

# き裂要素を用いた混合モードき裂進展解析のための破壊判定法

## FAILURE ANALYSIS PROCEDURE FOR MIXED-MODE CRACK GROWTH USING EMBEDDED CRACK ELEMENT

板岡 幹世<sup>1)</sup>, 佐藤 一志<sup>2)</sup>, 橋田 俊之<sup>3)</sup>

Mikiyo ITAOKA, Kazushi SATO and Toshiyuki HASHIDA

- 1) 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉01, E-mail: itaoka@rift.mech.tohoku.ac.jp)  
 2) 宮城工業高等専門学校機械工学科 (〒981-1239 名取市愛島塩手字野田山48, E-mail: kazushi@miyagi-ct.ac.jp)  
 3) 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉01, E-mail: hashida@rift.mech.tohoku.ac.jp)

This paper presents a new failure analysis procedure for mixed-mode crack growth using an embedded crack element. In the procedure, the onset of crack growth is determined based on the stress state at a characteristic distance from the crack tip. The stress state on the point can be estimated by extrapolating and/or interpolating the stress value at integral points of the element. The distance between the control point and the crack tip, i.e. the radius of the circle set at the crack tip, is independent of element sizes, compared to the conventional procedure. Using the proposed procedure, numerical simulations of hydraulically-induced crack growth under some compressive stress state were carried out for various mesh sizes. The numerical results demonstrate that the proposed procedure can alleviate the mesh size dependency.

**Key Words:** *Finite Element Method, Embedded Crack Element, Mesh Size Dependency, Mixed-Mode Crack Growth*

### 1. はじめに

混合モードで生じたき裂進展は任意の進展経路をとる可能性がある。そのため有限要素法で解析を行うときには、き裂進展に伴って要素の再分割が必要とされる。これに対して Embedded Crack Element<sup>(1)~(4)</sup> (以下、き裂要素と称する。) は破壊現象に特有な変形の局所化(き裂・すべり線など)を近似的に取り扱うことを目的として開発された。き裂要素では要素内にき裂を埋め込み、き裂により生じる変位を節点変位に重ねて解析を行う。この要素を用いることによって要素分割を変更することなく任意方向のき裂の取り扱いが可能となり、また更にき裂に任意の構成則の適用が可能である。き裂要素はき裂変位の近似精度が Discrete Crack モデルに劣るためき裂端の極近傍における応力状態の詳細な検討には不向きであるが、巨視的なき裂進展形態の検討には極めて有効な技術として期待される。

著者らは地熱開発等で用いられる水圧破砕法によるき裂進展挙動の数値シミュレーションを行うことを目的とし、き裂要素を用いた解析プログラムを開発した。き裂要素は岩石材料が示す引張り軟化およびすべり軟化挙動を表現する結合モデル<sup>(5)~(8)</sup>を直接組み込める点で

特に適している。

従来のき裂要素を用いたプログラムでは破壊の判定を各要素の重心の応力状態で行っている<sup>(1)~(3)</sup>。例えば Lotfi ら<sup>(3)</sup>は、このような破壊判定法を採用した小規模コンクリート試験片に関する破壊挙動の数値シミュレーションを行い、開口モード破壊の取り扱いについて要素形状依存性が大きくないことを示している。しかしながら、要素重心で破壊判定を行う場合、破壊判定点とき裂端との距離が要素寸法に応じて変化するため、き裂進展に要する負荷(例えば、水圧破砕における注入圧力)に要素寸法依存性が存在する。そのため、要素寸法に依存しない破壊判定法の開発が必要である。

そこで、本研究ではき裂要素を用いた数値解析プログラムにおいて上述の要素寸法依存性の影響を低減する新たな破壊判定法を考案し、数値シミュレーションを行って本方法の有効性について検討する。

### 2. 破壊判定法

本研究では破壊判定点をき裂端から一定の距離に置き、き裂進展の判定を行うこととした。具体的には、Fig. 1 に示すようにき裂端から半径  $l_c$  の円を考え、この円周上に

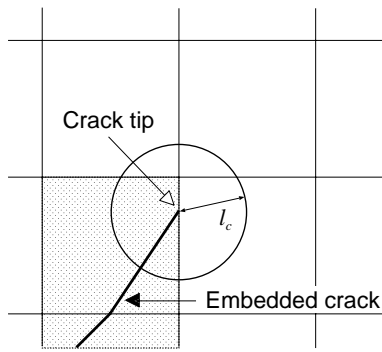


Fig. 1 An illustration of a failure analysis procedure within a finite element mesh

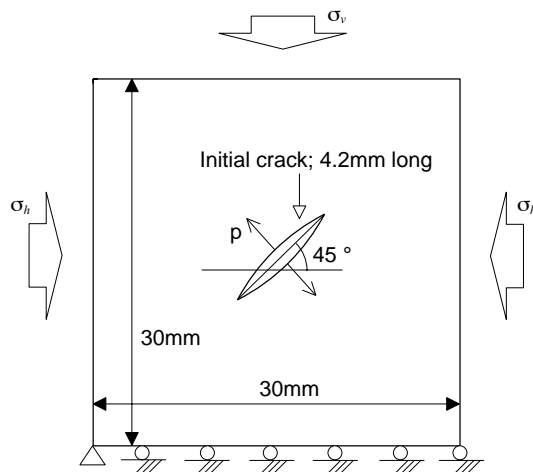


Fig. 2 Calculation region and boundary conditions

破壊判定点を与えた。破壊判定点はき裂の角度を基準に 15°刻みで与え、各々の点の応力を、その点を含む要素の積分点の値から内外挿により決定した。ただし、Fig. 1 に示す円周上でき裂要素に含まれない部分を対象とした。破壊判定点の応力状態が破壊条件を満足した場合、その応力状態に従ってき裂進展が生じるものとした。ここではき裂進展を模擬し、き裂端前方の要素に、き裂端に接続するき裂を配置した。破壊条件を満足する点が複数ある場合には、破壊条件を最も大きく越えた 1 点についてのみき裂を発生させ、その後、再度応力解析を行うこととした。

従来の破壊判定法ではき裂先端と破壊判定点である要素重心の距離が大きく、問題点の 1 つとなっている。そのため、 $l_c$  はき裂先端と要素重心の距離より常に小さいことが望ましいと考えられる。一方、き裂要素においてき裂は 1 要素を貫通するように配置されるため、 $l_c$  を極端に小さくすることはき裂先端の極近傍における応力状態でその要素全体を代表させることになり不相当である。以上を踏まえ、またき裂先端近傍の特異応力場はき裂の長さに依存することを考慮して、本研究では  $l_c$  を初期き裂長さの 10% とした。これは特徴長さ破壊判定基準による検討と類似のものである。 $l_c$  の値を変えることによりき裂進展に必要な負荷条件等が変化することが予想され

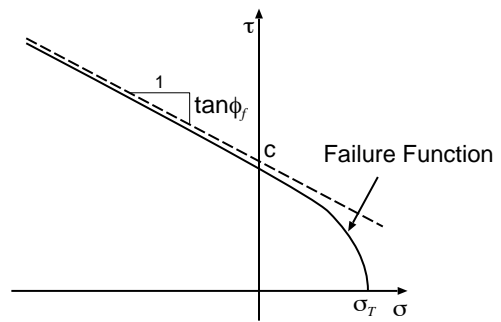


Fig. 3 An illustration of a failure function

Table 1 Material properties used

Rock : Iidate granite	
Young's modulus	42 GPa <sup>(11)</sup>
Poisson's ratio	0.25
Density	$2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ <sup>(12)</sup>
Friction angle	40° <sup>(13)</sup>
Tensile strength	6.4 MPa <sup>(11)</sup>
Maximum shear stress drop	79 MPa <sup>(14)</sup>
Shear dilation angle	5.0°
Maximum dilatant displacement	0.60 mm
Fluid : Water	
Viscosity	$2.8 \times 10^{-10} \text{ MPa} \cdot \text{s}$ <sup>(12)</sup>

る。しかしながら、本研究では  $l_c$  を固定して要素寸法に関する依存性を検討し、従来の各要素重心で判定する方法と比較・検討することに主眼を置く。

### 3. 数値解析例

前節で提案した破壊判定法の有効性を検討するため、Fig. 2 に示すような内圧  $p$  の作用するき裂の進展挙動の数値シミュレーションを行った。これは地熱開発や石油資源開発等で用いられる水圧破壊によるき裂進展挙動を想定したものである。なお、2 次元平面ひずみ状態を仮定した。

計算領域中央部に長さ 4.2 mm、角度 45° の初期き裂を配置した。また鉛直方向に  $\sigma_v = 150 \text{ MPa}$ 、水平方向に  $\sigma_h = 50 \text{ MPa}$  の圧縮応力を境界条件として与えた。計算では  $p$  を変化させ、き裂進展経路とき裂進展時の内圧を求めた。

破壊条件には次式の破壊関数<sup>(9)(10)</sup>を用いた。

$$F = \tau^2 - (c - \sigma \tan \phi_f)^2 + (c - \sigma_T \tan \phi_f)^2 \quad (1)$$

ここで、 $\tau$ 、 $\sigma$  はそれぞれき裂面におけるせん断応力と垂直応力であり、 $c$  は粘着力、 $\phi_f$  は摩擦角、 $\sigma_T$  は引張り強さである。破壊関数の一般形状を Fig. 3 に示す。発生するき裂の方向は、破壊関数とモールの応力円の接点から決定される。

数値シミュレーションに用いた物性値を Table 1 に示す。要素は 4 節点四辺形要素を用い、Fig. 2 に示す計算領域を等分割した。分割は 1.0、1.5、3.0 mm の 3 通りとした。

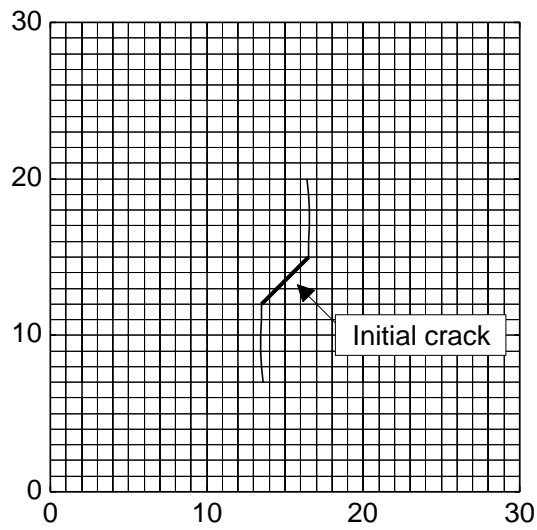


Fig. 4 A crack pattern; element size: 1.0mm, conventional procedure

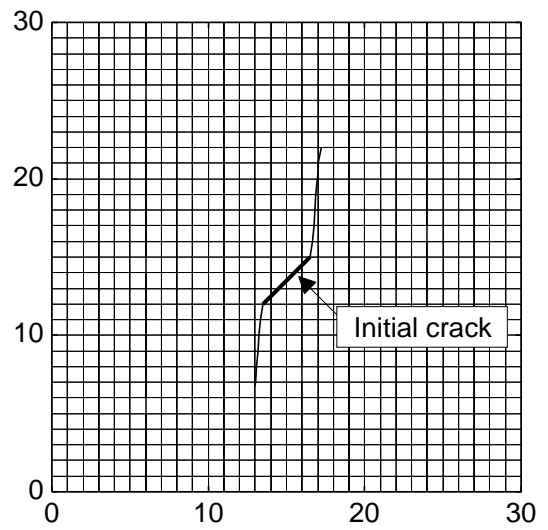


Fig. 7 A crack pattern; element size: 1.0mm, proposed procedure

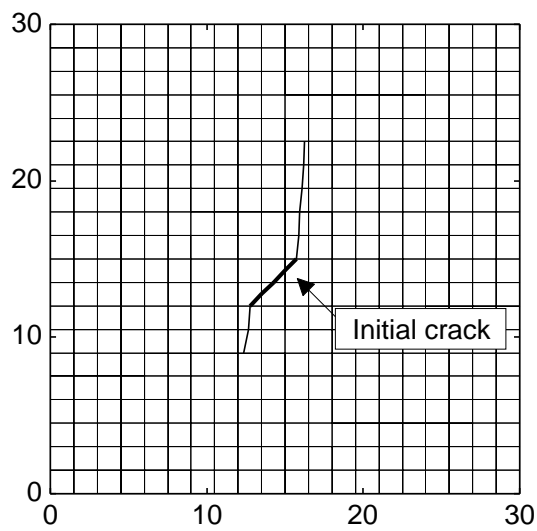


Fig. 5 A crack pattern; element size: 1.5mm, conventional procedure

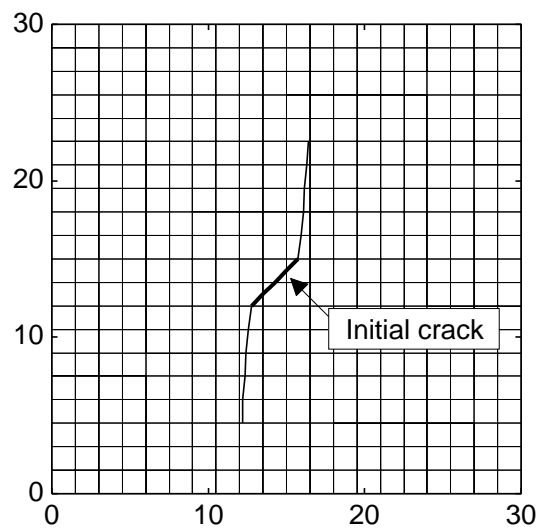


Fig. 8 A crack pattern; element size: 1.5mm, proposed procedure

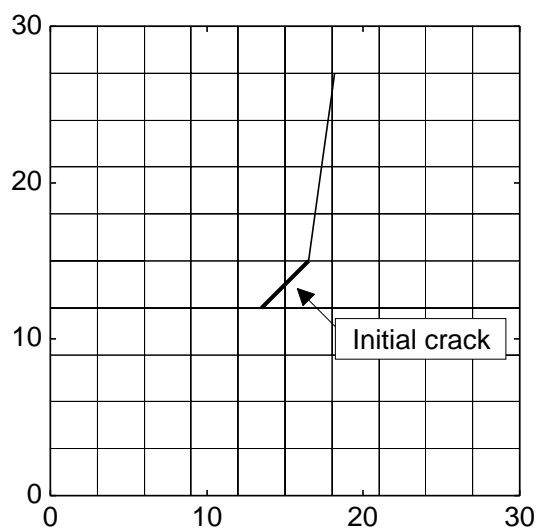


Fig. 6 A crack pattern; element size: 3.0mm, conventional procedure

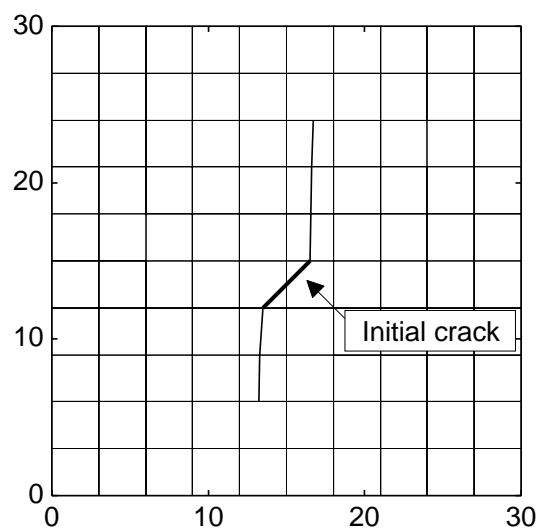


Fig. 9 A crack pattern; element size: 3.0mm, proposed procedure

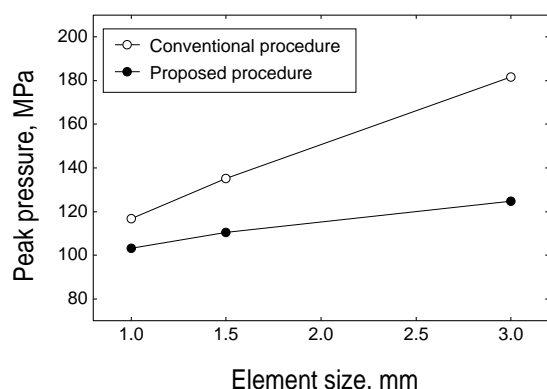


Fig. 10 Peak pressure vs. element size used

各要素重心で破壊判定をした場合のき裂進展形態と本論文で考案した破壊判定法を用いた場合のき裂進展形態を Fig. 4~6 および Fig. 7~9 にそれぞれ示す。図では要素分割を同時に示している。図中で太線で示している部分は初期き裂である。図に示したように、き裂は要素内部に埋め込まれている。き裂要素を用いることにより、任意形状のき裂を要素分割を変更することなく表現することができる。

要素重心で破壊判定をした場合には要素寸法による形態の違いが顕著である。一方、本論文で考案した方法で判定した場合には、要素寸法が 3mm の結果で差異が見られるものの、得られたき裂進展形態は要素寸法に依存せずほぼ類似していることが分かる。この結果は、本論文で考案した破壊判定法を用いた解析において、要素寸法依存性の影響が小さかったことを示唆する。

次に、各要素重心で破壊判定をした場合と本論文で考案した破壊判定法を用いた場合について、それぞれのピーク圧力と要素寸法の関係を Fig. 10 に示す。実際の水圧破碎への適用を考えたとき、ピーク圧力は注水ポンプの必要性能を示すものであって、重要なパラメーターである。図より、各要素重心の応力状態で破壊を判定した場合にはピーク圧力が要素寸法に依存して大きく変化しているのに対し、本論文で考案した方法を用いた場合には変化が小さいことが分かる。要素寸法が 1.0mm の場合のピーク圧力を基準とすると、各要素重心で破壊判定をした場合では要素寸法 1.5mm のときで 16%、3.0mm のときで 55% の誤差であった。一方、本論文で考案した方法では要素寸法 1.5mm のときで 7.0%、3.0mm のときで 21% の誤差であった。要素寸法が 1.0mm の場合においてもピーク圧力は収束状態に至っておらず、妥当な応力場を求めるためには更に寸法の小さい要素に分割する必要があると考えられる。しかしながら、本方法を用いることにより要素寸法依存性を著しく低減できていることが明らかとなった。

#### 4. まとめ

本論文ではき裂要素を用いた破壊解析において新たな破壊判定法の提案を行った。本方法は要素寸法に依存しな

い判定法である。数値シミュレーションを行い、本方法の有効性を示した。それにより、本方法を用いることによって要素寸法依存性を著しく低減できることが分かった。

#### 謝辞

本研究の一部は日本学術振興会未来開拓学術研究推進事業「未来型地殻エネルギー抽出の研究」(Project No. JSPS-RFTF 97P00901) ならびに文部科学省科学研究補助金 COE 形成基礎研究費 (No. 11CE2003) によって行われたものであることを付記し謝意を表す。

#### 参考文献

- (1) Dvorkin, E. N., et al. : Finite Element with Displacement Interpolated Embedded Localization Lines Insensitive to Mesh Size and Distortions, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **30**(1990), pp. 541-564.
- (2) Klisinski, M., et al. : Finite Element with Inner Softening Band, *J. Eng. Mech.*, **117**(1991), pp. 575-587.
- (3) Lotfi, H. R. and Shing, B. : Embedded Representation of Fracture in Concrete with Mixed Finite Elements, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **38**(1995), pp. 1307-1325.
- (4) Ohlsson, U. and Olofsson, T. : Mixed-mode Fracture and Anchor Bolts in Concrete Analysis with Inner Softening Bands, *J. Eng. Mech.*, **123**(1997), pp. 1027-1033.
- (5) Rice, J. R. and Cleary, M. P. : Some Basic Stress Diffusion Solutions for Fluid-Saturated Elastic Porous Media with Compressible Constituents, *Rev. Geophys. and Space Phys.*, **14**(1976), pp. 227-241.
- (6) Hillerborg, A. : Analysis of one single crack in: *Fracture Mechanics of Concrete*, Elsevier Science Publishers, B. V., (1983), pp. 223-250.
- (7) 佐藤一志・ほか 3 名 : 花こう岩のひずみ軟化則の測定と破壊靱性評価に関する研究, *日本機械学会論文集 (A)*, **56**(1990), pp. 1400-1405.
- (8) 佐藤一志・ほか 2 名 : 花崗岩の引張軟化モデルに基づく破壊挙動の数値シミュレーション, *日本機械学会論文集 (A)*, **56**(1990), pp. 1183-1188.
- (9) Cervenka, J. : PhD thesis, Univ. of Colorado, (1994).
- (10) Carol, T., et al. : Normal/shear Cracking Model: Application to Discrete Crack Analysis, *J. Eng. Mech.*, **123**(1997), pp. 765-773.
- (11) 高橋亨 : 東北大学修士論文, (1997).
- (12) 国立天文台 (編) : 理科年表, 丸善, (1997), pp. 438-456.
- (13) Byerlee, J. : Friction of rocks, *PAGEOPH.*, **116**(1978), pp. 615-625.
- (14) 高橋亨 : 東北大学博士論文, (2000).