

レーザ計測を用いた欠陥決定問題のための トランスデューサ特性同定解析と並列BIEMによる検証

Identification of ultrasonic transducer characteristics for the determination of defects
based on laser measurements and their verification with a parallel BIEM

吉川 仁¹⁾, 西村 直志²⁾, 小林 昭一³⁾

Hitoshi YOSHIKAWA, Naoshi NISHIMURA and Shoichi KOBAYASHI

- 1) 京都大学大学院, (〒606-8501 京都市左京区吉田本町, Email: yosikawa@gsp.sun1.gee.kyoto-u.ac.jp)
 2) 京都大学工学研究科, (〒606-8501 京都市左京区吉田本町, Email: nchml@gge.kyoto-u.ac.jp)
 3) 福井工業大学工学部, (〒910-8505 福井市学園3-6-1, Email: kbysh@terra.dti.ne.jp)

An inverse problem of determining the elastic wave produced by an ultrasonic transducer from laser velocimetry data is considered. The quality of the inversion is tested via a comparison between simulation results obtained with a 3 dimensional time domain elastodynamic BIEM using MPI and experimental data. The agreements of these results are seen to be satisfactory. The feasibility of the determination of defects based on laser measurements is also investigated.

Key Words: BIEM, inverse problem, ultrasonic transducer, laser interferometer

1. 序論

構造部材内の欠陥を非破壊的に発見し、その位置や形状を決定することは非破壊評価法の基本的なテーマである。関連する逆問題の境界積分方程式法を用いた解法は以前より研究がなされており、特に、超音波を用いた非破壊評価に関連する問題については様々なバリエーションが取り扱われている⁽¹⁾。しかし、最近までは実データを用いた逆問題を解くことは容易ではなかった。その理由は計測に用いられる超音波トランスデューサの出力がどのような物理量に対応するのか、今一つ判然としないことである。この問題は、弾性波動に伴う粒子速度の計測にレーザ干渉計を用いる事で解決される。この方法によれば、数MHz程度の現象を非接触的に計測でき、得られた量ははっきりした物理的意味を有するからである。しかし実際の波形情報を用いる超音波計測では何らかの入射波を用いることになるが、その特性は明確ではない。そこでレーザ計測により得られたデータを用いて逆解析を行ない、入射波の特性を決定する事が必要になる。逆解析により入射波が決定されると、これを境界条件の一部とする境界値問題を境界積分方程式法を用いて解き、欠陥からの散乱波を求める事が出来るので、欠陥形状決定逆

問題の解析が可能になる。これまでに実データを用いた解析は、筆者らによるクラック問題の2次元領域での解析⁽²⁾や、円筒状の欠陥を持つ3次元領域での解析⁽³⁾が行なわれているが、いずれの場合も、測定値と解析値は必ずしも良く一致しているとはいえなかった。その原因としては、トランスデューサの等価力を接触面で一様としていることや、積分方程式を離散化する際の境界のメッシュ分割数やタイムステップ数が計算機のメモリにより制限され、十分な精度を持つ解が得られなかったことが挙げられる。これらの点を解決するために、本報ではトランスデューサの等価力の分布の影響を考える。またMPI(Message-Passing Interface)⁽⁴⁾によりコードの並列化を行い、大規模問題を取り扱うことで解析解の精度を向上させる。

本報は、レーザ計測によって得られたデータを用いて本格的な欠陥決定問題を解くための準備として、前報⁽³⁾に引き続き、トランスデューサから発生する弾性波を決定する数値的手法を開発する。また、数値的に復元された入射波を用いて欠陥の位置、形状決定がどの程度の精度で行われるかを調べる。

本報の構成は次のとおりである。まず、レーザによる超音波計測の概要を説明する。実験には人工欠陥を

持つ供試体を用い、供試体表面の複数の点で一定時間速度計測を行なう。計測を行った時間内において欠陥や供試体の側面、底面からの散乱波の影響が無視できる計測点でのデータを用いてトランスデューサから発生する弾性波を決定する。この際、Lambの式⁽⁵⁾を積分したものを核とする第1種積分方程式を解く必要が生じ、その数値的な不安定さを解消するためTikhonovの正則化⁽⁶⁾を用いる。これらの手法について述べた後、実データを用いて逆解析を行い数値手法の適応性を検討する。数値的に復元された等価力の周波数がトランスデューサの中心周波数とほぼ一致している事やデータとの適合度が高いことを確認した後、欠陥からの散乱波の影響を受ける点で計測データと数値解との比較を行なう。数値解析には境界積分方程式法を用いる。実データとの比較を行なう上で大規模問題を解く必要が生じるため、MPIによるコードの並列化を行なう。計測データと解析解はほぼ一致しており、欠陥からの散乱波についてもかなりの精度で数値的に復元できる事が示される。最後に、レーザ計測による実データを用いて構造物内に存在する欠陥を決定するごく簡単な逆問題を解くことを試みる。

2. 実験の概要

Fig.1 に使用した供試体を示す。供試体はアルミ合金製の直径 200mm、高さ 49.8mm の円柱である。供試体中央に上面から 5.4mm の位置から底面へ突き抜ける直径 19.8mm の円柱形の穴を人工的に作成し、これを構造物内に存在する欠陥のモデルとする。この供試体を除振台の上に支持し、ソニックス社製超音波トランスデューサ（500KHz、振動面の直径= 14.5mm、振動子の直径= 12.7mm）を供試体中央から 20mm 離れた位置に取り付ける。カップラントにはシリコングリースを使用する。トランスデューサには RITEC 社製のパルサにより電気パルスを入力し、超音波を発生させる。レーザを用いた速度計測は、図中の点 L_{1-4} および R_1 において行なう。点 L_1 と R_1 は供試体中央から 22mm 離れたところに位置し、点 L_{1-4} の間隔は 5mm とした。使用したレーザ干渉計は小野測器製で、1Hz から 2.5MHz の周波数まで測定可能である。レーザ干渉計は速度に比例する電圧を発生し、これを LeCroy 社製デジタルオシロスコープにより計測する。なお、使用する計測データは 5000 回の計測結果の平均をおこない S/N 比を向上させたものである。

なお、点 L_{1-4} で計測されるデータは、ある時間までは欠陥からの散乱波の影響を受けないことから、これらを用いてトランスデューサ特性の同定を行う。次に、復元された波動場が、欠陥からの散乱波に大きく影響を受ける点 R_1 での応答を予測できるかを確かめる。

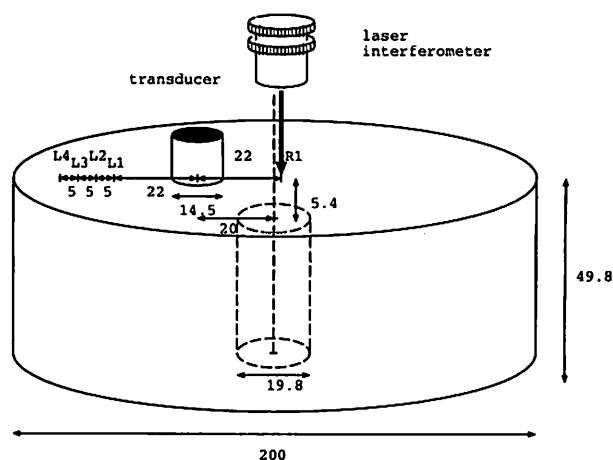


Fig.1 Specimen. (unit: mm)

3. 逆解析

3.1 定式化

トランスデューサの供試体に及ぼす作用を、 N_P 個の時間変動を伴う鉛直方向等価力 $p_\ell(t)$, ($\ell = 1, \dots, N_P$) であらわす。この仮定に基づき次の積分方程式を得る。

$$V^j(t) = \sum_{\ell} \int_0^t k_{\ell}^j(t-s) p_{\ell}(s) ds \quad (1)$$

$$(j = 1, \dots, N_M, \ell = 1, \dots, N_P)$$

ここで、 $k_{\ell}^j(t)$ は $p_{\ell}(t) = \delta(t)$ としたときの x^j での変位の法線成分、 $V^j(t)$ は x^j においてレーザ速度計により測定される速度の法線成分、 N_M は計測点の数である。上式を直接解く事は数値的に不安定であるのでTikhonovの方法論に従い、コスト関数

$$J = \sum_j \int_0^T (V^j(t) - \sum_{\ell} \int_0^t k_{\ell}^j(t-s) \cdot p_{\ell}(s) ds)^2 dt + \sum_{\ell} \epsilon \int_0^T \dot{p}_{\ell}^2(s) ds \quad (2)$$

を導入し J の最小値を与えるものとして $\dot{p}_{\ell}(t)$ を決定する。ここに T は十分に大きな数であり ϵ はTikhonovのパラメータである。式(2)の変分を計算して0とおくことにより、次の積分方程式を得る。

$$\epsilon p_{\ell}(s) + \sum_k \int_0^T K_{ek}(s, \tau) \cdot \dot{p}_k(\tau) d\tau = \sum_j \int_s^T k_{\ell}^j(t-s) \cdot V^j(t) dt \quad (3)$$

$$K_{ek}(s, \tau) = \sum_j \int_{\max(s, \tau)}^T k_{\ell}^j(t-s) \cdot k_k^j(t-\tau) dt$$

パラメータ ϵ の決定には L-curve⁽⁷⁾ を用いる。この式を \dot{p}_{ℓ} について解けば逆問題が解ける。

3.2 解析例と結果

Fig.1 で示した点 L_{1-4} で時間 $t_0 \leq t \leq t_1$ の間に計測された速度データを用いて \dot{p} を決定する逆解析を行った。ここで、 t_0 は点 L_1 での波の立ち上がり時刻、 $t_1 = t_0 + dt$ 、 $dt = 6(\mu s)$ である。これらのデータは、供試体の側面及び底面からの反射波の影響を受けず、欠陥からの散乱波の影響もごくわずかであるため、解析領域を半無限領域と見なしてもかまわない。このため、式 (1)、(2)、(3) の $k_\ell^j(t)$ には Lamb の解を積分したものを用いた。なお、トランスデューサが供試体に及ぼす作用の分割数を $N_P = 2$ とし、 p_1 、 p_2 が Fig.2 で示す領域 ∂D_{t1} 、 ∂D_{t2} に一様に分布しているとする。

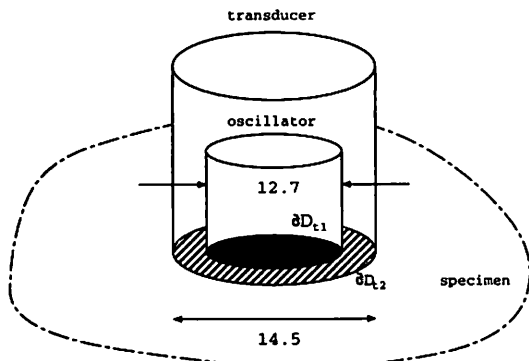


Fig.2 Transducer. (unit: mm)

横軸に $\log \left(\sum_j \int_0^T (V^j - \sum_\ell \int_0^t k_\ell^j \cdot p_\ell ds)^2 dt \right)$ 、
縦軸に $\log \left(\sum_\ell \int_0^T p_\ell^2 ds \right)$ を取り ϵ を変化させて L-curve (Fig.3) を描き、曲率が最大となる点の値 $\epsilon = 10^{-7}$ を式 (3) に代入し数値的に解く。得られた p_1 、 p_2 を Fig.4 に示す。 p_1 、 p_2 は値にやや乱れが見られるが概ね滑らかで、トランスデューサの周波数 (500KHz) との整合性もとれており、Tikhonov の正則化が機能しているのがわかる。なお、P波速度、S波速度はそれぞれ、 $c_L = 6400(\text{m/s})$ 、 $c_T = 3100(\text{m/s})$ を用いた。

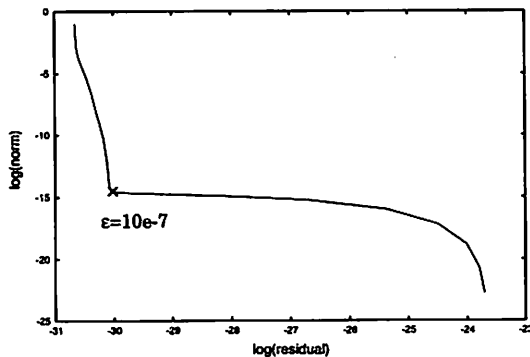


Fig.3 L-curve.

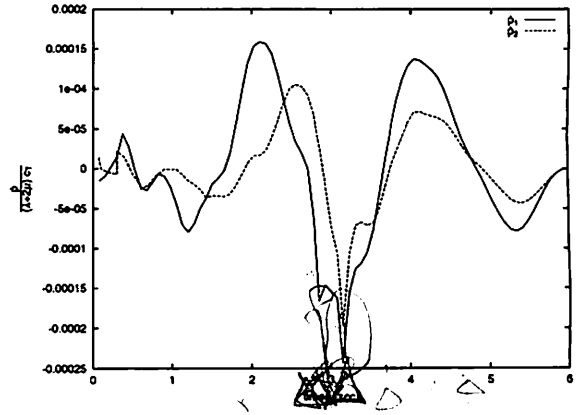


Fig.4 Estimated pressure rates between transducer and specimen.

次に、この結果と Lamb の解を用いて点 L_i での法線方向速度応答を逆算した結果を Fig.5 に曲線 eL_i で示す。実データとの比較のため各点での測定データも Fig.5 に曲線 mL_i で示す。各点における解析値は計測値とよく一致している。

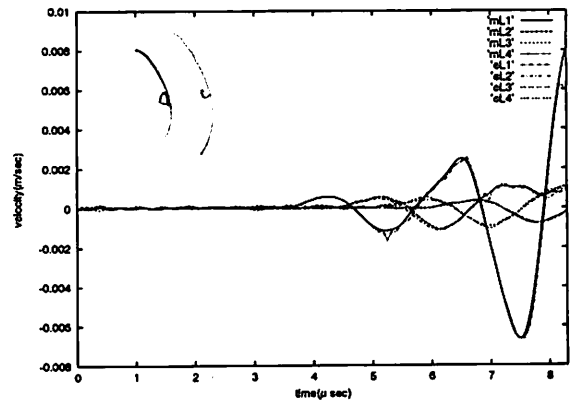


Fig.5 Computed and observed velocities at L_i .

4. 並列 BIEM による順解析と逆解析

4.1 定式化

前節で求めた、 p_1 、 p_2 を境界条件の一部として、次の未知速度 v に関する次の初期値境界値問題を考える。

$$\mu \Delta v + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot v = \rho \ddot{v} \quad \text{in } D \times (t > 0) \quad (4)$$

$$\dot{v} = 0 \quad \text{on } (\partial D \setminus (\partial D_{t1} \cup \partial D_{t2})) \times t > 0$$

$$\dot{t} = -\dot{p}_1(t)n \quad \text{on } \partial D_{t1} \times (t > 0)$$

$$\dot{t} = -\dot{p}_2(t)n \quad \text{on } \partial D_{t2} \times (t > 0)$$

$$v|_{t=0} = \dot{v}|_{t=0} = 0 \quad \text{in } D$$

ここに、 λ 、 μ はラメ定数、 ρ は密度、 t は単位法線ベクトル n を持つ表面での表面力、 D は円柱形状の欠陥の存在する 3次元半無限領域、 ∂D はその境界である。

このとき、式 (4) に対する境界積分方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}v_i(\mathbf{y}, t) &= \int_{\partial D} \int_0^t \Gamma_{ij}(\mathbf{y} - \mathbf{x}, t - s) \dot{t}_j(\mathbf{x}, s) ds dS \\ &\quad - \int_{\partial D} \int_0^t \Gamma_{Iij}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t - s) v_j(\mathbf{x}, s) ds dS \\ &\quad \mathbf{y} \in \partial D \quad (5) \end{aligned}$$

ここに、 f は Cauchy の主値を表す。 Γ_{ij} は 3 次元動弾性問題の基本解、 Γ_{Iij} は二重層核である。

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi\mu} \left[\frac{\delta(t - |\mathbf{x}|/c_T)}{|\mathbf{x}|} \delta_{ij} \right. \\ &\quad \left. - c_T^2 \partial_i \partial_j \left(\frac{(t - |\mathbf{x}|/c_T)_+}{|\mathbf{x}|} - \frac{(t - |\mathbf{x}|/c_L)_+}{|\mathbf{x}|} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\Gamma_{Iij} = (\lambda \Gamma_{im,m} \delta_{jk} + \mu (\Gamma_{ij,k} + \Gamma_{ik,j})) n_k$$

4.2 並列化

積分方程式を離散化するにあたり、空間方向に区分 constant の形状関数 $\phi^p(\mathbf{y})$ ($1 \leq p \leq N$) を時間方向に区分 linear の形状関数 $\psi^m(t)$ ($1 \leq m \leq N_T$) を導入する。 N は要素数、 N_T はタイムステップ数である。このとき、 v_i 、 \dot{t}_i は次のように近似できる。

$$\begin{aligned} v_i(\mathbf{y}, t) &\simeq \sum_{p=1}^N \sum_{m=1}^{N_T} \phi^p(\mathbf{y}) \psi^m(t) v_i(\mathbf{y}_p, m\Delta t) \\ \dot{t}_i(\mathbf{y}, t) &\simeq \sum_{p=1}^N \sum_{m=1}^{N_T} \phi^p(\mathbf{y}) \psi^m(t) \dot{t}_i(\mathbf{y}_p, m\Delta t) \end{aligned}$$

ここで、 Δt はタイムステップあたりの時間増分である。

また、2次元方向に行列を分割することで並列化を行なう。つまり、ランク k のプロセッサに p ($ps(k) \leq p \leq pe(k)$) 番目のメッシュ要素を割り当て、各プロセッサにおいて影響係数の計算、ストア、行列・ベクトル積演算を行なう。以上のことより次の代数方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}v_i(\mathbf{y}_q, n\Delta t) &= \sum_{k=1}^{N_{proc}} \sum_{p=ps(k)}^{pe(k)} \sum_{m=1}^n U_{qpij}^{n-m+1} \dot{t}_j(\mathbf{x}_p, m\Delta t) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{N_{proc}} \sum_{p=ps(k)}^{pe(k)} \sum_{m=1}^n T_{qpij}^{n-m+1} v_j(\mathbf{x}_p, m\Delta t) \end{aligned}$$

$$U_{qpij}^\ell = \int_{S_p} \int_0^{\ell\Delta t} \Gamma_{ij}(\mathbf{y}_q - \mathbf{x}, s) \phi^p(\mathbf{x}) \psi^\ell(s) ds dS$$

$$\begin{aligned} T_{qpij}^\ell &= \int_{S_p} \int_0^{\ell\Delta t} \Gamma_{Iij}(\mathbf{y}_q, \mathbf{x}, s) \phi^p(\mathbf{x}) \psi^\ell(s) ds dS \\ &\quad (1 \leq q \leq N, 1 \leq n, \ell \leq N_T) \end{aligned}$$

ここで、 N_{proc} は並列化に要するプロセッサ台数である。

4.3 解析例と結果

まず、順解析によりトランスデューサ特性同定結果を検証するため、 $N = 4080$ 、 $N_T = 110$ 、 $\Delta t = 0.075(\mu s)$ 、 $N_{proc} = 10$ として、Fig.1 の点 L_1 、 R_1 での法線方向速度応答を求めた。得られた数値解はそれぞれ Fig.7 の曲線 bL_1 、及び、Fig.8 の曲線 bR_1 である。比較のため、前報⁽³⁾の解法 ($N = 1216$ 、 $N_T = 55$ 、 $\Delta t = 0.15(\mu s)$ 、 p は一様分布) で求めた数値解を Fig.7 に曲線 $old-bL_1$ で、Fig.8 に曲線 $old-bR_1$ で、 L_1 、 R_1 での測定データをそれぞれ Fig.7 に曲線 mL_1 で、Fig.8 に曲線 mR_1 で示す。グラフより、大規模問題の解析で得られた解は以前の解よりもかなり計測データに近いものであることが見てとれる。

次に、欠陥決定問題がどの程度の精度で実行できるかを確認するために、欠陥の半径 r (mm) と表面からの深さ d (mm) のみを未知数とし点 R_1 での法線方向速度データから r 、 d を求める逆問題を解いてみる。そのために、次のようなコスト関数 E を導入し測定データとの誤差を計った。

$$E = \frac{1}{N_T} \sum_{m=1}^{N_T} (V_m^R - v_m^R(r, d) \cdot \mathbf{n})^2 \quad (6)$$

ここで、 V_m^R は点 R_1 で計測された $t = m\Delta t$ における法線方向速度成分の実データ、 $v_m^R(r, d)$ は欠陥の半径を r (mm)、表面からの深さを d (mm) として数値解析を行ない、得られた点 R_1 での粒子の速度である。

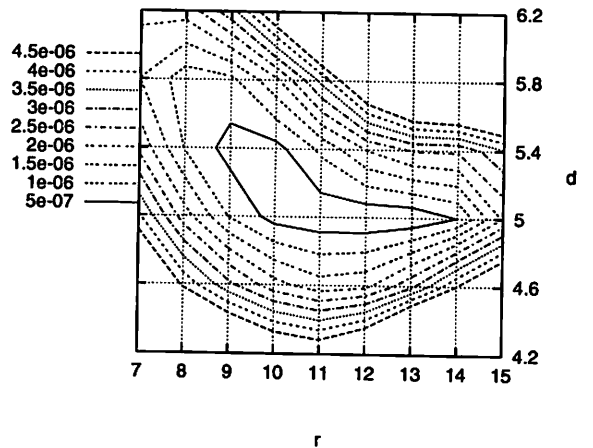


Fig.6 Contour line of E .

逆問題の解は E を最小にする (r, d) として求められる。 E の最小値を求めるには一般には非線形計画法が用いられるが、ここでは簡単のために (r, d) の格子点で E を評価して E を最も小さくする 4×4 の格子を得、これらのデータを 4 次多項式で最小自乗近似した上で近似コスト関数の最小値を求めた。その結果 $r = 12.05(\text{mm})$ 、 $d = 5.024(\text{mm})$ が得られた。なお、正解は半径 $r = 9.9(\text{mm})$ 、表面からの深さ $d = 5.4(\text{mm})$ である。

5. 結論

本報では、レーザ速度計測データを用いて欠陥の決定問題を解くための準備として、従来必ずしも十分な精度で解けることが確認できていなかったトランスデューサから発生する弾性波の決定問題の数値的手法を再検討した。具体的には、トランスデューサのモデル化や、使用するメッシュに注意し、特に後者については敢えて大規模な解析を行なうことによって精度上の問題が起こらないようにした。この結果、逆解析により復元されたトランスデューサの供試体に及ぼす作用の時間変動は、トランスデューサの振動子とほぼ同じ周波数を持つこと、決定された入射波を用いて境界積分方程式法による順解析を行なうと、欠陥からの散乱波もかなりの精度で再現できることなどが確認された。

これらのことから、高精度の解析を行えば、レーザ計測によりトランスデューサ特性を同定することが可能である事がわかった。さらに、実データを用いた欠陥決定逆解析も非常に簡単な場合ではあるが、数mm程度の誤差の範囲で欠陥の寸法や位置を決定することも結論された。しかし、現段階では境界積分方程式法による解析に多大な計算時間を要するために、一般的な欠陥決定問題を解くまでには至っていない。今後は多重極境界積分方程式法などの高速解法や近似解法の利用によって、実データを用いた欠陥決定逆解析を完成させる必要がある。

参考文献

- (1) N. Nishimura, In: *Theoretical and Applied Mechanics*, 46, G. Yagawa and C. Miki (Eds). Hokusensha Publ., Tokyo, pp.39-57, 1997.
- (2) 西村直志、小林昭一、境界積分方程式法とレーザ計測を用いたトランスデューサ特性同定問題の解法について、境界要素法論文集 vol.13, pp.107-112, 1996.
- (3) T. Kanbayashi, H. Yoshikawa, N. Nishimura and S. Kobayashi, Verification of ultrasonic transducer characteristics determined in an inverse problem based on laser measurements, to appear in Proc. ISIP2000.
- (4) W. Gropp, E. Lusk and A. Skjellum, Using MPI: Portable Parallel Programming with Message-Passing Interface, second edition, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1999.
- (5) C.A. Erigen and E.S. Suhubi, *Elastodynamics*, Vol.II, Academic Press, New York, 1975.
- (6) A.N. Tikhonov and V.I. Arsenin, *Solution of Ill-Posed Problems*, Halsted Press, 1977.
- (7) P.C. Hansen, Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve, *SIAM REVIEW* Vol.34, 561, 1992.

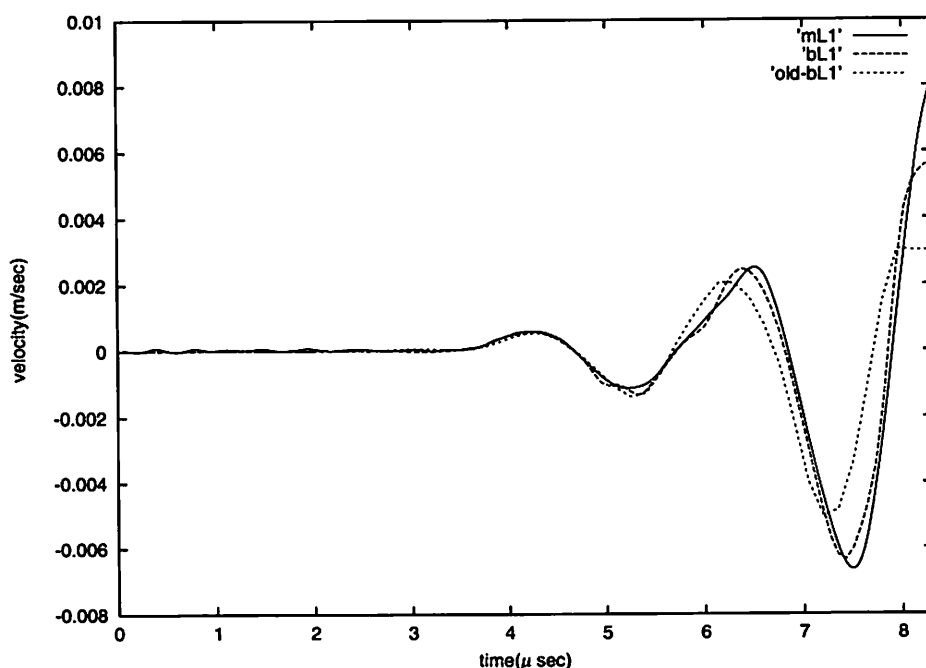


Fig.7 Computed and observed velocities at L_1 .

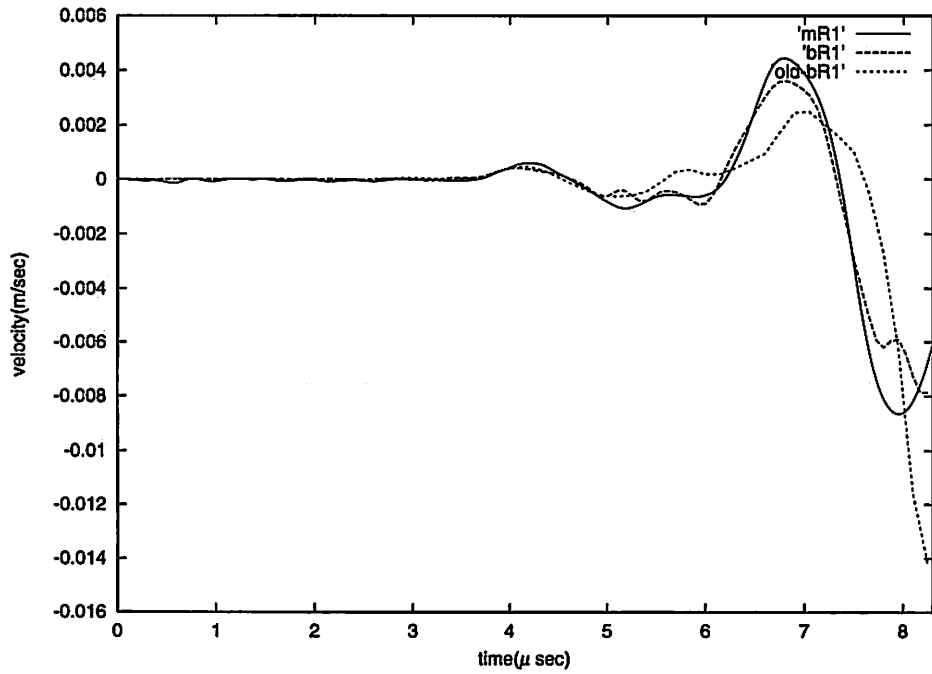


Fig.8 Computed and observed velocities at R_1 .