

固体中のクラックによる水中遠方散乱振幅の解析と計測

CALCULATION OF SCATTERING AMPLITUDES IN WATER FROM A CRACK IN SOLID

山田真幸¹⁾, 北原道弘²⁾

Masaki YAMADA and Michihiro KITAHARA

1) 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06, E-mail: myamada@civil.tohoku.ac.jp)

2) 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06, E-mail: kitahara@civil.tohoku.ac.jp)

A method to calculate the scattering amplitude in water from a crack in solids is formulated to simulate the immersion types of ultrasonic testing for the material with defects. The method is based on the Fourier transform and the scattering amplitude is calculated in the frequency domain by the combined method of the BEM and the far-field integral representation. The scattered waveform in the time domain is obtained from the inverse Fourier transform by giving the time history of the incident wave. The calculated waveforms are compared with the measured waveforms and the fairly good agreement is confirmed from the calculated and measured waveforms.

Key Words : Scattering amplitude, Crack, BEM, Immersion ultrasonic testing

1. はじめに

構造部材内に存在する欠陥の位置及び形状に関する情報を得ることを意図して、欠陥による散乱波動場を解析するための境界要素法の開発が進められている^{(1),(2)}。また、溶接部に存在するクラック状の欠陥を検出するために、クラック近傍における波動場の可視化が試みられている⁽³⁾。欠陥がクラック状である場合、クラック端部からの回折波、クラック面による反射波、またクラック面に沿って伝播する波動の影響により、探触子で受信される散乱波形には複数の波形が混在するものと予想される。クラック端からの回折波の影響が卓越した波動場を計測することができれば、これをクラック長の推定に活用することが可能となる⁽⁴⁾。水浸法によりクラック状欠陥からの散乱波形を計測する場合、水-固体間においても、モード変換、反射、屈折が生じ、計測散乱波形とクラックとの関係は自明ではない。

本論文では、水中の固体内に存在するクラックからの散乱波形を水浸法により計測する場合を想定し、境界要素法を用いて固体中のクラックによる水中遠方圧力場の時間域波形を求めることを試みる。境界要素法により時間域波形解析を行う代表的な手法として、フーリエ変換法^{(5),(6)}、ラプラス変換法^{(7),(8)}等があげられるが、ここではフーリエ変換法を用いる。初めに非定常解を求める過程を述べた後、固体中に存在するクラックにより生じる水中遠方圧力場の散乱振幅を得る過程⁽⁹⁾を要約する。その後、後方散乱振幅の解析例を示す。また、解析とほぼ同じ条件となるように水中に設置したアルミニウム製供試体を用いた計測実験による後方散乱波形を示し、解析結果と計測結果を比較する。

2. フーリエ変換と入射波

後の数値解析において、水中で計測される散乱波の性質を時間域と周波数域の両域で議論する。このため、圧力場 $p(\mathbf{x}, t)$ の時間に関するフーリエ変換と逆フーリエ変換を次のように定義する。

$$\hat{p}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{x}, t) e^{i\omega t} dt \quad (1)$$

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (2)$$

ここで、 ω は角周波数 (角振動数) であり、上付のハットは周波数域の量を表す。

水中において、 p 方向に伝播する平面圧力波は水中の音速を c_F として時間域で次のように表すことができる。

$$p(\mathbf{x}, t) = p_0 f(t - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} / c_F) \quad (3)$$

この平面波を式 (1) によりフーリエ変換すると次のようになる。

$$\hat{p}(\mathbf{x}, \omega) = p_0 e^{i\omega \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} / c_F} \hat{f}(\omega) = p_0 e^{ik_F \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} \hat{f}(\omega) \quad (4)$$

ここで、 k_F は水中の波数である。上式より、式 (3) で表される平面波は、周波数域において、 $p_0 e^{ik_F \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}}$ で表される時間調和な平面波と時刻歴 $\hat{f}(\omega)$ の積で表されることがわかる。このことから、周波数域において境界積分方程式を解く過程で、入射波を $\hat{p}^I(\mathbf{x}) = p_0 e^{ik_F \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}}$ と与えて定常解を求めておき、これに周波数域で入射波の時刻歴のフーリエ変換 $\hat{f}(\omega)$ をかけた後、逆フーリエ変換を行うことにより時間域の非定常解を得ることができる。

3. 水中の固体内に存在するクラックによる散乱解析

本節の解析は周波数域で行うため、 $\hat{p}(x, \omega)$ を $p(x)$ と記述する．他の物理量についても同様である．

3.1 問題設定

ここでは今後2層材料界面に存在するクラックを扱うことを考慮して Fig.1に示す3層の領域を考える． D_0 は水， D と \bar{D} は固体とし， D_0 中で圧力 p はスカラー場の波動方程式を， D ， \bar{D} 中の変位場 u ， \bar{u} は動弾性の基礎方程式を満たす．いま，領域 D_0 より $p^I(x) = p_0 e^{ik_F \mathbf{p}^{-F} \cdot \mathbf{x}}$ の時間調和な平面圧力波が入射角 θ_0 で入射しているものとする．

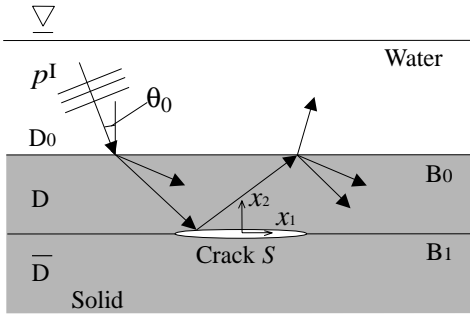


Fig.1 Crack S on the boundary B_1 and incident wave p^I in water

これらの3層は平行な境界 B_0 と B_1 で接しており，境界 B_0 上の境界条件は次のようになる．

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = (\rho_F \omega^2)^{-1} \mathbf{n} \cdot \nabla p \quad (5)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{t} = -p \quad (6)$$

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{t} = 0 \quad (7)$$

ここで， p は水中の圧力， ρ_F は水の密度， ω は角振動数， \mathbf{n} と \mathbf{s} は境界 B_0 上の単位法線ベクトルと接線ベクトルである．また境界 B_1 上における境界条件は次のように書ける．

$$t_i = -\bar{t}_i \quad (8)$$

$$t_i = s_{ij}(\bar{u}_j - u_j) \quad (9)$$

上式で u_i と t_i は境界 B_1 上の領域 D 側の変位と表面力， s_{ij} は境界 B_1 上に分布したバネのバネ定数であり，上付のバーがついたものは領域 \bar{D} 側の変位と表面力である．

ここでは境界 B_1 上に長さ $2a$ のクラックが存在するものとし，クラック表面 S で $s_{ij}=0$ ，クラック以外では $s_{ij} \rightarrow \infty$ と考えることとする．

3.2 自由場の表現

境界 B_1 にクラックが存在しない場合の波動場を自由場と呼ぶこととする．Fig.2に自由場とその境界で生じる波の波動成分を示す．

境界 B_0 に関する自由場は次のように表現できる．

$$p^{free} = p_0 e^{ik_F \mathbf{p}^{-F} \cdot \mathbf{x}} + p_0 R^{FF} e^{ik_F \mathbf{p}^{+F} \cdot \mathbf{x}} \text{ in } D_0 \quad (10)$$

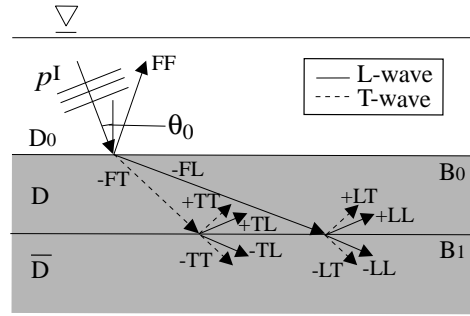


Fig.2 Free wave field generated by boundaries

$$u_i^{free} = p_0 \sum_{\alpha=L,T} R^{-F\alpha} d_i^{-\alpha} e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{-\alpha} \cdot \mathbf{x}} \text{ in } D \quad (11)$$

ここでは境界 B_0 と B_1 の間隔が十分に離れており，領域 D 内での多重反射を考慮しなくてもよい場合を想定している．このとき， B_0 と B_1 を分離して考えることができ， B_0 のみを考慮した場合の自由場が式(10),(11)である．後に示す計測においても，この条件が満たされる場合を考える．式(10)の R^{FF} は水中 D_0 への反射率，式(11)の $R^{-F\alpha}$ ($\alpha=L, T$) は固体 D への縦波と横波の透過率である．また， $k_\beta = \omega/c_\beta$ ($\beta=F, L, T$ ，又は \bar{L}, \bar{T}) は各波動モードに対応する波数， c_β は波速である． $\mathbf{p}^{\pm\beta}$ と $\mathbf{d}^{\pm\beta}$ はそれぞれ波動の進行方向を表す伝播ベクトルと変位の振動方向を表す偏向ベクトルであり， $\zeta = \sin \theta_0$ を用いて次のように表される．

$$\mathbf{p}^{\pm\beta}(\zeta) = (c_\beta \zeta / c_F, \pm \nu^\beta(\zeta)) \quad (12)$$

$$\nu^\beta(\zeta) = [1 - (c_\beta \zeta / c_F)^2]^{1/2}, \quad (\Im(\nu^\beta) > 0) \quad (13)$$

$$\mathbf{d}^{\pm\beta}(\zeta) = \begin{cases} \mathbf{p}^{\pm\beta}(\zeta) & \text{for } \beta = F, L \text{ and } \bar{L} \\ \mathbf{e}_3 \times \mathbf{p}^{\pm\beta}(\zeta) & \text{for } \beta = T \text{ and } \bar{T} \end{cases} \quad (14)$$

反射率 R^{FF} と透過率 $R^{-F\alpha}$ ($\alpha=L, T$) は，これらの関係を式(5)~(7)に示した境界 B_0 の境界条件に代入する事により決定できる．

境界 B_0 を透過した入射波は透過 L 波と透過 T 波となり固体 D へ入射し，境界 B_1 により固体 D へ反射 L 波と T 波，固体 \bar{D} への透過 \bar{L} 波と透過 \bar{T} 波を生じる．よって境界 B_1 に関する自由場は次のように書ける．

$$u_i^{free} = \sum_{\alpha=L,T} \left\{ p_0 R^{-F\alpha} d_i^{-\alpha} e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{-\alpha} \cdot \mathbf{x}} + p_0 R^{-F\alpha} \sum_{\beta=L,T} R^{+\alpha\beta} d_i^{+\beta} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{+\beta} \cdot \mathbf{x}} \right\} \text{ in } D \quad (15)$$

$$\bar{u}_i^{free} = \sum_{\alpha=\bar{L},\bar{T}} \left\{ p_0 R^{-F\alpha} \times \sum_{\beta=\bar{L},\bar{T}} R^{-\alpha\beta} d_i^{-\beta} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{x}} \right\} \text{ in } \bar{D} \quad (16)$$

上式のうち透過率 $R^{-F\alpha}$ ($\alpha=L, T$) は式(10),(11)に示す自由場の表現を，式(5)~(7)に代入する事により既知とでき，これらを用いて反射率 $R^{+\alpha\beta}$ ($\beta=L, T$) と透過率 $R^{-\alpha\beta}$ ($\beta=\bar{L}, \bar{T}$) は式(15),(16)の表現を境界 B_1 に関する境界条件(8),(9)に代入して境界 B_1 上のすべての点で $s_{ij} \rightarrow \infty$ とすることにより得られる．

3.3 界面クラックの開口変位

領域 D における全波動場 u_i は、自由場 u_i^{free} と界面クラックによる散乱場 u_i^{sc} の和として次のように表される。領域 \bar{D} についても同様である。

$$u_i = u_i^{free} + u_i^{sc} \text{ in } D \quad (17)$$

$$\bar{u}_i = \bar{u}_i^{free} + \bar{u}_i^{sc} \text{ in } \bar{D} \quad (18)$$

本論文では固体領域 D の厚さが D 内での多重反射を考慮しなくてよい程度に厚い場合を対象としているので、境界 B_1 に関する自由場の表現式 (15) および式 (16) を境界 B_1 に存在するクラックに対する入射波として与えることにより、クラックの開口変位を以下の境界積分方程式により求めることができる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_i(\mathbf{x}) - \int_{B_1+S} U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) s_{jk} \{ \bar{u}_k(\mathbf{y}) - u_k(\mathbf{y}) \} ds_y \\ + p.v. \int_{B_1+S} T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_j(\mathbf{y}) ds_y = g_i^{free}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad \mathbf{x} \in B_1 \cup S \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\bar{u}_i(\mathbf{x}) - \int_{B_1+S} \bar{U}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) s_{jk} \{ u_k(\mathbf{y}) - \bar{u}_k(\mathbf{y}) \} ds_y \\ + p.v. \int_{B_1+S} \bar{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \bar{u}_j(\mathbf{y}) ds_y = \bar{g}_i^{free}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad \mathbf{x} \in B_1 \cup S \quad (20)$$

ここで、 $U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は基本解、 $T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は表面力核、 \mathbf{x} と \mathbf{y} は位置ベクトルである。 g_i^{free} および \bar{g}_i^{free} は自由場の積分からなる次のような既知量である。

$$\begin{aligned} g_i^{free}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}u_i^{free}(\mathbf{x}) - \int_{B_1+S} U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_j^{free}(\mathbf{y}) ds_y \\ + p.v. \int_{B_1+S} T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_j^{free}(\mathbf{y}) ds_y \end{aligned} \quad \mathbf{x} \in B_1 \cup S \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \bar{g}_i^{free}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\bar{u}_i^{free}(\mathbf{x}) - \int_{B_1+S} \bar{U}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \bar{t}_j^{free}(\mathbf{y}) ds_y \\ + p.v. \int_{B_1+S} \bar{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \bar{u}_j^{free}(\mathbf{y}) ds_y \end{aligned} \quad \mathbf{x} \in B_1 \cup S \quad (22)$$

上式で自由場による表面力は、表面力作用素を $T_{ij}^n(\partial_y)$ として $t_i^{free}(\mathbf{y}) = T_{ij}^n(\partial_y) u_j^{free}(\mathbf{y})$ である。境界積分方程式 (19), (20) を離散化して数値積分を実行して解くことにより、境界上のクラック S の開口変位 $[u_i] = u_i - \bar{u}_i$ を決定できる。

3.4 水中遠方圧力場の表現

境界 B_1 上に存在するクラック S の開口変位 $[u_j(\mathbf{y})] = u_j(\mathbf{y}) - \bar{u}_j(\mathbf{y})$ により生じた水中 D_0 の散乱圧力場 $p^{sc}(\mathbf{x})$ は次のように表現できる。

$$p^{sc}(\mathbf{x}) = \int_S \{ T_{jk}^n(\partial_y) G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \} [u_j(\mathbf{y})] ds_y \quad (23)$$

上式で G_k は固体 D 内の点 \mathbf{y} に作用する x_k 方向の集中力による水 D_0 内の点 \mathbf{x} における圧力を表すグリー

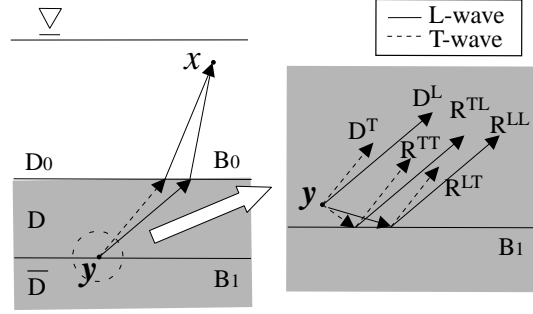


Fig.3 Wave components of Green function

ン関数である。いま、固体内の点 \mathbf{y} から水中の観測点 \mathbf{x} への各波動成分の伝播経路は Fig.3 のようになる。このときグリーン関数は多重反射の影響がない仮定の下で次のように書ける。

$$G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{\alpha=L,T} \{ D_k^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \sum_{\beta=L,T} R_k^{\beta\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \} \quad (24)$$

上式で D_k^α は点 \mathbf{y} から境界 B_0 に直接到達する波動成分 (L, T) であり、 $R_k^{\beta\alpha}$ は界面 B_1 で反射してから境界 B_0 に到達する波動成分 (LL, LT, TL, TT) である。これら、 D_k^α と $R_k^{\beta\alpha}$ は次のように表すことができる。

$$D_k^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{i}{4\pi\mu} \left(\frac{c_T}{c_\alpha} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} (\nu^\alpha)^{-1} R^{\alpha F} d_k^{+\alpha} \times e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{+\alpha} \cdot \mathbf{y}} e^{-ik_F \mathbf{p}^{+F} \cdot \mathbf{x}} d\zeta_\alpha \quad (25)$$

$$R_k^{\beta\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{i}{4\pi\mu} \left(\frac{c_T}{c_\beta} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} (\nu^\beta)^{-1} R^{\alpha F} R^{\beta\alpha} d_k^{-\beta} \times e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{y}} e^{-ik_F \mathbf{p}^{+F} \cdot \mathbf{x}} d\zeta_\beta \quad (26)$$

ここで、 $\zeta_{\alpha,\beta} = c_{\alpha,\beta} \zeta / c_F$ であり、 μ は固体 D 内のせん断剛性、 $R^{\alpha F}$ は界面 B_0 による透過率であり、 B_0 上の境界条件 (5) ~ (7) を用いて決定できる。 $R^{\beta\alpha}$ は界面 B_1 による反射率であり、節 3.2 で求めたものと等しい。

上のグリーン関数の表現式 (25) と (26) 中の無限積分は、計測点 \mathbf{x} が $|\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$ ($\mathbf{y} \in S$) かつ $k_F |\mathbf{x}| \gg 1$ とみなせる遠方に位置している場合には、最急降下法 (10) により次のように近似的に評価できる。

$$D_k^\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_F |\mathbf{x}|}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| - \frac{\pi}{4})} \check{D}_k^\alpha e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{+\alpha} \cdot \mathbf{y}} \Big|_{\zeta = \sin \theta_x} \quad (27)$$

$$R_k^{\beta\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_F |\mathbf{x}|}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| - \frac{\pi}{4})} \check{R}_k^{\beta\alpha} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{y}} \Big|_{\zeta = \sin \theta_x} \quad (28)$$

ここで、 $\theta_x = \sin^{-1}(-x_1/|\mathbf{x}|)$ であり、これらの近似式を式 (23) と (24) で表される散乱波の積分表現中のグリーン関数に代入することにより、次のような遠方散乱圧力場の表現を得る。

$$p^{sc}(\mathbf{x}) \approx \sum_{\alpha=L,T} \sqrt{\frac{2}{\pi k_F |\mathbf{x}|}} e^{i(k_F |\mathbf{x}| - \frac{\pi}{4})} \Omega_F^\alpha(k_F) \quad (29)$$

ここで, $\Omega_F^\alpha(k_F)$ ($\alpha=L, T$) は次のようになる.

$$\Omega_F^\alpha(k_F) = \int_S T_{jk}^n(\partial_y) \{ \check{D}_k^\alpha e^{ik_\alpha \mathbf{p}^{+\alpha} \cdot \mathbf{y}} + \sum_{\beta=L, T} \check{R}_k^{\beta\alpha} e^{ik_\beta \mathbf{p}^{-\beta} \cdot \mathbf{y}} \} |_{\zeta=\sin\theta_x} [u_j(\mathbf{y})] ds_y \quad (30)$$

上式は水中の遠方における散乱圧力場の円筒波成分を除いた振幅を表しており, 散乱振幅と呼ぶ. クラックの幾何的情報はすべて散乱振幅に含まれている. 指標 α は水中の散乱圧力場の生成に寄与した固体 D 内の波動モード ($\alpha=L, T$) を示している. また \check{D}_k^α と $\check{R}_k^{\beta\alpha}$ は式 (27), (28) の近似より生じる係数である.

4. 時間域波形の解析と計測

ここでは周波数領域で得られた散乱振幅 $\hat{\Omega}_F^\alpha(k_F)$ を用いて, 与えられた任意の入射波形の時刻歴に対する散乱振幅の時刻歴を以下の逆変換式より求める.

$$\Omega_F^\alpha(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Omega}_F^\alpha(f) \hat{f}(f) e^{-i2\pi ft} df \quad (31)$$

ここで, $\hat{f}(f)$ として実験で求められる時間域波形を用いることとし, 解析条件とほぼ同等の計測実験より実測される時間域波形と比較する. なお, $\hat{\Omega}_F^\alpha(f)$ は関係式 $2\pi f = k_F c_F$ をもとに, 式 (30) の解析結果から得られる.

4.1 計測実験用アルミニウム製供試体

用いた供試体を Fig.4 に示す. 供試体は高さ 40mm, 幅 50mm, 長さ 400mm のアルミニウム製の角棒であり中央部に長さ 4mm および 6mm の 2 次元模擬クラックを幅方向に放電加工で製作した. 模擬クラックの位置は表面から 20mm, 模擬クラックの厚さは実測でおおよそ 0.5mm である. 計測は水中に設置した同一の探触子を用いて超音波の送信と受信を行う水浸パルスエコー法とし探触子は公称中心周波数 5MHz のものを用いた. 供試体を水槽中の PC 制御されるターンテーブルに固定し超音波の供試体への入射角 θ_0 を操作した.

水中から供試体表面に鉛直に超音波パルスを送信し, 供試体表面で反射した波形を受信したものを Fig.5 に示す. データは 0.016 μ s 間隔で 2048 データを計測した. この波形には受信探触子の特性も含まれているが, アルミニウム表面で反射した波形の位相は入射波形の位相と同じであることから, 本論文では入射波形 $f(t)$ として用いることにする. 用いたフーリエスペクトル $\hat{f}(f)$ の絶対値を Fig.6 に示す. 最大値が 1 となるように正規化し, 以降の数値解析に用いた.

4.2 数値解析条件

製作した供試体をモデル化して数値解析により散乱振幅 $\hat{\Omega}_F^\alpha(f)$ を求める. Fig.7 に解析モデルを示す. ここでは領域 D_0 を水, 領域 D および \bar{D} をアルミニウムとする. アルミニウム中の縦波波速を $c_L=6420m/s$, 横波波速を $c_T=3040m/s$ ⁽¹¹⁾ とすると領域 D および \bar{D} における波長は $\lambda_L=1.28mm$, $\lambda_T=0.61mm$ となる. ま

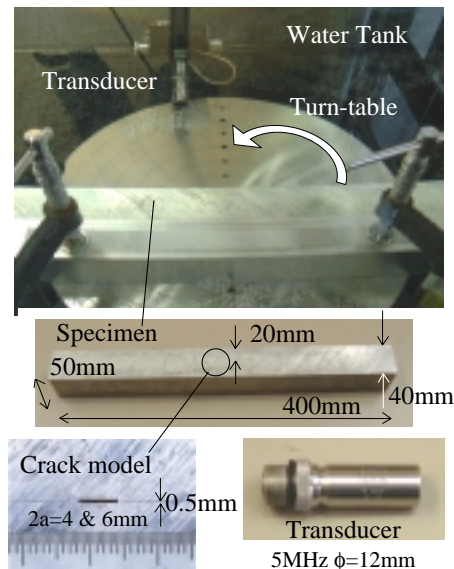


Fig.4 Specimen, crack model and transducer

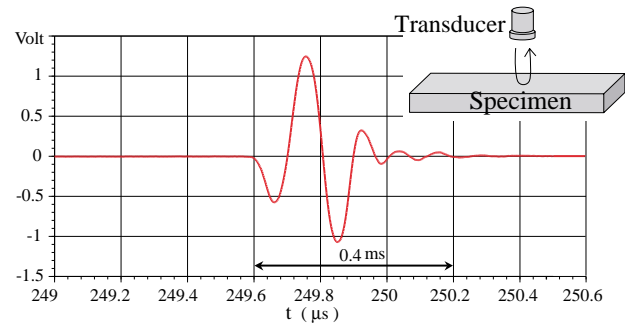


Fig.5 Incident waveform $f(t)$ from the surface of aluminum specimen

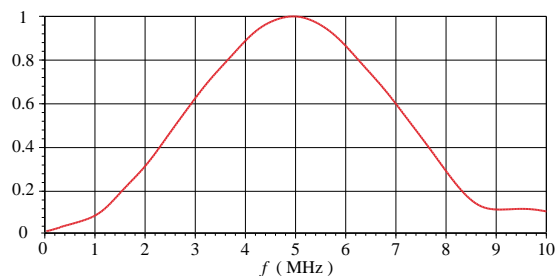


Fig.6 Fourier spectrum $|\hat{f}(f)|$ of the incident waveform

た縦波が供試体表面とクラック間 20mm を往復するのに要する時間は 6.23 μ s と計算され, Fig.5 に示したパルスのおよその継続時間 0.4 μ s に比較して十分に長く, 供試体表面とクラックとの多重反射を考慮しなくてよい. また, アルミニウムの密度を 2700kg/m³, 水中の音速を $c_F=1480m/s$, 水の密度を 1000kg/m³ とした. 領域 D_0 より入射角 θ_0 で Fig.5 に示す時刻歴を持つ中心周波数 5MHz の平面圧力波が入射する. 計測はパルスエコー法とすることから, $\theta_0=\theta_x$ である. クラック長 $2a=4mm$, 入射, 観測角 $\theta_0=4^\circ$, および $2a=6mm$, $\theta_0=8^\circ$ として数値解析を行った.

4.3 数値解析結果

Fig.8 に $2a=4mm$, $\theta_0=4^\circ$ として得た縦波散乱振幅 $\hat{\Omega}_F^L(f)$, および横波散乱振幅 $\hat{\Omega}_F^T(f)$ の絶対値を入射波

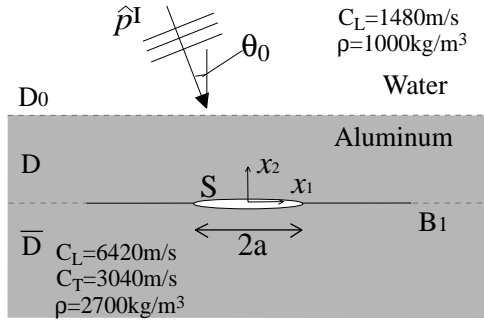


Fig.7 Numerical model

の圧力振幅 p_0 で無次元化したものを横軸を周波数軸として示す．Fig.9は $2a=6mm$, $\theta_0=8^\circ$ とした解析結果である．

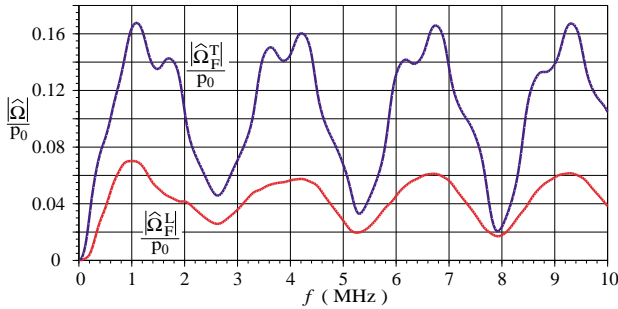


Fig.8 Scattering amplitude $|\hat{\Omega}_F^\alpha(f)|$ obtained from numerical analysis ($2a=4mm$, $\theta_0=4^\circ$)

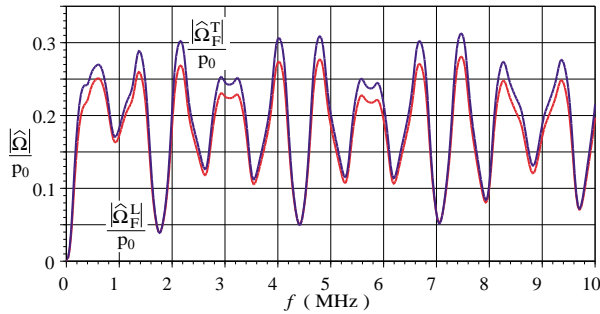


Fig.9 Scattering amplitude $|\hat{\Omega}_F^\alpha(f)|$ obtained from numerical analysis ($2a=6mm$, $\theta_0=8^\circ$)

Fig.8, Fig.9より散乱振幅はかなりの低周波域から周波数に対する振動特性を有していることがわかる．また, $|\hat{\Omega}_F^L(f)|$ と $|\hat{\Omega}_F^T(f)|$ の振動特性は周波数に対して共通していることがわかる．

入射波の周波数特性 $\hat{f}(f)$ をかけた散乱振幅 $|\hat{\Omega}_F^\alpha(f)\hat{f}(f)|$ を Fig.10と Fig.11に示す． $|\hat{\Omega}_F^\alpha(f)\hat{f}(f)|$ は Fig.5に示す時刻歴をもつ平面圧力波を入射波とした場合の周波数域の散乱振幅の絶対値に対応している．Fig.10が $2a=4mm$, $\theta_0=4^\circ$ の場合, Fig.11が $2a=6mm$, $\theta_0=8^\circ$ の場合に対応する結果である．

用いた波速より欠陥モデルから表面までの距離である $20mm$ を伝播する時間は縦波で $3.12\mu s$, 横波で $6.58\mu s$ となる．このことから欠陥で生じた縦波散乱波と横波散乱波には水との境界に到達した時に $3.46\mu s$ の時間差が生じる．この時間差はパルスのおよその継続時間

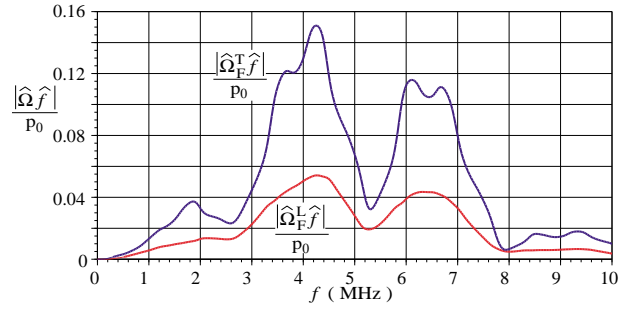


Fig.10 $|\hat{\Omega}_F^\alpha(f)\hat{f}(f)|$ obtained from numerical analysis ($2a=4mm$, $\theta_0=4^\circ$)

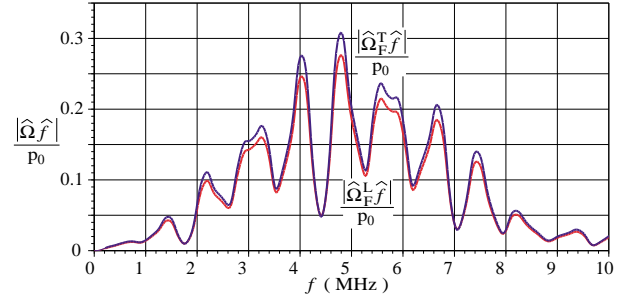


Fig.11 $|\hat{\Omega}_F^\alpha(f)\hat{f}(f)|$ obtained from numerical analysis ($2a=6mm$, $\theta_0=8^\circ$)

$0.4\mu s$ に比較して十分に長く, 縦波成分と横波成分とは分離して計測が可能である．以下ではクラックで散乱された縦波成分のみを考えることにする．

4.4 計測による時間域波形との比較

式(31)より $\hat{\Omega}_F^L(f)\hat{f}(f)$ (Fig.10,11には $|\hat{\Omega}_F^L(f)\hat{f}(f)|$ が示してある.) を逆フーリエ変換することにより時間域の散乱振幅 $\Omega_F^L(t)$ が求められる．ここでは水浸法による計測で得られたクラックからの散乱波形も示し, 両者を比較する．ただし計測値は電気信号に変換された値 (Volt) を用いるため, 比較上, 大きさに意味は無く, 時間域の波形のみに着目する．

Fig.12にクラック長 $2a=4mm$, 入射角 $\theta_0=4^\circ$ の場合に対し, 数値解析により得られた縦波散乱振幅 $\Omega_F^L(t)$ を示す．Fig.13に対応する計測によって得られた散乱波形を示す．両図の横軸のスケール間隔は $0.5\mu s$ に統一した． $\Omega_F^L(t)$ の形状と模擬クラックからの散乱波形を比較すると波形形状は概ね一致しているといえる．両図中の波形は, 位相がほぼ反転している2つの波形から成っているが, これらはクラック端部からの回折波(端部エコー)を捕らえたものであると考えられる．解析に用いた波速 c_F, c_L と入射角 θ_x およびクラック長より, 2つの回折波の観測される時間差を計算すると $0.38\mu s$ となる．Fig.12に示した $\Omega_F^L(t)$ の対応する2つの波形のピーク間隔はこれと一致する．Fig.13の計測による散乱波形ではピーク間隔は $0.29 \sim 0.31\mu s$ となり, 解析結果と $0.08\mu s$ 程度の差がある．

次に $2a=6mm$, $\theta_0=8^\circ$ とした場合について, Fig.14に数値解析による $\Omega_F^L(t)$ を, Fig.15に計測による後方散乱波形を示す． $\Omega_F^L(t)$ を計測波形と比較すると, 位

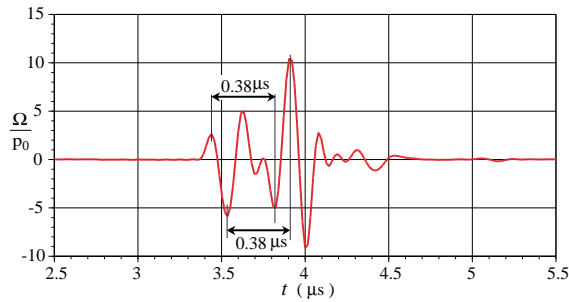


Fig.12 Scattering amplitude $\Omega_F^L(t)$ obtained from numerical analysis ($2a=4mm, \theta_0=4^\circ$)

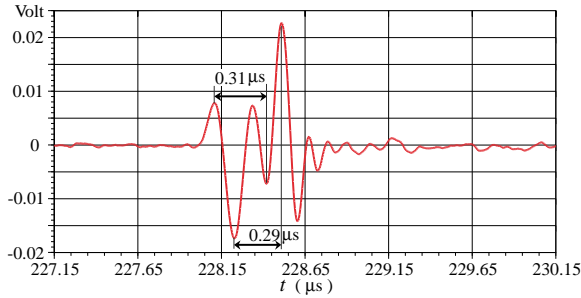


Fig.13 Measured waveform ($2a=4mm, \theta_0=4^\circ$)

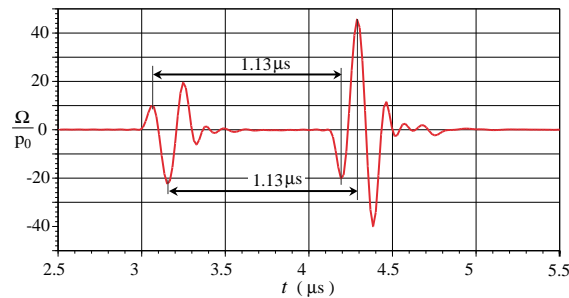


Fig.14 Scattering amplitude $\Omega_F^L(t)$ obtained from numerical analysis ($2a=6mm, \theta_0=8^\circ$)

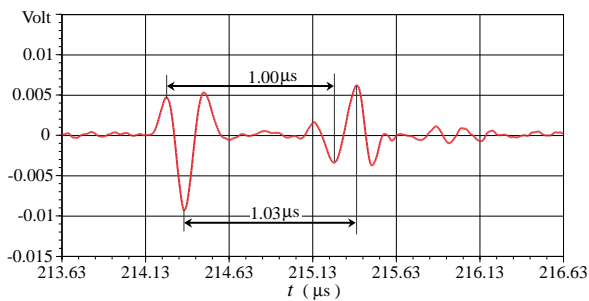


Fig.15 Measured waveform ($2a=6mm, \theta_0=8^\circ$)

相は概ね一致しているものの、 $\Omega_F^L(t)$ の波形形状は後に現れる波形の振幅の方が大きくなっているのに対し、計測波形では初めに現れる波形の振幅の方が大きい。またこの場合の端部エコー間隔は $1.13\mu s$ と計算され、Fig.14に示した $\Omega_F^L(t)$ の対応する2つの波形のピーク間隔はこれに一致するが、計測波形では $1.00 \sim 1.03\mu s$ となり解析結果と $0.1\mu s$ 程度の差が生じた。

計測波形と数値解析値の差の原因として、供試体中の波速、水中の音速が解析で用いた値と異なること、入射角が正しく調整されていないこと、模擬クラックの

厚みが $0.5mm$ と比較的厚いこと等が考えられる。水中の音速の実測値 $c_F=1469m/s$ とアルミニウムの縦波波速の実測値 $c_L=6428m/s$ より求めた端部エコー間隔は、解析で用いた音速より求めたものと $0.01\mu s$ 程度の差しか生じず、音速の差の影響は小さいと考えられる。本計測は $\theta_0=4^\circ$ と $\theta_0=-4^\circ$ で得た波形が等しくなるよう供試体と探触子との角度を調整して行っているが、入射角が正しく調整されていないと仮定すると、ここで生じた端部エコー間隔の時間差は観測角で 0.9° 程度の差となる。他に模擬クラックの厚さが $0.5mm$ と比較的厚いことによる影響が考えられるが、今後の詳細な検討が必要である。

5. 結論

水中の固体中に存在するクラックによる水中遠方圧力場の散乱振幅を、境界要素法を利用して計算する過程を要約し、フーリエ変換法に基づいた時間域応答解析を行って、水中遠方圧力場の散乱振幅の時刻歴を得た。得られた縦波散乱振幅の時刻歴は、解析とほぼ同じ条件で行った計測で得られた後方散乱波の波形と概ね一致した。

解析と計測結果において現段階では、振幅と時間共に若干の差が見られ、模擬クラックの厚さの影響等に関してさらに詳細な検討が必要である。

参考文献

- (1) 廣瀬壯一: SH 板波の散乱解析への境界要素法の応用, 境界要素法論文集, 14(1997), pp.43-46.
- (2) 吉川仁, 西村直志, 小林昭一: レーザ計測を用いた欠陥決定問題のためのトランスデューサ特定同定解析と並列 BIEM による検証, 境界要素法論文集, 17(2000), pp.59-64.
- (3) 白幡弘実, 三木千壽: 突合溶接部表面近傍に位置する面状欠陥検出のための超音波探傷斜角法, 土木学会論文集, 619/I-47(1999), pp.279-291.
- (4) Charlesworth, J.P. and Temple, J.A.G.: Engineering Applications of Ultrasonic Time-of-Flight-Diffraction -2nd ed., (2001), RSP Ltd.
- (5) Niwa, Y., Kitahara, M. and Ikeda, H.: The BIE approach to transient wave propagation problems around elastic inclusions, *Theoretical and Applied Mechanics*, 32(1982), pp.183-198.
- (6) Niwa, Y., Hirose, S. and Kitahara, M.: Application of the boundary integral equation (BIE) method to transient response analysis of inclusions in a half space, *Wave Motion*, 8(1986), pp.77-91.
- (7) Cruse, T.A. and Rizzo, F.J.: A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem I, *J. Math. Anal. Appl.*, 22(1968), pp.244-259.
- (8) Cruse, T.A.: A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem II, *J. Math. Anal. Appl.*, 22(1968), pp.341-355.
- (9) 北原道弘, 印 建華: 超音波による界面クラック長の一推定, 構造工学論文集, 42A(1991), pp.357-364.
- (10) Achenbach, J.D., Gantesen, A.K. and McMaken H.: Ray Methods for Waves in Elastic Solids, (1982), Pitman Pub.
- (11) 日本学術振興会弾性波素子技術第 150 委員会 (編): 弾性波素子技術ハンドブック, (1991), オーム社