの密度(ρ_{0})、半長(a_{0})および平均



Fig. 3 Strain vs. time (All elements are creep elements)

Table 1 Numerical cases and their parameters

	$\overline{\sigma}$	R	n	$ ho_0$
Case1-1	0.8	6.0×10^{-7}	0.4	1.0×10^{-5}
Case1-2	0.8	6.0×10^{-7}	0.4	1.0×10^{-6}
Case1-3	0.8	6.0×10^{-7}	0.8	1.0×10^{-6}
Case1-4	0.8	6.0×10^{-7}	1.2	1.0×10^{-6}
Case2/3-1	1.6	6.0×10^{-7}	0.4	$1.0 imes 10^{-5}$
Case2/3-2	1.6	6.0×10^{-7}	0.4	1.0×10^{-6}
Case2/3-3	1.6	6.0×10^{-7}	0.8	1.0×10^{-6}
Case2/3-4	1.6	6.0×10^{-7}	1.2	1.0×10^{-6}
Case2/3-5	1.6	6.0×10^{-6}	0.4	1.0×10^{-6}

開口変位(る)を用いると次式が得られる.

$$\frac{N}{V} = \frac{\rho}{V^c} = \frac{\rho_0}{V_0^c} = \frac{\rho_0}{\pi a_0^2 \overline{\delta}_0} \tag{8}$$

なお、クラックの初期長に関しては、引張クリープに影響を 及ぼす空隙の細孔直径が 0.1~5 μ m⁽⁷⁾ であることから、本 解析では 0.1 μ m を採用した.また、クリープ定数 (*R*, *n*) については、岩石の結果ではあるが文献⁽⁵⁾より類推して用 いた.その他のパラメータに関しては調査が難しいため、実 験結果に近いものになるように設定した.

まず, $R = 6.0 \times 10^{-7}$, n = 0.4 とし, 供試体全体に微視ク ラックが存在し、そのクラックが進展するような要素(以降, クリープ要素と呼ぶ)を配置した解析を実施した.載荷応力 (σ) を 0.8 MPa におけるひずみ (載荷方向と同方向の直ひ ずみで、以降プロットするひずみも同様)を Fig3 にプロット する. なお、本解析では、供試体の頂部中央における変位を 抽出し、それを供試体の高さで除すことでひずみを求めてい る.また、0日の段階で生じているひずみは弾性ひずみを意 味し、その後の増分がクリープひずみに相当する、図より、 クリープひずみは時間とともに増大し、収束することはな い.また,ひずみのレベルもかなり大きい.これは,式(1) よりクラックの進展とともに応力拡大係数が大きくなり、さ らに,式(2)よりクラック進展速度が増加するため,時間と ともにクラックの開口変位は雪だるま式に大きくなる。しが たって、全領域にクリープ要素を配置してしまうと、クラッ クの進展にともなう応力再配分を期待することができず、領



Fig. 4 Strain vs. time (Case1, various densities)



域全体が同等にクリープして大きなひずみを生じることとなる. なお, この傾向は, 載荷応力 () が 1.6 MPa の場合も 同じであった.

3.2. 応力再配分を考慮した解析

(1) ひずみ

前節のように、全領域にクリープ要素を配置してしまう と、 クラックの進展にともなう応力再配分といった現象が起 こらず、領域全体が同等にクリープして大きなひずみを生じ てしまう. そこで本節では, 応力再配分が生じるような問題 設定を行うこととした、具体的には、潜在的に微視クラック を含むクリープ要素の周囲に、そうしたクラックを含まない 領域(本研究では弾性要素)を配置することとした.これに よって、クリープ要素ではクラックの進展にともなって、そ の要素におけるクラック開口方向のコンプライアンスが増大 すると同時に応力が低下し、その応力低下に相当する応力が 周辺の弾性要素に配分されることとなる.本解析では、載荷 応力 (F) が 0.8 MPa の場合 (Case1) は、全要素の体積に 対してクリープ要素の体積を20%,弾性要素の体積を80% とした.これは、例えば一辺 L の立方体領域(これが1つ のユニット)を考えた場合,その中央に一辺 0.59L の立方体 領域にクリープ要素を、そしてクリープ要素を包含するよ うに弾性要素を配置することで表現している.こうした2 系統の要素を含むユニットを解析領域全体に配置して解析を 行なう. また, 載荷応力 () が 1.6 MPa の場合は, 全要素



の体積に対してクリープ要素の体積が 20% (Case2) および 50% (Case3) という 2 ケースを考え, Case1 と同様に配置 した.

こうしたユニットを配置することで、どのような挙動を呈 するのかについて考察を行う.同時に、解析において設定し たクリープ定数(*R*, *n*)およびクラックの初期密度(ρ₀)が どのような影響を及ぼすかについて把握するために、こうし たパラメータを変化させて解析(感度解析)を実施した.解 析ケースの一覧を Table1 に示す.

載荷応力(σ)が 0.8 MPa の場合(Case1)における初期 密度(ρ₀)およびクリープ定数 n の影響を考察するために, ひずみを Fig4 と Fig5 にプロットする. 図より, 初期密度を





増加させることで初期段階よりひずみが大きくなるが、ク リープ要素から弾性要素へ応力が再配分されてクリープが ほぼ停止するため、初期密度の大小に関わらず、30日ほど 経過するとクリープ量はそれほど変わらないことが分かる. また、 $\rho_0 = 1.0 \times 10^{-6}$, $R = 6.0 \times 10^{-7}$ に固定して n を変 動させた場合、今回設定した範囲では、上述した初期密度を 変動させた場合に比べ、変化が穏やかであることが分かる.

載荷応力($\overline{\sigma}$)が 1.6 MPa で,全要素に対してクリープ要 素が 20% の場合(Case2)における初期密度(ρ_0)およびク リープ定数(R, n)の影響を考察するために,ひずみを Fig. 6 から Fig8 にプロットする.図より,他のパラメータを固定 させ初期密度あるいは n を変動させた場合,ひずみのレベ



Fig. 12 Basic concept of numerical specimen

ルこそ異なるが、その傾向は Casel と同じことが分かる.また、 $\rho_0 = 1.0 \times 10^{-6}$ 、n = 0.4 に固定して R を変動させた場合、R が大きいほど初期の段階のクリープひずみが大きく、傾向としては、初期密度を増加させた場合と同じである.

載荷応力($\overline{\sigma}$)が 1.6 MPa で,全要素に対してクリープ要 素が 50% の場合(Case3)における初期密度(ρ_0)およびク リープ定数(R, n)の影響を考察するために、ひずみを Fig. 9 から Fig.11 にプロットする、パラメータに関する感度とし ては、Case1 あるいは Case2 と同じであるが、載荷応力が同 じである Case2 と比較すると、クリープ要素数の増加にと もなってクリープの収束値が増加していることが分かる.

なお,全要素に対してクリープ要素が50%の場合の解析と 実験結果が近く,引張応力が1.6 MPa では, Case3-2 が最も 実験結果に近かったことから,適当なクリープ要素の割合お よび解析パラメータを用いることで,より実験結果に近い値 が得られるものと思われる.しかしながら,温度,湿度,新 規クラックの発生など、複雑な要因がクリープ挙動に影響を 及ぼすものと思われることから,本モデルのみで現象を再現 することにどれだけの意味があるかについては別途議論が必 要であろう.

(2) 応力

上述したように、潜在的に微視クラックを含むクリープ要素の周囲に弾性要素を配置することで、前節で見られたよう なひずみの発散現象は見られなくなり、ほぼ収束する現象が 得られた.ここでは、応力がどのような方向に再配分される のかを確認するために、前述したようなクリープ要素とそれ を包含するように配置された弾性要素を含む1つのユニット に着目し、その中央(A、クリープ要素)、側面部(B、弾性 要素)、上面部(C、弾性要素)において(Fig.12参照)、載 荷方向と同じ方向成分の応力を抽出した.

Case1-2, Case2-2 および Case3-2 における応力の経時変 化をそれぞれ, Fig13, Fig14 および Fig15 に示す. 図より, どのケースにおいても同じような応力変化が起こっているこ とが分かる. これより, クリープ要素では応力が解放される が, その解放分の応力は弾性要素へ配分, つまり再配分が生 じることが分かる.

ここで,AとBの要素を比較すると,時間の経過とともに Aの要素では応力が減少しているのに対し,Bの要素では応



力が増大している.また、BとCの要素を比較すると、いず れも弾性要素であるが、時間の経過とともにBの要素では 応力が増大しているのに対して、Cの要素では応力が減少な いしは横ばいである.これより、クリープ要素から全ての弾 性要素に応力が均等に再配分されるわけではないことが分か る.一般に、クラックが開口する方向では、その方向のみの コンプライアンスが増大、つまり剛性が低減することから、 この方向におけるクリープ要素から弾性要素への応力の再配 分はほとんどない、逆に、クラックが開口する方向と直交す る方向ではコンプライアンスの変化がないことから、この方 向においてクリープ要素から弾性要素への応力の再配分が生 じる.そして、場合によっては、クラックが開口する方向に 位置する弾性要素(C)よりクラックが開口する方向と直交 する方向に位置する弾性要素(B)へも応力は再配分される (Fig.13 および Fig.14 を参照).Case3-2 では、クリープ要素 と弾性要素の割合が同じ(体積比が1:1)であるため、メッシュ作成上、1つのユニットにおいて、弾性要素が一番外側に1層となるようなメッシュになった.その結果、Cの要素(弾性要素)の近傍で載荷応力(1.6 MPa)を負担するような形になり応力再配分が見られないが、これに関しては、メッシュを細かくすることで変化するものと思われる.

さらに, 載荷応力が同じである Case2-2 と Case3-2 を比 較すると, A の要素の応力の経時変化はそれほど変わらない が, B の要素の応力の収束値には差がある.これは, クリー プ要素と弾性要素の割合(体積比)が異なるため,弾性要素 が相対的に少ない Case3-2 では, B の要素(弾性要素)で応 力の増大が著しい.なお, Case3-2 の B の要素においては応 力がほぼ 4.0 MPa に達していることから, 材質によっては 引張破壊を生じる可能性もあり, こうした現象も, 実際のク リープ現象においては寄与があるものと思われる.

4. 結言

本研究では、主として土木分野の脆性材料(コンクリート や岩盤/岩石)の時間依存現象について、いなかる条件にお いても普遍的な状況を再現しうるメカニズム立脚的なモデ ルが不可欠であるという観点から、メカニズム立脚的な引張 クリーブのモデル化を行った。モデル化においては、応力腐 食割れの考え方に基づいて引張クリープの予測式を構築し、 それを有限要素解析コードに組み込むことで、任意の境界 条件に対するクリープ解析手法を開発した。解析にあたって は、応力再配分の効果を論じるために、応力再配分の発生の 有無を解析的にモデル化した。この際、併せて解析パラメー タ、載荷応力およびクリープ要素数の影響がクリープ現象に 与える影響についても簡単に考察を行い、また、実験との関 連についても議論を行った。

まず,供試体全領域にクリープ要素を配置する解析を実施 した.この解析では、クラックの進展にともない領域全体が クリープして大きなひずみを生じてしまい、モデルの性格 上、当然ではあるが、クリープひずみが収束するというよう な一般的な現象が得られなかった.

次に、こうした実現象との乖離を解消する目的で、供試体 にクリーブ要素と、それを包含するように非クリープ要素 (弾性要素)を配置した.その結果、クリープひずみが収束 するような現象が得られた.これは、クラック進展によって クリープ要素のコンプライアンスが増大し、それにともなっ てクリープ要素から非クリープ要素への応力再配分が生じる ためである.解析パラメータがクリープに及ぼす影響として は、指数的に影響を与えるクリープ定数の nが 1.0 より小さ いため、比例定数である密度およびクリープ定数 R の方が クリープ現象に与える影響は大きく、同時に、これらはひず み速度を支配していることが判明した.また、最終クリープ 量は、主として、載荷応力およびクリープ要素と非クリープ 要素の体積比に依存することが分かった.

さらに,応力の経時変化より,クリープ要素から非クリー プ要素に応力が再配分される解析結果が得られたが,クラッ クが開口する方向に存在する非クリープ要素には応力が再配 分されず、クラックの開口方向と直交する方向に存在する非 クリープ要素に応力が再配分されることが確認できた.

本研究では、可能な限り類推/仮定などを導入せず、理論 式のみを用いて引張クリープのモデル化を行い、また、応力 再配分という現象を解析的に取り込むことで、比較的現実に 近いクリープ挙動の再現を可能とした。土木系の脆性材料に 関するクリープモデルにおいては、コンプライアンスが変化 する、あるいは応力再配分するというようなメカニズムに立 脚したモデルが少なく、依然、現象論的なモデルが実際の設 計などで採用されることが多い。しかしながら、重要施設、 例えば高レベル放射性廃棄物の処分施設を構成する材料に ついては、より精度/確度の高い解析が望まれていることか ら、こうしたメカニズム立脚型のモデルの開発にもエネル ギーを注ぐべきであると考える。

なお,前章でも論じた通り,本研究ではクリープに影響を 与える温度,湿度などの外部要因を考慮していないため,あ くまで定性的なことしか言及できない.したがって,今後は こうした影響因子についても考えていく必要がある.また, 今回の一連の解析ではクリープ要素/弾性要素の配置が全体 挙動に及ぼす影響について検討していないが,今後,これに ついても議論の必要があるものと思われる.

参考文献

- (1) 核燃料リサイクル開発機構:わが国における高レベル放射性廃棄物高レベル放射性廃棄物地層処分の技術的信頼性,一地層処分研究開発第2次取りまとめー総論レポート, IV-20(1999).
- (2) 岩岡誠人,高田志郎:高温機器のクリープ解析, MEE エンジニア, 48(2003), pp. 16-18.
- (3) 濱島良吉,元島三明:開口,すべりを考慮した3次元岩 盤の変形・破壊シミュレーション,前橋工科大学紀要論 文,70(2003), pp. 13–18.
- (4) 工業技術院資源環境技術総合研究所編: 资源環境技術 総合研究所/ 80 年史(CD-ROM) (2001), pp. 46-54.
- (5) Atokinson, B. K.: Subcritical Crack Growth in Geological Materials, Journal of Geophysical Research.
 89(B6)(1984), pp. 4077-4114.
- (6) H.Horii and S.Nemat-Nasser: Brittle failure in compression: splitting, faulting and brittle-ductile transition, Phil. Trans. Roy. Soc. London. **319(1549)**(1986), pp. 337-374.
- (7) 熊野知司,西林新蔵,井上正一,吉野 公:コンクリートの空隙構造の変化に基づく引張クリープ予測モデルに関する研究,土木学会論文集,613 / V-42(1992), pp. 121-135.