計算数理工学論文集 Vol. 9 (2009 年 12 月)，論文 No. 06-091211　　JASCOME

時間域境界要素法を用いた非線形超音波法における高調波の励起シミュレーション

SIMULATION OF HIGHER HARMONICS IN NONLINEAR ULTRASONIC TESTING USING TIME-DOMAIN BOUNDARY ELEMENT METHOD

斎藤　隆泰 [1)]，中畑　和之 [2)], 古田　雄輔 [3)]，廣瀬　壮一 [4)]

Takahiro SAITOH, Kazuyuki NAKAHATA, Yusuke FURUTA and Sohichi HIROSE

1) 東京工業大学大学院情報理工学研究科 (〒 152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1,E-mail:tsaitoh@qnde.mei.titech.ac.jp)
2) 愛媛大学大学院理工学研究科 (〒 790-8577 愛媛県松山市文京町 3,E-mail:nakahata@dpc.ehime-u.ac.jp)
3) 東京工業大学大学院情報理工学研究科 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1,E-mail:furuta.y.ab@m.titech.ac.jp)
3) 東京工業大学大学院情報理工学研究科 (〒 152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1,E-mail:shirose@cv.titech.ac.jp)

In recent years, a new ultrasonic nondestructive testing that utilizes nonlinear ultrasonic behavior generated in cracks or at a solid-solid interface has emerged. However, the mechanicsm of generating subharmonics and higher harmonics used in the testing is theoretically still not well understood. In this research, to simulate the higher harmonics, dynamic contact problems of a solid-solid interface with contact boundary conditions are investigated by the convolution quadrature time-domain boundary element method that can stably analyze wave propagation with small time increments. Numerical results show that stick-slip contact state excites odd-order higher harmonics.

Key Words: Time-Domain BEM, Nonlinear Ultrasonic Testing, Higher Harmonics.

1. はじめに

近年, 原子力分野をはじめとした重要構造物, 機器に対して, 非線形超音波法 (1) と呼ばれる新たな超音波非破壊評価手法が注目を集めている．非線形超音波法とは, 大振幅の超音波を, 構造材料内部における閉じたき裂や異種材料の接合界面における微視剥離等といった微視欠陥に入射させることにより得られる透過波を用いて欠陥の有無を診断する方法であり, 従来の線形超音波法では検出が不可能であるナノメートルオーダーの欠陥の検出が期待されている．一般的には, 大振幅入射超音波と, 微視欠陥との動的非線形作用により発生するとされる入射超音波の中心周波数の整数倍の周波数成分を含む高調波, または分数倍の周波数成分を含む分調波を利用することにより欠陥の有無を判断することとなる．実際, 医療の分野では, ハーモニックイメージングとして同様の考え方が先行適用されている (1)．しかしながら, 医療とは異なり, 弾性体を媒質とした構造材料に対する非線形超音波法の定量化には数多くの課題が残されている．特に, 非線形超音波法で利用する高調波・分調波の発生機構を理論的に解明することは, 実用化のためにも非常に重要であると思われる．

さて, 超音波非破壊評価の数値シミュレーションにおいて, これまで周波数域における境界要素法が広く利用されてきたものの (2), 本研究では非線形現象を扱うため, 時間域解法に頼らざるを得ない．しかしながら, 従来の時間域境界要素法では, 時間増分が小さい時の解の安定性に問題がある．さらに, 通常, 時間領域境界要素法では, 1 ステップあたりに進む波動伝播距離と要素長が適合する程度に計算パラメータを選ぶ必要があるが, 本研究で扱う異種材料接合界面における反射・透過問題では, 各材料において波速が異なるために, 界面接合部を同一要素で表現すると解の安定性に問題を与える可能性があり, 複雑なモデルを数千ステップに渡り精度良く安定に解析するのは難しいと考えられる．

そこで, 本論文では, Lubich により提案された Convolution Quadrature Method (CQM)(3) を時間域境界要素法に適用した方法 (4) を用いて, 非線形超音波法の数値シミュレーションを行い, 高調波発生機構について調べる．CQM の利用は時間域境界要素法における解の安定性を改善させ, 時間増分を小さく取ることが可能となるため, 本研究で扱うような異種材料を扱う波動伝播問題に対しては, 特に有効であると思われる．

以下では, まず, 高調波について簡単に説明した後, 異種材

2009 年 9 月 28 日受付，2009 年 11 月 6 日受理

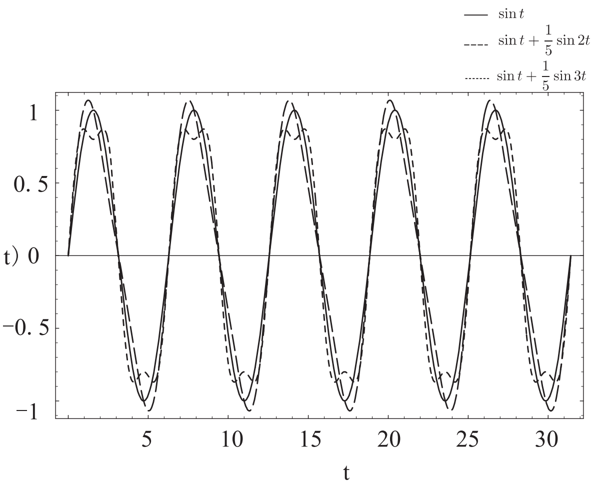

Fig. 1　Higher harmonics.

料接合界面における超音波の反射・透過問題を解くための, 一般的な時間域境界要素法の定式化, および CQM の適用方法について述べる．後に, 異種材料接合界面における欠陥部分の接合状態の取り扱い方法について述べる．最後に, 非線形超音波の数値シミュレーションを行い, 高調波の発生を再現する．

2. 高調波

まずはじめに, 高調波について簡単に補足しておく．例として, 正弦関数 $f(t) = \sin(\omega t)$ $(0 \le t \le 10\pi)$ を考える．正弦関数 $f(t)$ に, 何らかの非線形効果が加わり, 関数 $f'(t)$ へと波形が歪められたとしよう. この時の波形の歪効果を, 元の角周波数 ω の整数倍の角周波数 $n\omega (n = 1, 2, 3, \ldots)$ 成分を持つ振幅 a_n の正弦波の重ね合わせで表現するとすれば, 関数 $f'(t)$ は,

$$f'(t) = a_1 \sin(\omega t) + \sum_{n=2}^{\infty} a_n \sin(n\omega t) \tag{1}$$

で表わされる. 通常, 非線形超音波法で問題となるのは式 (1) の低次成分の項である．き裂や界面における欠陥を透過した超音波が元の角周波数 ω の n 倍の角周波数成分を含む場合, これを n 次の高調波と呼ぶ．Fig.1 は簡単のため $\omega = 1$ とし, 2 次, 3 次の高調波成分のみを加えた場合の例である．元の正弦関数 $\sin t$ に対し, 2 次, 3 次高調波成分を加えたものは, 波形が歪んでいることがわかる．

以下では, 異種材料接合界面における入射正弦波の反射・透過問題を考え, 低次な高調波を励起することを考える．

3. 異主材料接合界面における反射・透過問題

3.1. 解くべき問題

Fig.2 のような 2 つの固体から成る異種材料接合部における入射超音波の反射・透過問題について考える．以下では, 簡単のため, 変位および表面力は面外方向についてのみ考えることとし, それらをそれぞれ u, p で表現するとしよう．領域 D^I から入射する超音波は, 界面により反射・透過され, 一部

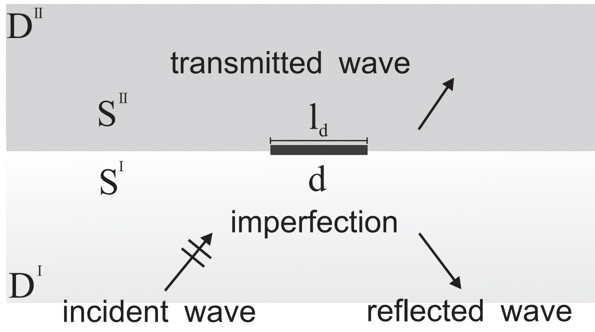

Fig. 2　Reflection and transmission at a solid-solid interface.

は長さ l_d の欠陥 d により散乱されるとする．通常の線形超音波法では, それぞれの領域間において変位, 表面力を常に線形として扱うが, 非線形超音波法では, 大振幅の入射超音波を与えることにより, 接合界面になんらかの動的非線形相互作用を発生させて, 非線形効果による透過波の波形歪を発生させる必要がある．そのため, 界面欠陥, すなわち不完全接合部における境界条件は, 後に説明するある規則の下に, 変化すると仮定する．このとき, 解くべき問題は, 界面を通過した透過波を時間領域境界要素法で求める問題へ帰着される．

3.2. 時間域境界要素法の定式化

一般に, 時間域において面外波動場は, 次の支配方程式を満たす．

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{2}$$

ここで t は時間, c_T は波速を表す．一方, 領域 D^I, D^{II} に対する時間域境界積分方程式は, それぞれの側の境界を S^I, S^{II} とし, 各領域の物理量を右上添字 I, II で表わすこととすれば, それぞれ次のように表わされる．

$$C(\boldsymbol{x})u^I(\boldsymbol{x}, t) = u^{\text{in}}(\boldsymbol{x}, t) + \int_{S^I} U(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, t) * p^I(\boldsymbol{y}, t) dS_y - \int_{S^I} T(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, t) * u^I(\boldsymbol{y}, t) dS_y : D^I \tag{3}$$

$$C(\boldsymbol{x})u^{II}(\boldsymbol{x}, t) = \int_{S^{II}} U(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, t) * p^{II}(\boldsymbol{y}, t) dS_y - \int_{S^{II}} T(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, t) * u^{II}(\boldsymbol{y}, t) dS_y : D^{II} \tag{4}$$

ここで, $u^{\text{in}}(\boldsymbol{x}, t)$ は入射波を表す項であり, $C(\boldsymbol{x})$ は点 $\boldsymbol{x}$ における境界形状に依存する自由項である．また, $U(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, t)$ および $T(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, t)$ はそれぞれ時間域面外波動問題における基本解および対応する二重層核を表し, $*$ は時間に関する繰込み積分を表す．

さて, 境界積分方程式 (3), (4) を安定に解くために, 本研究では, 式 (3), (4) における繰込み積分に Lubich の方法 [(3)] を適用することを考えよう．Lubich は, 繰込み積分 $f(t) * g(t)$ を, $f(t)$ のラプラス変換を用いて離散化近似する手法を提案した (詳しい条件や証明については文献 [(3)] を参照)．その演

算子積分法を用いて式 (3), (4) を M 個の一定要素 S_j^β で離散化し, 各時間ステップにおける時間増分を Δt で一定とすれば, 第 n ステップにおいて次のようになる.

$$\frac{1}{2}u^I(\boldsymbol{x_i}, n\triangle t) = u^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x_i}, n\triangle t) + \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{n}\left[A_j^{n-k}(\boldsymbol{x_i})p_j^I(k\triangle t) - B_j^{n-k}(\boldsymbol{x_i})u_j^I(k\triangle t)\right] \quad (5)$$

$$\frac{1}{2}u^{II}(\boldsymbol{x_i}, n\triangle t) = + \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{n}\left[A_j^{n-k}(\boldsymbol{x_i})p_j^{II}(k\triangle t) - B_j^{n-k}(\boldsymbol{x_i})u_j^{II}(k\triangle t)\right] \quad (6)$$

ここで, $\beta = I$ または II であり, A, B は演算子積分法を適用して得られる影響関数であり, それらは次のように求められる.

$$A_j^m(\boldsymbol{x}) = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\int_{S_j^\beta}\hat{U}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, s_l)e^{\frac{-2\pi iml}{L}}dS_y \quad (7)$$

$$B_j^m(\boldsymbol{x}) = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\int_{S_j^\beta}\hat{T}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, s_l)e^{\frac{-2\pi iml}{L}}dS_y \quad (8)$$

ここで, $\hat{U}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, s), \hat{T}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, s)$ はラプラス変換域における時間域面外波動問題における基本解, および対応する二重層核で, それぞれ次の式で表わされる.

$$\hat{U}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, s) = \frac{1}{2\pi\mu}K_0(sr) \quad (9)$$

$$\hat{T}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, s) = \mu\frac{\partial}{\partial n_y}\hat{U}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, s) \quad (10)$$

式 (9), (10) において, $r = |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}|$ であり, K_n は n 次の第二種変形ベッセル関数, $\partial/\partial n_y$ は点 $\boldsymbol{y}$ における法線方向微分を表す. また, μ はせん断弾性定数であり, 密度 ρ と波速 c_T との間に $c_T = \sqrt{\mu/\rho}$ の関係がある. また, 式 (9), (10) 中の s は, それぞれ表記を簡単にするために, 波速 c_T で除した値 $s_l = \delta(z_l)/(c_T\triangle t)$ としたことに注意する. $\delta(z_l)$, $\mathcal{R}$ や L は繰込み積分の計算精度を決定する上で重要な演算子積分法に関するパラメータである [3][5]. 特別な理由がない限り, $L = N$(N は総時間ステップ数) とし, 式 (7), (8) を高速フーリエ変換を用いて計算を高速化する. 式 (5), (6) において, 第 n ステップにおける未知量を左辺, 既知量を右辺に移行し, 整理すれば, 各領域について次の離散化された境界積分方程式が成り立つ.

$$\sum_{j=1}^{M}\left[\left\{\frac{1}{2}\delta_{ij} + B_j^0(\boldsymbol{x_i})\right\}u_j^I(n\triangle t) - A_j^0(\boldsymbol{x_i})p_j^I(n\triangle t)\right] = u^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x_i}, n\triangle t) + \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{n-1}\left[A_j^{n-k}(\boldsymbol{x_i})p_j^I(k\triangle t) - B_j^{n-k}(\boldsymbol{x_i})u_j^I(k\triangle t)\right] \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^{M}\left[\left\{\frac{1}{2}\delta_{ij} + B_j^0(\boldsymbol{x_i})\right\}u_j^{II}(n\triangle t) - A_j^0(\boldsymbol{x_i})p_j^{II}(n\triangle t)\right] = \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{n-1}\left[A_j^{n-k}(\boldsymbol{x_i})p_j^{II}(k\triangle t) - B_j^{n-k}(\boldsymbol{x_i})u_j^{II}(k\triangle t)\right] \quad (12)$$

ここで δ_{ij} はクロネッカーデルタを表す.

式 (11) および (12) は, Fig.2 の境界 S^I, S^{II} における境界条件を考慮し, 連立することで解くことができる. 例えば, 向かい合う境界 S^I, S^{II} の接合界面が, 全ての時間帯において, 欠陥がなく完全に接合されている場合は, 境界 S^1, S^{II} 間全域において, 次の境界条件

$$u^I = u^{II}, p^I = -p^{II} \quad (13)$$

を与えることによって境界 S^I, S^{II} 上の変位および表面力を第一ステップから順番に決定することができる. このように, 演算子積分法を利用することによって, 時間域の基本解を直接用いずに, ラプラス変換域における基本解を用いることで時間域における境界未知量を求めることができる.

また, 本論文の定式化では, 上記の境界積分方程式を構成する課程で, 領域 D^I, D^{II} における半無限空間を, 全空間における基本解を用いて扱った. そのため, 境界 S^I, S^{II} を解析に十分な精度が出るまでの長さで打ち切ることによって解析を行っている.

4. 不完全接合部における接触境界条件

トライポロジーといった摩擦学の分野においては, 固体表面の接触に関してスティック・スリップ現象 [6] が知られている. ここでは, 廣瀬 [7] によるき裂問題に適用した接触境界条件を参考に, 次のような接触状態を考慮する.

まず, 各時刻において, 不完全接合部 d 以外の部分は, 常に式 (13) で表わされる完全接合状態にあると仮定する. 一方, 不完全接合部 d では, 各時刻において, 境界条件が

- スティック状態
- スリップ状態

のいずれかで規定されるものと仮定する. ただし, ここで扱うスティック状態とは, 向かい合う接合界面は接触してはいるが, 変位 u が接合界面において不連続な状態もあり得ると仮定した場合であり, 変位 u が常に連続である完全結合状態とは異なることに注意する. 一方で, スリップ状態を, 向かい合う接合界面が接触してはいるが, 接合界面における面外方向滑りを許容した接触状態であると仮定する. 第 k ステップにおけるスティック状態, スリップ状態下における境界条件を, 具体的に式で記述すれば次のように定義される.

$$\text{スティック状態} : u^I(k\Delta t) \neq u^{II}(k\Delta t), \quad p^I(k\Delta t) = -p^{II}(k\Delta t), \frac{\partial[u(k\Delta t)]}{\partial t} = 0.0 \quad (14)$$

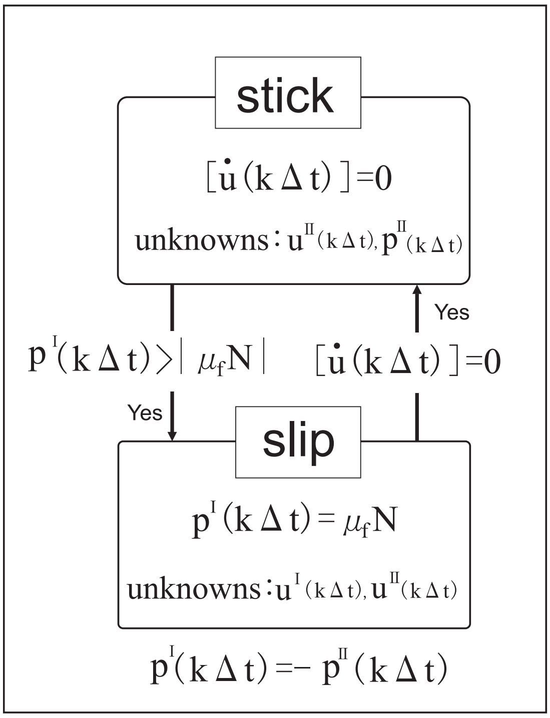

Fig. 3 Contact boundary conditions.

$$
\begin{aligned}
&\text{スリップ状態}: u^I(k\Delta t) \neq u^{II}(k\Delta t), \frac{\partial[u(k\Delta t)]}{\partial t} \neq 0.0 \\
&\quad p^I(k\Delta t) = -p^{II}(k\Delta t), \\
&\quad \text{ただし}, p^I(k\Delta t) = \mu_f N
\end{aligned} \tag{15}
$$

式 (14), (15) において, $[u(k\Delta t)]$ は向かい合う境界における相対変位, μ_f は摩擦係数, N は垂直方向の表面力を表す. つまり, スティック状態では, 変位の相対速度 $[u(k\Delta t)]$ がゼロであり, かつ表面力が連続である. 一方, スリップ状態では, 変位の相対速度はゼロではないが, 表面力は常に, 向かい合う接合界面における垂直方向表面力と摩擦係数の積で与えられることになる. このように, 不完全接合部における接合状態を, スティック状態, スリップ状態のいずれかで表現し, スティック状態からスリップ状態, スリップ状態からスティック状態への境界条件の転移は, 毎時間ステップ毎に, 各境界要素上における変位や表面力の値に応じて決定され, 時々刻々と変化する. Fig.3 に不完全接合部における境界条件の転移に関するフローを示す. スティック状態において, 面外方向表面力の大きさが $\mu_f N$ を超えた場合, 境界条件はスリップ状態へと転移する. 一方, スリップ状態において, 相対速度がゼロとなる場合はスティック状態へと転移する. こうして, 毎時間ステップ毎に, 不完全接合部における各境界要素が, スティック状態, スリップ状態のいずれに当てはまるかを繰り返し計算により判定しながら, 境界条件を定め, 時間域境界要素解析を行うことで, 境界上の未知量を逐次, 決定していくこととなる.

5. 数値解析例

以下では, 領域 D^I を鋼, 領域 D^{II} をアルミニウムとした場合の数値解析例を示す. 鋼, およびアルミニウムの各材料定数は Table 1 のとおりである. また, 入射超音波として, 次の平面連続波を用いた.

Table 1 Material parameters of D^I and D^{II}.

	材料	c_T(m/s)	ρ (kg/m^3)
D^I:	(鋼)	3100	7690
D^{II}:	(アルミニウム)	3040	2700

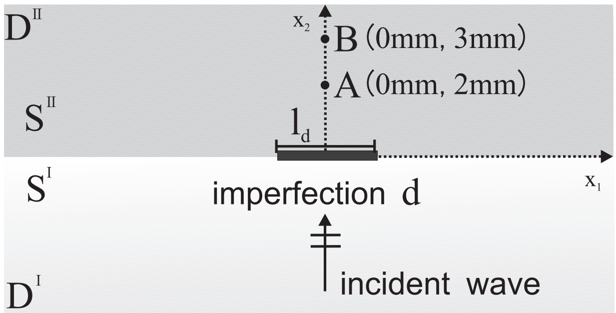

Fig. 4 Model for reflection and transmission at a solid-solid interface with imperfection d.

$$
\begin{aligned}
u^{\text{in}}(\boldsymbol{x}, t) = u^0 H\left[t - \frac{\boldsymbol{d}_p \cdot \boldsymbol{x}}{c_T}\right] H\left[N_{iw}T - \frac{\boldsymbol{d}_p \cdot \boldsymbol{x}}{c_T}\right] \\
\times \sin\left\{\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{\boldsymbol{d}_p \cdot \boldsymbol{x}}{c_T}\right)\right\}
\end{aligned} \tag{16}
$$

ここで, H はステップ関数, u_0 は入射超音波の変位振幅を表し, $\boldsymbol{d_p}$ は入射超音波の単位伝播方向ベクトル, T は周期, N_{iw} は連続波の数を表す. ただし, 本研究では, 以下の全ての解析において, $u_0 = 10$nm, $\boldsymbol{d_p} = (0, 1, 0)$ として計算を実行する. 一方, 演算子積分法における計算パラメーターは, 全ての計算において $L = N$, $\mathcal{R} \simeq 0.996$ とした.

5.1. 計算精度の確認

まずはじめに, 計算精度の確認をしておく. Fig.4 において, 境界 S^I, S^{II} が不完全接合部を含まない場合, すなわち $l_d = 0$mm の場合, 解くべき問題は, 完全接合された領域 D^I, D^{II} の境界面による反射・透過問題へと帰着される. このとき, 領域 D^I, D^{II} における材料定数を使用して透過係数を決定することにより, 容易に透過波を求めることができる. 領域 D^I から接合界面に平面波が入射した場合の透過係数 η_{tr} は, 次のように求められる.

$$
\eta_{\text{tr}} = \frac{2}{1+\gamma} \simeq 1.488 \tag{17}
$$

ただし, γ は音響インピーダンスであり, $\gamma = \rho^{II} c_T^{II} / \rho^I c_T^I$ で定義される. 式 (17) より, この場合の透過超音波の振幅は, 入射超音波の振幅に対して増幅される.

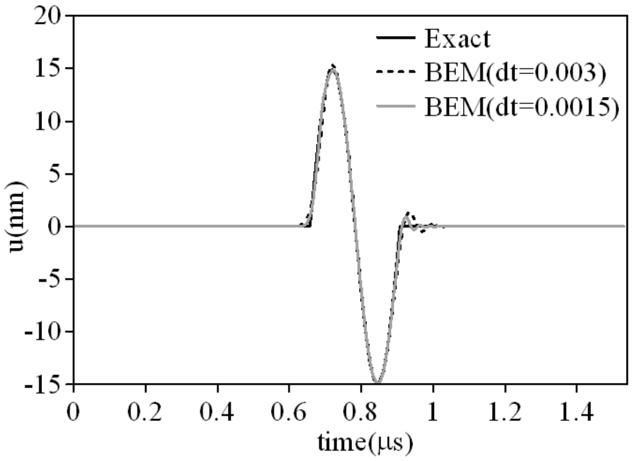

Fig. 5　Displacements of the transmitted SH waves through a perfectly contacted interface as a function of times at point A.

Fig.5 は, 式 (17) により求められた透過係数を用いて計算された Fig.4 における A 点 (0mm,2mm) での透過超音波の解析的な時刻歴波形と, $l_d = 0$mm として境界 S^I, S^{II} の全域で, 完全結合の境界条件式 (13) を直接与えて計算することによって得られた透過波の時刻歴波形とを比較したものである．ただし, ここでは $N_{iw} = 1$, $N = L = 1024$, 中心周波数を $\omega_0 = 4$MHz とした．時間域境界要素法により求めた時刻歴波形は, 時間増分がそれぞれ $\Delta t = 0.0015, 0.003\mu s$ の場合である．入射波の影響がなくなる $t = 1.0\mu s$ 付近において, 解析解と境界要素法による解で若干の差異がみられるものの, いずれの場合においても, 計算結果は解析解と概ね, 良く一致していることがわかる．また, これらの場合, 1 ステップあたりの波動伝播距離 $c_T\Delta t$ と要素長 Δs の関係 $\gamma = c_T\Delta t/\Delta s$ はおよそ $0.09 \leq \gamma \leq 0.18$ 程度である．パラメータ γ は十分小さいにも関わらず, 解析は安定であり, かつ Δt が小さい方が精度が良いことが見てとれる．

5.2. 高調波の励起シミュレーションの実行

次に, 前節で述べたスティック・スリップ境界条件を, Fig.4 の欠陥部分 d に適応した場合の数値解析を行った．なお, 実際の数値解析においては, 式 (15) におけるスリップ状態での面外方向表面力は, 垂直方向表面力 N を数値解析の過程で求めることができないため, 一意に決定することができない．そのため, 本研究では, 垂直方向表面力 N と摩擦係数 μ_f との積の大きさを, 対応する問題の完全接合状態時における接合界面の最大表面力の大きさ約 45%程度の値で仮定することにより, スリップ状態を表現している．また, 第 k ステップにおいて, 数値計算上で相対速度が正確にゼロとなる場合を表現するのは難しいため, 第 $k, k-1$ ステップにおける相対変位差が十分小さい場合を相対速度がゼロとなるとして解析を行った．入射超音波が界面に到達した初期状態を, 相対変位がゼロであるスティック状態と仮定して計算を行っている．ただし, ここでは $N = L = 4096$ とし, 時間増分 $\Delta t = 0.001\mu s$, $N_{iw} = 5$ として解析を行った．

Fig.6 は, 中心周波数 $\omega_0 = 4$MHz, 欠陥部分の長さが $l_d = 2$mm の場合における Fig.4 の B 点 (0mm,3mm) での透過超音波の時刻歴波形を表わしている．比較のため, $l_d = 0$mm とした完全接合状態の場合の解析結果も実線で示している．欠陥のない完全接合状態の場合と比べて, スティック・スリップ境界条件を欠陥部分に仮定した場合は, 透過波の時刻歴波形が歪んでいることがみてとれる．これより, 界面と入射超音波による動的相互作用により, 透過波に対して非線形効果が加えられたことが見てとれる．

次に, 非線形効果による高調波の励起を確認するために, 時刻歴波形のフーリエスペクトルを求める．Fig.7, 8 は, 欠陥部分の長さが $l_d = 2$mm の場合で, 中心周波数 ω_0 がそれぞれ 4MHz, 3MHz の場合における Fig.4 の B 点での時刻歴波形から得られるフーリエスペクトルを表している．また, 比較のため, それぞれ完全接合状態でのフーリエスペクトルも同様に実線で示している．ただし, 縦軸は, それぞれのフーリエスペクトルの最大値で正規化していることに注意されたい．Fig.7, 8 より, 欠陥がない完全接合状態の場合では, 入射超音波の中心周波数 ω_0 が 4MHz, 3MHz であることから, スペクトルのピークはそれぞれ 4MHz, 3MHz で卓越しており, それ以外の目立ったスペクトルピークを確認することはできない．しかしながら, スティック・スリップ境界条件を考慮した場合の解析では, 4MHz や 3MHz といった中心周波数に対応するスペクトルピークのみならず, 12MHz や 9MHz といった中心周波数の 3 倍成分に対応したスペクトルピークを確認できる．これより, 入射超音波の周波数の 3 倍に相当する 3 次高調波成分を励起できていることが確認できる．

また, Fig.9 は, 中心周波数 $\omega_0 = 4$MHz で欠陥長さ l_d を $l_d = 0.5, 1.0, 2.0$mm と変化させた場合における B 点での時刻歴波形のフーリエスペクトルを示している．同様に, 縦軸はそれぞれの場合におけるフーリエスペクトルの最大値で正規化してある．いずれの欠陥長さに対しても同様に, 3 次高調波成分が検出されているのが見て取れる．また, 欠陥長が長くなるにつれ, スペクトルピーク値は若干ではあるが大きな値を示していることがわかる．

なお, 実際の数値解析においては, 各時間ステップ毎に, 欠陥部分における変位や表面力がスティック, またはスリップいずれかの状態となるように境界条件を満足するまで繰り返し計算する必要がある．しかしながら, 本研究で行った計算では, 各時間ステップにおいて, いずれも数回程度の反復計算で収束しており, 繰り返し計算における負荷はそれほど大きくなかったことを記しておく．

6. 結言

本研究では，2 次元面外波動問題における時間域境界要素法を用いて非線形超音波法の数値シミュレーションを行った．解析を安定に行うために,CQM を時間域境界要素法の離散化に適用した．これにより, 極めて時間増分が小さい場合においても, 解析を精度良く, 安定に実行することができた．また, 不完全接合部に, スティック・スリップ境界条件を適用するこ

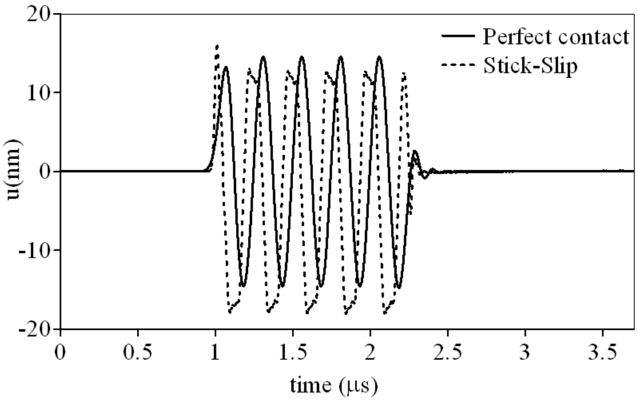

Fig. 6　Displacement of the transmitted antiplane waves through the solid-solid interface with imperfection d as the function of times at the point B.

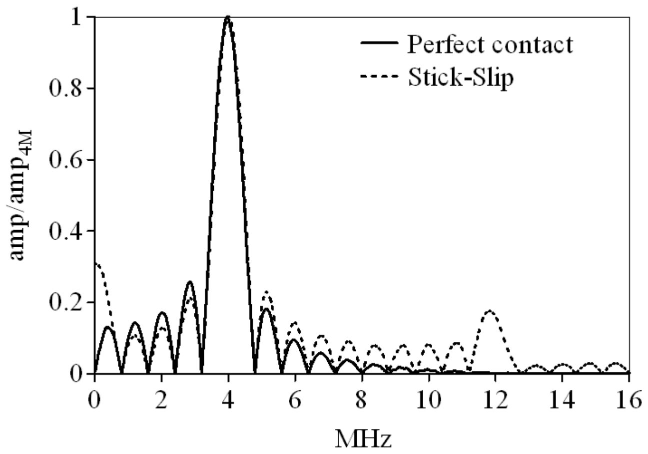

Fig. 7　Fourier amplitudes of the transmitted SH waves with $\omega_0 = 4$MHz through the solid-solid interface with imperfection $l_d = 0$mm or 2mm.

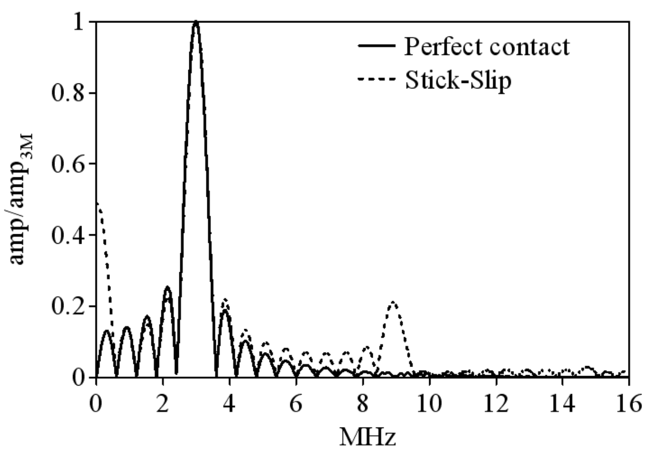

Fig. 8　Fourier amplitudes of the transmitted SH waves with $\omega_0 = 3$MHz through the solid-solid interface with imperfection $l_d = 0$mm or 2mm.

とにより, 不完全接合部における非線形動的相互作用を表現し, 非線形超音波法で利用する高調波の励起をシミュレーションすることができた. これより, 不完全接合部における面外方向の接合状態が3次高調波成分を含んだ透過波を励起すると考えられるが, 本研究では, 面外方向のみを考慮しているため, 今後さらに詳細に検討する必要があると考えられる.

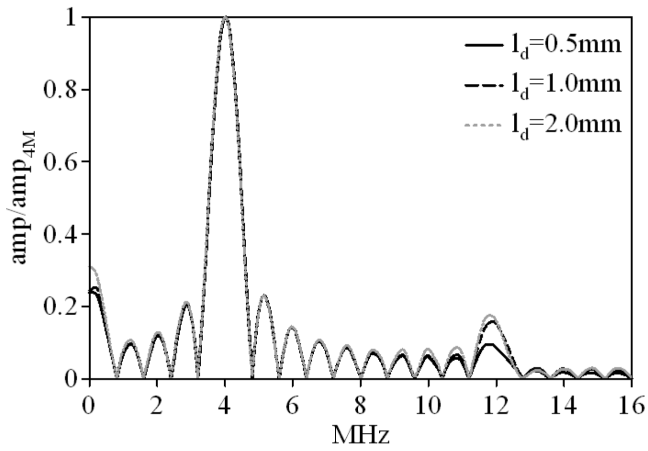

Fig. 9　Fourier amplitudes of the transmitted SH waves with $\omega_0 = 4$MHz through the solid-solid interface with imperfection $d = 0.5$mm,1.0mm or 2.0mm.

今後は, 面内波動問題への拡張や空隙幅を考慮したスプリング界面モデルを取り入れた解析, 分調波の励起シミュレーションを行う予定である.

謝辞

本研究は第一著者による平成21年度科学研究費補助金 (若手研究 (B):21760352) の支援を得て行われました. ここに記して感謝いたします.

参考文献

(1) 非破壊検査, 検査と材料評価, 特集, 非線形超音波法による非破壊検査・評価: vol.56, No.6, (2007), 日本非破壊検査協会.

(2) 小林昭一編著：波動解析と境界要素法, (2000), 京都大学学術出版会.

(3) Lubich, C. : Convolution quadrature and discretized operational calculus I, *Numer. Math.*, **52** (1988), pp. 129-145.

(4) Abreu, A. I., Carrer, J. A. M. and Mansur, W. J. : Scalar wave propagation in 2D: a BEM formulation based on the operational quadrature method, *Engineering analysis with Boundary Elements*, **27** (2003), pp. 101-105.

(5) 斎藤隆泰・石田貴之・福井卓雄・廣瀬壮一：演算子積分法および高速多重極法を用いた新しい二次元時間領域動弾性境界要素法について, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.11(2008), pp.193-200.

(6) トライボロジーハンドブック,(2001), 日本トライボロジー学会.

(7) Hirose, S.: 2-D Scattering by a crack with contact-boundary conditions, *Wave Motion*, **19** (1994), pp. 37-49.