

## セルオートマトン法とBEMによる新しい防音壁の創成

## CREATING NEW SHAPES OF THE SOUND-INSULATING WALL BY CELLULAR AUTOMATA AND BEM

田中 正隆<sup>1)</sup>, 松本 敏郎<sup>2)</sup>, 荒井 雄理<sup>3)</sup>

Masataka TANAKA, Toshiro MATSUMOTO and Youri ARAI

- 1) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: dtanaka@gipwc.shinshu-u.ac.jp)  
 2) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: toshiro@gipwc.shinshu-u.ac.jp)  
 3) 信州大学大学院工学系研究科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: youri@artist.shinshu-u.ac.jp)

This paper is concerned with application of the procedure proposed by the authors to find new optimal shapes of the sound-insulating wall for auto-highways. A two dimensional cross-section of the wall is optimized by using the boundary element method (BEM) together with cellular automata (CA). In application of CA, a feasible area of the wall is divided into a number of uniform cells, and all the state variables defined on each cell are altered by a transition rule, e.g. minimizing a cost function, under a local rule for neighbor cells so that a final state of cells can be determined. The reduction of noise is monitored by the mean absolute value of sound pressures measured at several points located on the ground level. It is assumed that a point noise source is placed at the center of the road surface. Numerical computation is carried out for typical models of the sound-insulating wall. Feasibility of some new shapes for the sound-insulating wall is demonstrated.

**Key Words:** Computational Mechanics, Boundary Element Method, Cellular Automata, Acoustics, Sound, Noise, Noise Reduction, Noise Control

## 1. 緒言

環境問題に関心が高まっている現代において、我々の最も身近なものとして交通騒音問題がある。この種の音響問題では無限領域を解析対象として取り扱う場合が多く、無限遠までの領域の要素分割が困難な領域型解析手法では厳密に解析することができない。境界要素法 (BEM) は波動の無限遠方における放射条件を理論的に考慮することができ、対象物の境界表面のみを要素分割するだけで済む。そのため、BEMを用いれば効率的に精度の良い解を得ることができ、音響問題には極めて有効な数値解析手法といえる<sup>(1)</sup>。

最適化手法としては、感度解析に基づく手法や遺伝的アルゴリズムなどを用いる手法が提案され種々の問題に応用されて成果が得られている。一般に感度解析を用いる最適化手法では、パラメータの初期値に依存して局所最適解しか見つけられないことが多い。本研究では、パラメータの初期値に依存することなく実用的な好適な解を得たいという目的で、セルオートマトン法 (以下、CA法と呼ぶ)<sup>(2) (3) (5) (6) (7)</sup>を用いることにする。CA法は解析領域をセルと称する区分領域に分割し、ある種の離散的状態量を定義する。そして、近傍のセルとの相互作用を表す局所近傍則 (ローカルルール) を与え、各計算段階におけるセルの状態量を遷移則に従って変化させることで最適解を求めようとする。セルオートマトン

法では感度解析を必要とせず、簡単なローカルルールと遷移則を定義することで最適または好適な解が得られる可能性がある。

本研究では、先に著者らが提案した<sup>(8)</sup>道路用防音壁を想定した形状最適化問題への境界要素法とCA法を適用する手法を、種々の制約条件に従う具体例へ応用し新しい防音壁の可能性を探る。道路用防音壁の2次元モデルを想定し、水平面に垂直に防音壁が立っているものと仮定する。騒音源として純音の周波数成分をもつソースが道路中心面上にある場合について考察する。防音壁の限られた部分、または大部分の形状を変化させて、いくつかの評価点の音圧絶対値の平均値が小さくなる形状 (最適または好適形状) を探索する。騒音低減の測度としては、防音壁から外側に離れた地上に位置する数点での音圧の絶対値の平均値を用いる。最終的なセルの状態を決定する遷移則については、セルが斜め方向を含み同じ方向に対して3つ増加することにより騒音低減に効果のある形状を探索するのが有利であることを示す。

## 2. 音場の境界要素解析

微小振幅の振動を考えるものとし、角振動数 $\omega$ で定常振動している場合には、音場の支配微分方程式は次の非同次

Helmholtz 方程式となる<sup>(9) (10)</sup> .

$$\nabla^2 p(x) + k^2 p(x) + f(x) = 0 \quad (1)$$

ただし、 $p$  は音圧、 $f$  は内部音場の集中音源等を表すソース項、 $k$  は波数である .

Helmholtz 方程式 (1) に対する積分方程式の定式化と境界要素法による解析法の概要を述べる<sup>(1)</sup> . 式 (1) に基本解  $p^*(x, y)$  をかけ、領域全体にわたって積分する . そして部分積分を 2 回適用し、基本解の性質を用いて得られる積分方程式において、ソース点  $y$  を境界上にとり、境界における関数として音圧  $p$  と粒子速度  $v$  を考える . そして、一様ポテンシャル条件を用いることで以下の正則化された境界積分方程式が得られる<sup>(1) (11)</sup> .

$$\begin{aligned} & \left[ \int_{\Gamma} \{q^*(x, y) - Q^*(x, y)\} d\Gamma(x) \right] p(y) \\ & + \int_{\Gamma} q^*(x, y) \{p(x) - p(y)\} d\Gamma(x) \\ & = i\omega\rho \int_{\Gamma} p^*(x, y) v(x) d\Gamma(x) + Ip^*(x^s, y) \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、 $Q^*(x, y)$  は Laplace 方程式の基本解の法線方向導関数、 $x^s$  は集中音源の座標であり、 $I$  は集中音源の強さを表している . Cauchy の主値積分が存在しない式 (2) を用いることで、すべての積分を直接数値的に評価することが可能となる . 本研究では無限遠点を含む領域を扱うが、基本解が Sommerfeld の放射条件を満足するため無限遠方の境界に関する積分は考慮しなくてもよく、式 (2) を用いて解析できる .

境界積分方程式 (2) は、境界  $\Gamma$  を境界要素で離散化すれば、音圧  $p$  と粒子速度  $v$  に関する代数方程式で近似でき、この方程式系に境界条件を適用して解けばよい<sup>(1)</sup> . ただし、Helmholtz 方程式の外部境界値問題を境界積分方程式を使って解く場合に、内部問題の見かけの固有値により正確な数値計算が出来ないことが生じる . この見かけの固有値の影響を避ける方法としてここでは、点  $x$  が領域外部にある場合の積分方程式を付加条件として追加し、方程式系を最小自乗法により解く方法を採用する<sup>(1)</sup> .

### 3. セルオートマトン (CA) 法の適用

CA 法ではまず解析対象をセルと称する区分領域に分割して、ある種の離散の状態量を各セル上に定義する . 次に近傍のセルとの局所的な相互作用を表す局所的近傍則 (ローカルルール) を与え、各計算段階におけるセルの状態量を遷移則にしたがって変化させることで全体としての現象を表現する手法である<sup>(2) (3)</sup> . CA 法を形状最適化に適用する具体的手法を 2 次元問題を例にとりて記述する .

2 次元問題での平面領域の分割方法としては、三角形や四角形のセルに分割する方法が考えられており、本研究では対象とする領域を正方形のセルで分割する<sup>(2) (3)</sup> . 着目するセル (以下 Target cell) を囲む 8 個のセルを近傍として定義する . このように Target cell の周辺を取り囲む近傍を Moor 近傍と呼び、周囲 8 個のセルとの相互作用を表すローカルルールを与え、各計算段階における Target cell の状態を決定してい

く . 本研究では、防音壁部分だけを変化させて評価点での騒音低減が効果的に行える最適または好適形状を推定することを目的とする . そのため、CA 法を適用する領域は防音壁部分の変化可能範囲であり、この部分を正方形セルで図 1 のように分割する . その際、最大形状よりさらに 1 個分セルを想定しそれを仮想セルとし、その状態は Dead である . 仮想セルは後に記述する近傍におけるローカルルールを適用する際に Target cell が形状の端の場合でもローカルルールを適用可能にするために設置する .

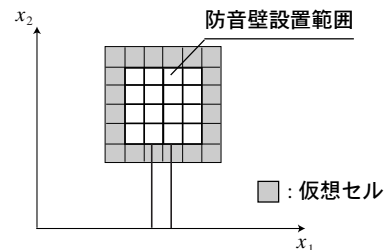


Fig. 1 Feasible region divided into square cells

#### 3.1. ローカルルール

本研究では、上述の Moor 近傍におけるローカルルールを、Target cell の状態が変化したときの防音壁形状で BEM 解析が行えるかどうかという点を考慮して設定する . セルの状態は存在する (以下 Alive) または存在しない (以下 Dead) の 2 種類しかとらないものとする . まず Target cell の状態を元の状態から変化したと仮定する . そして変化させた Target cell の近傍が以下に示すローカルルールに当てはまる場合は、このセルの状態は変化させることができないとして次のセルに着目して順次検討を進める . 一方、Target cell の近傍がローカルルールに当てはまらない場合は、そのセルの状態を Alive なら Dead に、Dead なら Alive に変化させることが可能として BEM 解析を行う . ただし、本研究ではセルの状態が常に変化しないというセルも存在させ、これを不変セル (Remaining cell) と呼ぶことにする .

Type A 上下左右のセルが全て Alive の場合 . 上下左右のセルが全て Dead の場合 .

Type B 対角線上のセルが Alive であるが、そのセルを挟むセルが Dead であり、対角線上以外でセルが 1 つ Alive である場合 .

Type C 対角線上のセルが Alive であり、それを挟むセルも Alive であり、もう一方は挟むセルが Dead である場合 .

Type D 上下のセルが Alive であり、左右のセルが Dead である . 左右のセルが Alive であり、上下のセルが Dead である場合 .

#### 3.2. 評価方法

評価値として、音場内のいくつかの観測点で BEM 解析によって得られた音圧の絶対値の平均値を取り、それを音圧レ

ベルとしたものを用いる<sup>(9)</sup>。本研究ではこの評価値が最小となるような形状を最適形状とする。また、音源が複数の周波数成分をもつ場合は、重ね合わせにより音圧  $P$  を計算する<sup>(10)</sup>。

### 3.3. 遷移則

1 回の BEM 解析につきセルを同じ方向に対して 3 個増加させて最適形状を推定する方法である。この流れを以下に示す。

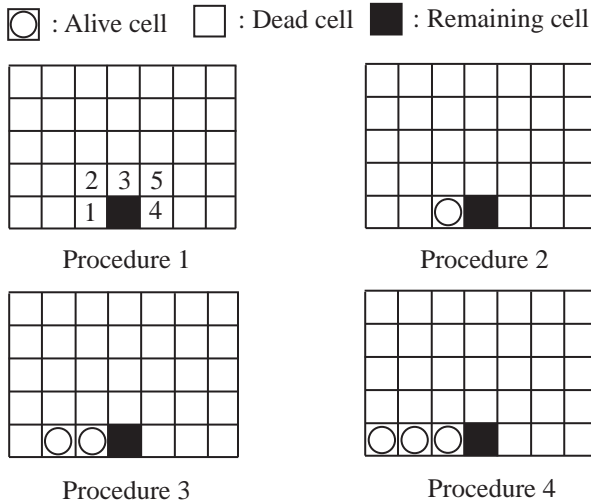


Fig.2 Evaluation procedure

Step 1 まず図 2 の Procedure 1 において、セル 1 を Target cell としてそれが Alive である場合を仮定する。(図中の Procedure 2 を参照)

Step 2 セル 1 が Alive である場合にセル 1 に対して Moor 近傍におけるローカルルールを適用し、ルールに当てはまるかどうかを確認する。ルールに当てはまる場合はセル 1 の状態を Dead に戻して Target cell をセル 2 に移行する。

Step 3 Step 2 でセル 1 がルールに当てはまらなかった場合で、セル 1 が Alive であり同じ方向に対してもう一つセルが Alive である場合を仮定し、同じローカルルールをその増えたセルにも適用して、ルールに当てはまるかどうかを判断する。ルールに当てはまる場合は Alive とした 2 つのセルの状態を Dead に戻して Target cell をセル 2 に移行する。

Step 4 図中の Procedure 4 に示すように、同じ方向に 3 つセルが Alive である場合も Step 3 と同様の判断する。その際 Target cell が形状の端にあるが仮想セルを設定しているためローカルルールが適用可能である。

Step 5 Step 2~Step 4 においてローカルルールにすべてが当てはまらなかった場合、セルが 3 つ生成したと仮定して BEM 解析を行う。もし、Step2~Step 4 でローカルルールに当てはまる場合があったときは、Target cell を移行する。

Step 6 セル 2~5 についても、Step 2~Step 4 の手順で判断し、一番評価値が良かったときの評価値及びその形状を次回の評価基準として保存して、Step 2 以降を繰り返す。

Step 7 最終的に評価値が下がらなくなった時の形状を最適形状とする。

## 4. 数値解析

本手法の有効性を示すために、高速道路用防音壁モデルの例題を解析し、その結果について考察する。解析対象として図 3 に示すような防音壁の 2 次元モデル(紙面に垂直方向に同じ状態がつづいていると仮定)を考える。点 A には音源があり、路面と壁面は完全反射(粒子速度  $v = 0$ )の境界条件に従うとする。音源 A の音圧を  $(2.0, 1.0)$  [Pa]、音速  $C_0 = 340$  [m/s]、媒質密度は  $\rho = 1.2$  [kg/m<sup>3</sup>] とする。 $x_1$  軸については対称性を考慮して完全反射の条件を満足する基本解を用いるが、 $x_2$  軸に関しては対称性は考慮しない。すなわち、防音壁が水平面に垂直に 1 つだけ設置されていると仮定する。受音点の位置は、地表面に 4 点を図 3 のように配置する。図 3 のハッチングを施した部分の形状が変化するものとし、この防音壁部分を  $0.2$  [m]  $\times$   $0.2$  [m] の正方形のセルで分割する。セルを変化させるときに、この範囲を超えてはならないという制限を設ける。数値解析は 2 種類の初期形状からそれぞれ前述の遷移則を適用した場合について行い、最終形状の検討を行う。

### 4.1. 数値解析 1

防音壁の初期形状を図 5 とし周波数 500 [Hz] で解析を行う。セルの初期状態を図 4 に示す。前述の遷移則を適用した際の最終形状を図 6、音圧レベルの推移を図 7 に示す。

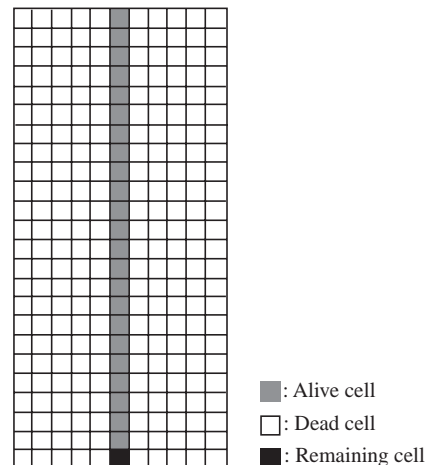


Fig.4 Initial cell condition

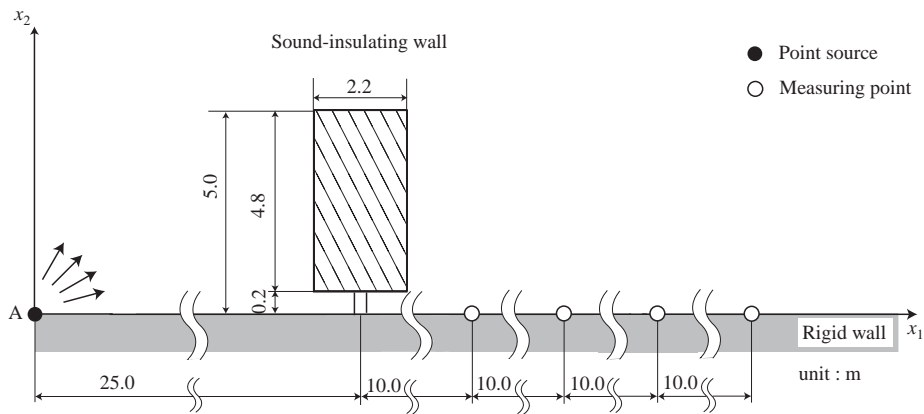


Fig. 3 Analysis model

防音壁形状が初期形状より変化し、受音点における音圧レベルが下がる形状を推定している。次に騒音源に近い道路側は変化させないという条件で解析を行う。セルの初期状態を図8の様に設定し、初期形状を図5とした。最終形状を図9、音圧レベルの推移を図10に示す。

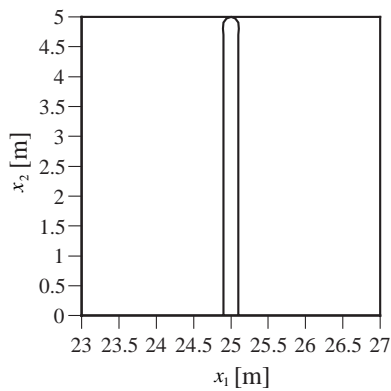


Fig. 5 Initial wall shape

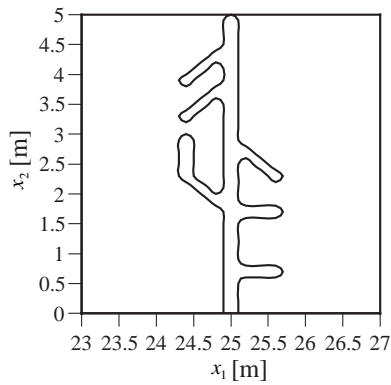


Fig. 6 Final wall shape for noise of 500 [Hz]

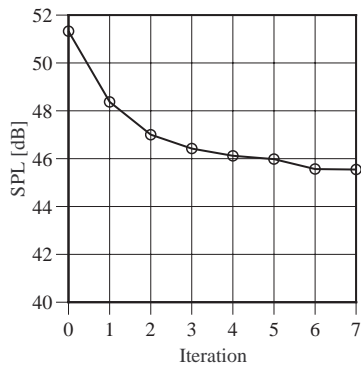


Fig. 7 Change in sound pressure level for frequency of 500 [Hz]

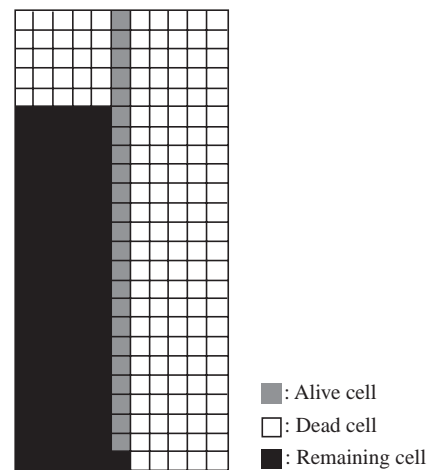


Fig. 8 Initial cell condition

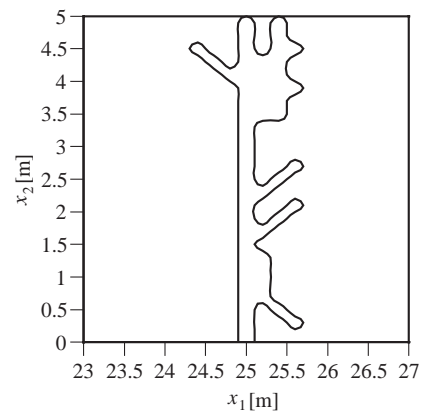


Fig. 9 Final wall shape for noise of 500 [Hz]

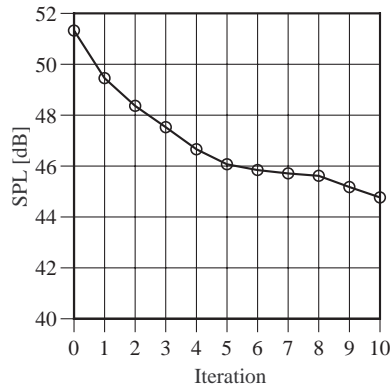


Fig. 10 Change in sound pressure level for frequency of 500 [Hz]

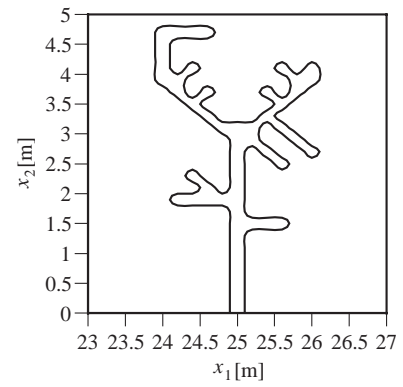


Fig. 13 Final wall shape for noise of 500 [Hz]

#### 4.2. 数値解析 2

実用上防音効果が認められているトナカイの角型形状を初期形状として前述の遷移則を適用する．防音壁の初期形状を図 11，セルの初期状態を図 12 とし，周波数は 500 [Hz] とする．最終形状を図 13，音圧レベルの推移を図 14 に示す．

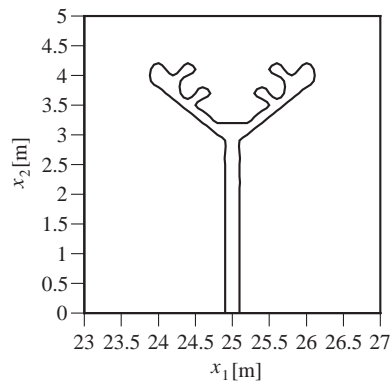


Fig. 11 Initial wall shape

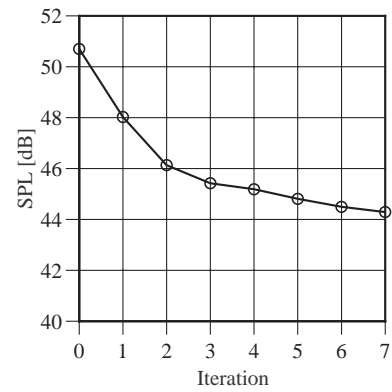


Fig. 14 Change in sound pressure level for frequency of 500 [Hz]

防音壁形状が初期形状より変化し，受音点における音圧レベルが下がる形状を推定している．次に騒音源から 400 [Hz] と 500 [Hz] の 2 種類の純音が混ざった場合の結果を示す．初期形状は図 11 とし，最終形状を図 15，音圧レベルの推移を図 16 に示す．

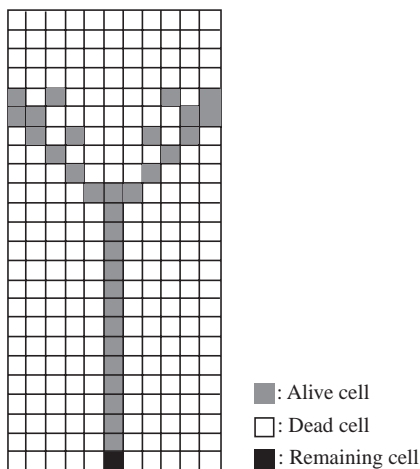


Fig. 12 Initial cell condition

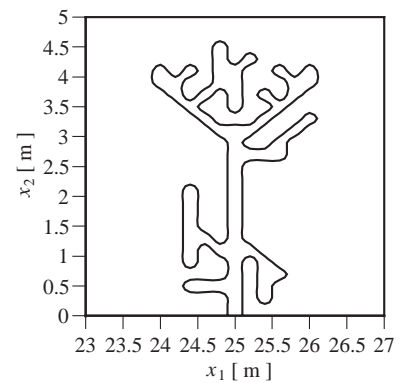


Fig. 15 Final wall shape for noise of 400 [Hz] and 500 [Hz]

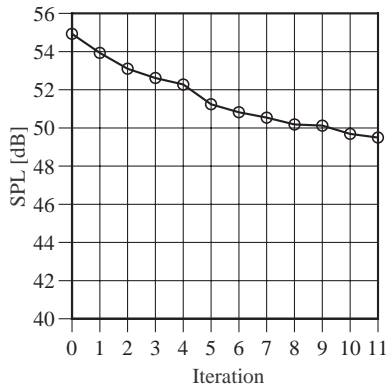


Fig. 16 Change in sound pressure level for each frequency of 400 [Hz] and 500 [Hz]

次に騒音源に近い道路側は変化させないという先程と同じ条件で解析を行う。セルの初期状態を図 17 の様に設定し、初期形状を図 11 とした。最終形状を図 18、音圧レベルの推移を図 19 に示す。

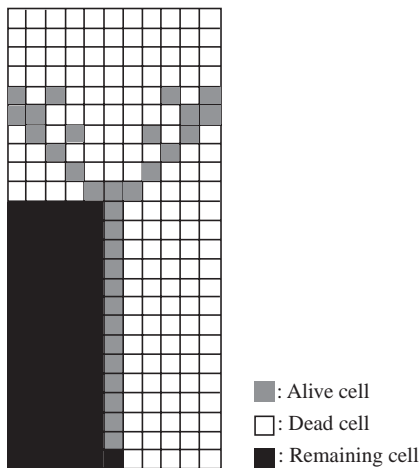


Fig. 17 Initial cell condition

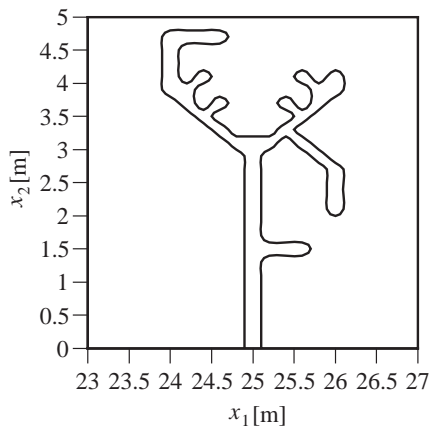


Fig. 18 Final wall shape for noise of 500 [Hz]

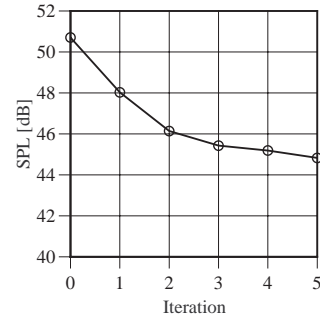


Fig. 19 Change in sound pressure level for frequency of 500 [Hz]

### 5. 結言

高速道路用防音壁の最適形状推定に境界要素法と CA 法を適用する方法を提案しその妥当性を確認した。最終的な形状を決定する遷移則について提案を行い、それに基づく解析プログラムを開発した。2 種類の異なる初期形状から数値解析を行い、それぞれ防音効果が認められる新しい形状を得ることができた。CA 法を用いる最適形状推定は、局所最適値が多く存在する場合には有効であると考えられ、防音壁の最適形状推定にはロバストな手法であると言える。

今後様々な初期形状での解析を行い、より防音効果の高い、実用上重要な高速道路用防音壁の新しい形状の創成について考察を深める予定である。

### 参考文献

- (1) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行: 境界要素法, 培風館, (1991).
- (2) 加藤恭義, 光成友孝, 築山洋: セルラーオートマトン法 - 複雑系の自己組織化と超並列処理 -, 森北出版, (1998).
- (3) <http://www.sfc.keio.ac.jp/~n96229sh/Research/page1.htm#セルオートマトン>,
- (4) <http://www.sfc.keio.ac.jp/~n96229sh/Research/page8.htm#Tsunoyama88>,
- (5) K. Nagel and M. Schreckenberg: A cellular automaton model for freeway traffic, J. Phys. I France, **2** (1992), pp. 2221-2229.
- (6) N. H. Packard and S. Wolfram: Two-dimensional cellular automata, J. Stat. Phys, **38** (1985), pp.1-35.
- (7) M. B. Cortie: Simulation of metal solidification using a cellular automaton, Metallurgical Trans, **24B** (1993), pp.1045-1053.
- (8) 田中正隆, 松本敏郎, 荒井雄理: セルオートマトン法と BEM による防音壁の最適形状推定, 日本機械学会論文集, 論文 No. 02-0572, 掲載予定.
- (9) 一宮亮一: 機械系の音響工学, コロナ社, (1992).
- (10) 日本音響学会 (編): 騒音・振動, コロナ社, (1982).
- (11) 田中正隆, 松本敏郎, 白鳥正利: 防音壁の最適設計に関する境界要素法シミュレーション, 日本機械学会論文集, **58C**-553 (1992), pp.2736-2741.
- (12) 田中正隆, 松本敏郎, 釜山研索: 音源同定の境界要素法逆解析と鉄道車両モデルへの適用, 日本機械学会論文集, **13** (1996), pp.163-168.