

セルオートマトン法による道路合流部の交通流シミュレーション

TRAFFIC FLOW SIMULATION NEAR MERGING POINT OF ROADS BY USING CELLULAR AUTOMATA

脇田 佑希子¹⁾, 井口 智彦¹⁾, 清水光輝¹⁾, 北 栄輔²⁾

Yukiko WAKITA, Tomohiko IGUCHI, Hikaru SHIMIZU, and Eisuke KITA

¹⁾ 名古屋大学大学院情報科学研究科 (〒464-8601 名古屋市千種区不老町1)

²⁾ 名古屋大学大学院情報科学研究科 (〒464-8601 名古屋市千種区不老町1, E-mail: kita@is.nagoya-u.ac.jp)

This paper describes the traffic flow simulation near the merging point of roads. The vehicle velocity is controlled by the use of single or multi vehicle following model. The stability analysis of the models is performed in order to determine the model parameters. The designed models are applied for the traffic flow simulation. The results show that the use of multi vehicle following model improves traffic jam near the merging point of roads .

Key Words: Vehicle Following Model , Chandler Model, Cellular Automata , Merging Point of Roads.

1. 緒論

交通渋滞の緩和は社会生活において大変重要な問題となっている。交通渋滞の原因はいくつかあるが、それらは工事・事故などの明確なものと道路の構造などに起因する比較的不明確なものに大別される。道路構造に関わる原因としては、トンネルや、緩やかに道路の傾斜が変化するサグ、道路合流部などがある。このうちで、本研究では道路合流部を扱うこととする。

交通渋滞の解析のために、実証的な研究の他に交通流シミュレータが開発・利用されている^(1, 2, 3, 4, 5)。このなかには、NETSIM⁽³⁾ など海外で開発されたものだけでなく、AVENUE⁽¹⁾ や MATES⁽⁵⁾ など日本で開発されたものも多い。交通流シミュレータはマクロモデルとミクロモデルに大別できる。このうちミクロモデルでは、周辺車両の挙動に応じて自車両の挙動、特に速度を適切に制御する必要がある。このためのモデルとしては、Nagel ら⁽⁸⁾ によって提案された NaSch モデル、Bando ら⁽⁹⁾ が提案した最適速度 (OV) モデル等がよく知られている。これらのモデルは一般に車両追従モデルと呼ばれる⁽¹¹⁾。車両追従モデルでは、直前の前走車 1 台と自車両の間の距離や速度などの関係に応じて速度を制御する。これは、自車両に影響を及ぼすのが最近接車両であること、直前の車両より前の車両は見えにくいことに基づいている。しかし、道路合流部では、合流時に車間距離が急激に狭くなって、合流部直前の車両は速度を落とすため、直前の車両に注目するだけでは渋滞を防ぐことができない。また、実際の車両運転において、複数の前方車両を考慮するこ

との有効性は経験的にも指摘されている。

そこで、本研究では、前方車両 1 台だけに応じて速度制御を行う単追従モデル (以下、追従モデル) に加えて、前方車両 3 台に応じて速度制御を行う多追従モデルを考える。最初に、モデルの安定性解析からパラメータを設計し、そのモデルをセルオートマトン法に基づく交通流シミュレータ^(6, 7) に組み込み、道路の合流部付近の交通流シミュレーションに適用する。道路の状況としては、本線車線が 1 本の場合と 2 本の場合を考え、合流車線は 1 本だけとする。本線車両を走行する車両の単位時間あたり交通量と平均旅行時間を測定して比較する。このモデルを用いて交通渋滞を緩和することができれば、それをカーナビゲーションなどに取り入れ、自動車運転の改善に役立てることができる。

本論文の構成は以下のようにになっている。第 2 節で追従モデルと多追従モデルを示し、第 3 節では、これらモデルの安定性解析からパラメータを設計する。第 4 節では、セルオートマトン法のアルゴリズムについて示す。第 5 節で数値解析例を示す。第 6 節はまとめである。

2. 車両追従モデル

本研究では、前方 1 台の車両だけに応じて挙動する追従モデルとして後述する Chandler モデルを、多追従モデルとして Chandler モデルを前方 3 台の車両に応じて挙動するように拡張したモデルを用いる。

道路合流部での渋滞は、比較低速な車両が支線から本線に合流することで、本線の車両速度が急低下することで生じる。Chandler モデルは車両間の速度差に基づいて加減速す

るモデルなので、今回のシミュレーションで採用する。

また、実際の運転者は、一定の条件が整えば、1台前方車両の窓を通して2台前方車両を視認することは可能である。そこで、それよりもさらに1台前の車両までを考慮したシミュレーションを行うために、3台前の車両を対象とする多追従モデルを考える。もっと多数の車両を考慮することも考えられるが、今回は最小として前方車両3台を対象とする。

2.1. 追従モデル

追従モデルでは、「自車両の速度変化は先行車からの刺激と、それに対する運転者の反応感度によって決まる」と考えられている。この考えに基づき、遅れ時間を考慮したモデルの一つが次式で与えられている⁽¹⁰⁾。

$$\ddot{x}_n(t+\tau) = k \cdot \{\dot{x}_{n-1}(t) - \dot{x}_n(t)\} \quad (1)$$

ここで、時間 t での車両 n の位置を $x_n(t)$ と示す。従って、 $\dot{x}_n(t)$ は車両 n の加速度を表す。 τ は遅れ時間、 k は前方車両に対する感受率である。このモデルの場合、感受率 k は速度差に対する運転者の反応の強さを示す。

2.2. 多追従モデル

Bexelius は Chandler モデルを前方車両2台に拡張したモデルを提案している⁽¹²⁾。

$$\begin{aligned} \ddot{x}_n(t+\tau) = & k_1 \cdot \{\dot{x}_{n-1}(t) - \dot{x}_n(t)\} \\ & + k_2 \cdot \{\dot{x}_{n-2}(t) - \dot{x}_n(t)\} \end{aligned} \quad (2)$$

この場合、2台の前方車両との相対速度 $\dot{x}_{n-i}(t) - \dot{x}_n(t)$ ($i = 1, 2$) に応じて加速度が変化するようにモデル化されている。 i は前方車両との番号差を表し、 k_i は各前方車両との感受率である。

さらに、本研究では、前方車両3台に拡張したモデルを考える。このモデルは次式で表される。

$$\begin{aligned} \ddot{x}_n(t+\tau) = & k_1 \cdot \{\dot{x}_{n-1}(t) - \dot{x}_n(t)\} \\ & + k_2 \cdot \{\dot{x}_{n-2}(t) - \dot{x}_n(t)\} \\ & + k_3 \cdot \{\dot{x}_{n-3}(t) - \dot{x}_n(t)\} \end{aligned} \quad (3)$$

3. 安定性解析

多数の車両が連なって走行するとき、先頭車両の前に車両が合流すると、その影響は徐々に後方車両に伝わる。影響が早く収束するほど交通渋滞の影響は少なく、安定性が高いといえる。このことから、モデルのパラメータを設計する。

3.1. 追従モデル

追従モデル(式(1))において平衡状態 $x = x_0$ を考え、その周りの微小なズレ \bar{x}_n について考える。

$$x_n = x_0 + \bar{x}_n \quad (4)$$

式(4)を式(1)へ代入すると次式を得る。

$$\ddot{\bar{x}}_n(t+\tau) = k \cdot \{\dot{\bar{x}}_{n-1}(t) - \dot{\bar{x}}_n(t)\} \quad (5)$$

上式の解の一つは次式で与えられる。

$$\bar{x}_n(t) = A_n \cdot e^{j \cdot w \cdot t} \quad (6)$$

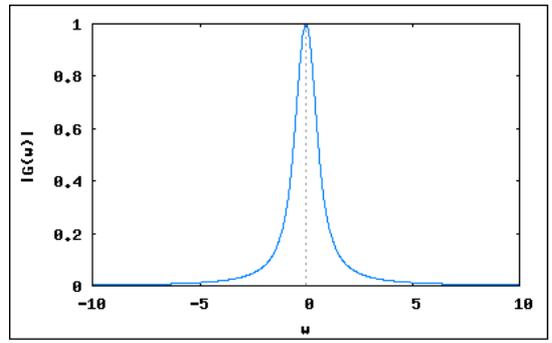


Fig. 1 Graph of Function $|G(w)|$

ここで、 A_n, j, w は振幅、虚数単位、振動数を示す。

式(6)を式(5)へ代入すると次式を得る。

$$\frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{k}{k + jw e^{j \cdot w \cdot \tau}} \equiv G(w) \quad (7)$$

このモデルの安定性は、任意の w に対して $n \rightarrow \infty$ のときに $A_n \rightarrow 0$ となることである。このためには、 $|G(w)| < 1$ でなければならない。

テイラー展開

$$e^{j \cdot w \cdot \tau} \approx 1 + j \cdot w \cdot \tau \quad (8)$$

を用いると、関数 $|G(w)| < 1$ より以下の結果を得る。

$$\begin{aligned} |G(w)|^2 = & \frac{k^2}{(k - w^2 \tau)^2 + w^2} < 1 \\ w^2 \tau^2 + 1 - 2k\tau > 0 \end{aligned} \quad (9)$$

この関数は $w = 0$ で最小となるので、それが安定条件を満たすためには以下ようになる。

$$\begin{aligned} 1 - 2k\tau > 0 \\ k < \frac{1}{2\tau} \end{aligned} \quad (10)$$

遅れ時間を $\tau = 1.0(\text{s})$ とすると、 k は次式を満足しなければならない。

$$k < 0.5 \quad (11)$$

そこで、以下に述べる多追従モデルのパラメータ k_1, k_2, k_3 にあわせてパラメータ k を以下のように選択する。

$$k = 0.31 (= k_1 + k_2 + k_3) < 0.5 \quad (12)$$

これらの値をとるときの関数 $|G(w)|$ を図1に示す。任意の w について $|G(w)| < 1$ を満たしていることがわかる。

3.2. 多追従モデル

式(3)において平衡状態 $x = x_0$ を考え、その周りの微小なズレ \bar{x}_n について考えると次式を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{x}}_n(t+\tau) = & k_1 \cdot \{\dot{\bar{x}}_{n-1}(t) - \dot{\bar{x}}_n(t)\} \\ & + k_2 \cdot \{\dot{\bar{x}}_{n-2}(t) - \dot{\bar{x}}_n(t)\} \\ & + k_3 \cdot \{\dot{\bar{x}}_{n-3}(t) - \dot{\bar{x}}_n(t)\} \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)に式(6)を代入して整理すると次式を得る。

$$A_n = \frac{k_1 \cdot A_{n-1} + k_2 \cdot A_{n-2} + k_3 \cdot A_{n-3}}{k_1 + k_2 + k_3 + j \cdot w \cdot e^{j \cdot w \cdot \tau}} \quad (14)$$

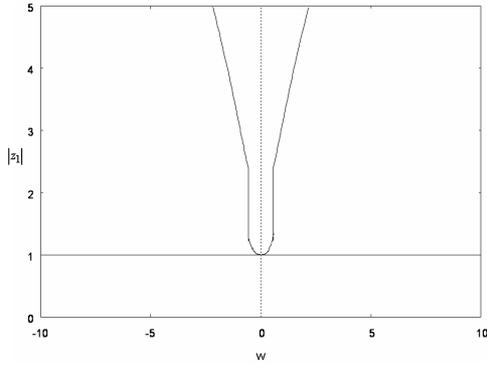


Fig. 2 Graph of Function $|z_1|$

モデル安定のためには、任意の w について、 $n \rightarrow \infty$ の時 $A_n \rightarrow 0$ となることである。

式 (14) は次式のように書き直すことができる。

$$A_n = \frac{C_1}{z_1^n} + \frac{C_2}{z_2^n} + \frac{C_3}{z_3^n} \quad (15)$$

ここで、 C_1, C_2, C_3 は定数係数であり、 z_1, z_2, z_3 は次式の特方程式の解である。

$$1 = \frac{k_1 \cdot z + k_2 \cdot z^2 + k_3 \cdot z^3}{k_1 + k_2 + k_3 + j \cdot w \cdot e^{j \cdot w \cdot \tau}} \quad (16)$$

式 (15) より、 $n \rightarrow \infty$ の時、 $A_n \rightarrow 0$ を満たすためには、全ての w において、 $|z_i| > 1 (i = 1, 2, 3)$ でなければならない。

そこで、式 (16) の解 z_i が、 $|z_i| > 1$ を満たすようにパラメータ k_1, k_2, k_3, τ を定める。

式 (3) において、 k_1, k_2, k_3 は各前方車両に対する感受率を表す。感受率とは、先行車に対する反応の強さを表す正の定数である。従って、1 台前方車両への感受率 k_1 は 2 台前方車両への感受率 k_2 よりも大きいと考えられる。そこで、 k_1, k_2, k_3 に関して、以下の条件をおく。

$$k_1 \geq k_2 \geq k_3 \quad (17)$$

追従モデルのパラメータ設定に合わせて $\tau = 1.0$ とし、上式を満たすように k_1, k_2, k_3 を以下の値におく。

$$k_1 = 0.15, \quad k_2 = 0.10, \quad k_3 = 0.06 \quad (18)$$

これらのパラメータを式 (16) に代入し、 z_1, z_2, z_3 を w の関数とする。これらのうちで絶対値が最小となる $|z_1|$ のグラフを図 2 に示す。縦軸は $|z_1|$ 、横軸は w である。これよりパラメータが式 (18) の値をとるとき、全ての w で $|z_1| > 1$ を満たしていることが分かる。ここでは示していないが、 $|z_2|$ と $|z_3|$ も同様である。従って、 k_1, k_2, k_3, τ が上記の値を取る時、多追従モデルは安定であるといえる。

安定条件と式 (17) を満足すれば、 k_1, k_2, k_3 の取り方にはある程度任意性がある。値を変更する場合、例えば式 (18) より値を大きくした感受率において、対象となる車両の挙動に強く影響を受けるようになる。

4. シミュレーション・モデル

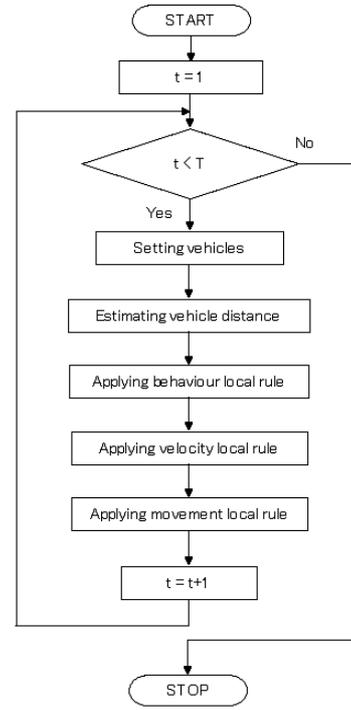


Fig. 3 Simulation Process

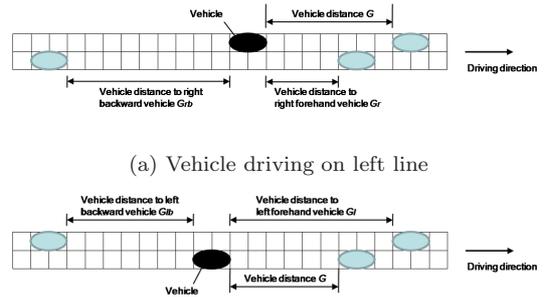


Fig. 4 Definition of Vehicle Distance

4.1. 解析領域

解析領域は正方形セルの集合として表現する。1 セルのサイズは縦 3(m)、横 3(m) である。1 台の車両は 2 セルで表現するので、サイズは縦 3(m)、横 6(m) となる。車両は解析領域の左端から設定された確率で流入する。

4.2. シミュレーションの流れ

図 3 にシミュレーションの流れを示す。最初にタイムステップ t に 1 が代入され、初期化される。ここで、1 タイムステップは実時間では 0.1 秒である。このタイムステップ t がシミュレーション実行時間 T になるまで、車両の配置、車間距離の測定、行動ローカルルールの適用、速度ローカルルールの適用、移動ローカルルールの適用を繰り返す。なお、解析例では $T = 200$ タイムステップとしている。

4.3. 車間距離と安全車間距離

車両が左車線を走行する場合を図 4(a) に、車両が右車線

を走行する場合を図 4(b) に示す．黒い車両が自車両を，灰色の車両が他車両を示す．

車両が左車線を走行しているとき (図 4(a))，前方車両との車間距離 G ，右車線の前方車両との車間距離 G_r ，右車線の後方車両との車間距離 G_{rb} を計測する．車両が右車線を走行しているとき (図 4(b)) も同様であり，前方車両との車間距離 G ，左車線の前方車両との車間距離 G_l ，左車線の後方車両との車間距離 G_{lb} を計測する．これらの値は，後述するローカルルールにおいて車両行動の決定に用いる．

本研究では，車両は前走車に対して一定の安全な車間距離を保ちながら走行すると考える．この車間距離を安全車間距離 G_s と名付ける．各車両は前走車との車間距離が G_s より大きければ加速し，小さければ減速する．本研究では，実測データから測定された次式の安全車間距離 G_s を採用する (7) ．

$$G_s = 0.0029 \cdot v^2 + 0.3049 \cdot v \quad (19)$$

ここで， v は車両速度を示す．

4.4. 行動ローカルルール

行動ローカルルールは，車両がどの近傍セルに移動するかを決定する．

最初に自車両の存在車線を確認する．自車両が左車線に存在する場合は，直進か右車線への車線変更の 2 種類の行動パターンが考えられる．前方車両との車間距離 G が安全車間距離 G_s より小さく，かつ， G が右前方車間距離 G_r よりも小さい場合，右車線変更ローカルルールを適用する．

自車両が右車線に存在する場合も同様である． G が G_s より小さく，かつ， G が左前方車間距離 G_l よりも小さい場合，左車線変更ローカルルールを適用する．

4.5. 車線変更ローカルルール

車線変更には右車線変更と左車線変更の 2 種類があるが，左右が入れ替わるだけなので右車線変更ローカルルールについてのみ説明する．

車両が左車線を走行していて右に車線変更する場合， G_{rb} が 6 セル (18m) 以上であり，かつ， G_r が 1 セル以上であれば，右前セルを移動先セルとし，そうでなければ自車両の前方セルを移動先セルとする．

4.6. 速度ローカルルール

速度ローカルルールでは，前方車両が十分離れている場合は最大値で加速し，そうでない場合は 2 節で述べたモデルに従い，速度を変更する．

本研究では，前方車両が 200 セル (600m) 以上はなれているときに十分離れたと判断し，最大加速度 $2.4(\text{m}/\text{sec}^2)$ で加速する．最大加速度の値は実測データを考慮して定められた値である (7) ．前方 200 セル以内に車両が存在する場合，2 節で述べたモデルに従って速度を変更する．

追従モデルの場合は式 (1) によって，多追従モデルの場合は式 (3) によって速度を変更する．

4.7. 移動ローカルルール

本研究のモデルでは，車両の移動をモデル化する車両遷移

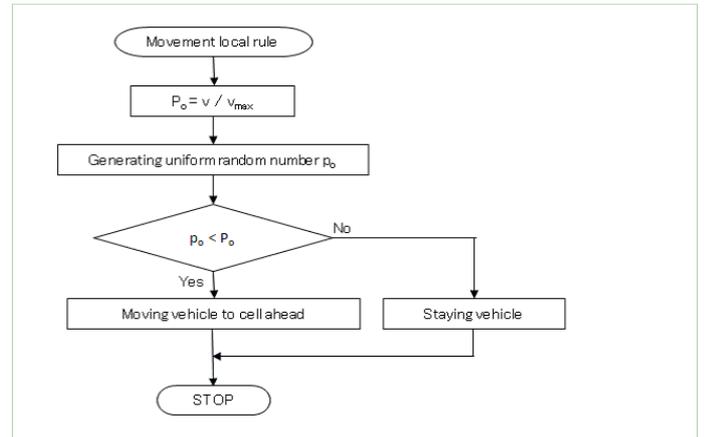


Fig. 5 Movement Local Rule

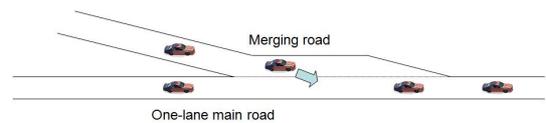


Fig. 6 One lane main road with one lane branch road

モデルとして確率速度法 (6) を用いる．確率速度法は，1 タイムステップで最大 1 セルしか進まない車両遷移モデルである．アルゴリズムを図 5 に示す．

まず，車両速度 V と領域内で全ての車両に対して設定された最大速度 V_{max} から閾値 P_0 を求める．

$$P_0 = \frac{V}{V_{max}} \quad (20)$$

次に，0 から 1 の範囲で一様乱数 p_0 を発生し， $p_0 < P_0$ のとき車両は 1 セル進み，そうでなければそのセルにとどまる．

5. 数値解析例

5.1. 1 車線道路に 1 車線道路が合流する場合

合流部のモデル化

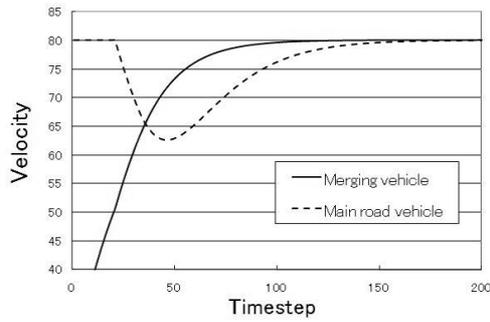
本節では，片側 1 車線道路に 1 車線の車線が合流する場合を考える．これを図 6 に，道路長等のパラメータを表 1 に示す．両端点の境界条件は開放境界条件であり，始端から一定確率で流入し，終端から流出する．車両発生確率 P は 4% としている．この条件下では，車両は 1 時間当たり約 1400 台が発生する．これは，高速道路において観測される最大交通量に等しい．

合流車線の終端における交通量を観測する．これから示す交通量は，終端を通過した車両のうち，本線から発生した車両の台数である．さらに，本線に発生した車両が終端を通過するまでの旅行時間を観測する．

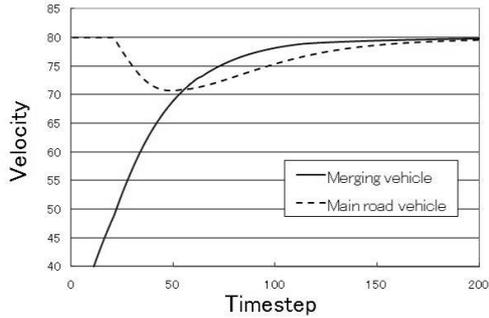
交通量

Table 1 Parameters

Length of main road	900(m)
Length of branch road	99(m)
Max. velocity at main road	80(km/h)
Merging velocity at merging point	50(km/h)
Max. velocity at branch road	80(km/h)



(a) Single vehicle following model



(b) Multi vehicle following model

Fig. 7 Velocity fluctuation

合流車線における車両発生確率を0%から4%まで0.5%刻みで変化させて、観測地点における交通量の変化を測定した結果を図8に示す。横軸には合流車線を走行する車両の頻度を示す車両発生確率を、縦軸には1時間あたりの走行台数である交通量を示す。ラベルの“Single VFM”と“Multi VFM”は、それぞれ追従モデルと多追従モデルを示す。

合流車線における車両発生確率が0%の時は、両モデルにおいて、約1400台が走行しているが、車両発生確率が0.5%の時点で、追従モデルに従う時は大きく交通量が減少している。

この理由を考えるために、車両が1台合流したときに、後続する本線車両の速度がどのように変化するかをグラフ化したものを図7に示す。横軸にタイプステップを、縦軸に車両速度を示す。ラベル“Merging vehicle”と“main road vehicle”は合流車両と本線車両を示す。図7(a)より、追従モデルでは大きく速度が低下していることがわかる。この減速波は巨大なまま伝播し、合流部よりもかなり後方を走る車両にも影響が伝わり、交通量を減らしたと考えられる。それに対し、図7(b)より、多追従モデルにおいては、速度低下が追従モデルの半分程度であり、後方車両にはあまり大きな影響を与えなかったと考えられる。また、合流車両発生確率が増加しても、多追従モデルの方が交通量が多い傾向は変わらない。

平均旅行時間

本線走行車両における平均旅行時間を図9に示す。横軸には合流車線における車両発生確率を、縦軸には通り抜けた全車両の平均所要時間である平均旅行時間を示す。

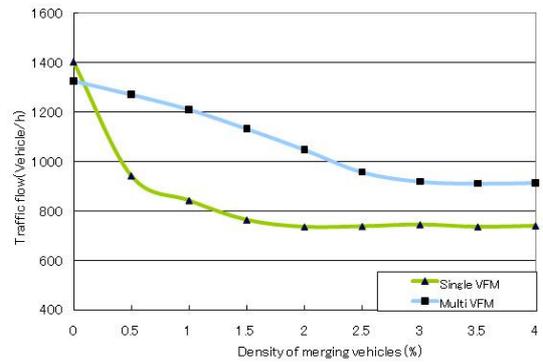


Fig. 8 Traffic flow in case of one lane main road

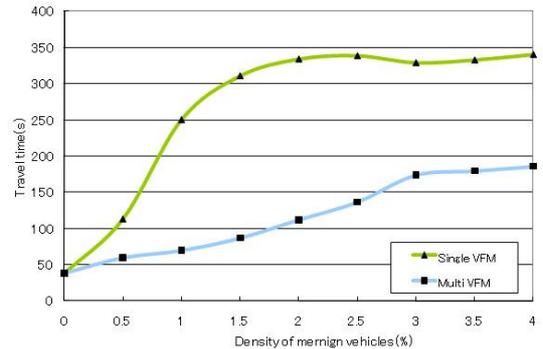


Fig. 9 Mean travel time in case of one lane main road

合流車両の発生確率増加に伴い、追従モデルでは大きく旅行時間が増加している。それに対して、多追従モデルにおいては旅行時間の増加が緩やかに抑えられている。

追従モデルにおいては、図8で、合流車両発生確率1.5%の点で変曲点が存在している。図9においても、合流車両発生確率1.5%の点で旅行時間の上昇が限界を迎えている。それに対し、多追従モデルにおいては、図8で、合流車両発生確率3%の点で変曲点が存在している。図9においても、合流車両発生確率3%の点で旅行時間の上昇が限界を迎えている。つまり、追従モデルに比べて多追従モデルは、合流車両が増加しても、その影響を緩和し続けていることが分かる。

5.2. 2車線道路に1車線道路が合流する場合

合流部のモデル化

2車線道路に外部から合流車線を結合させる。図10に示す。また、道路長等のパラメータは前節と同じとする。

本線における車両発生確率は、各車線において4%としている。

交通量

合流車線における車両発生確率を0%から4%まで0.5%刻みで変化させたときの観測地点における交通量の変化を図11

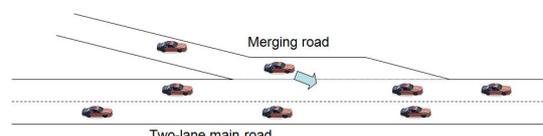


Fig. 10 Two lane main road with one lane branch road

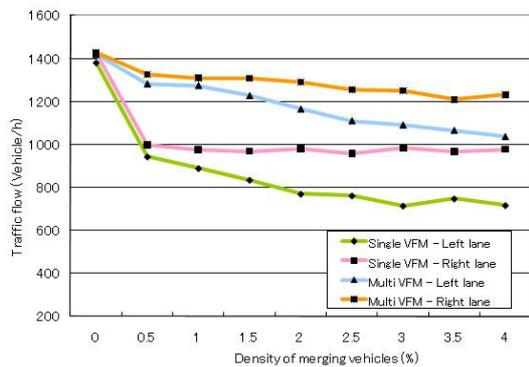


Fig. 11 Traffic flow at each lane of two lane main road

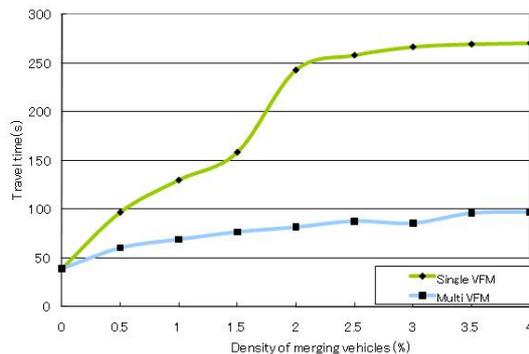


Fig. 12 Mean travel time in case of two lane main road

に示す。ラベルの“Single VFM”と“Multi VFM”の意味は先の解析例と同じである。一方，“Left lane”と“Right lane”は、走行方向を向いて左側および右側の本線道路を示す。

両モデルにおいて、左レーンよりも右レーンの方が交通量が多いのは、合流車両が左レーンに進入するため、後方車両が右レーンに車線変更したためだと考えられる。

2車線においても、合流車両発生確率 0.5% にて、追従モデルでは大きく交通量を減少させている。それに対して、多追従モデルにおいては、比較的大きな減少は見られず、追従モデルよりも交通量が多いことが確認できる。

平均旅行時間

本線走行車両における平均旅行時間を図 12 に示す。

追従モデルにおいては、合流車両の増加に伴い、旅行時間は増加している。それに対して、多追従モデルにおいては、大幅な増加は見られない。

6. 結論

本研究では、道路合流部における交通渋滞のシミュレーションについて述べた。車両の速度制御モデルとして、前方車両 1 台だけに依存する追従モデルと前方 3 台に依存する多追従モデルを用いた。

シミュレーションでは、本線が片側 1 車線と 2 車線の場合を考え、合流車線は 1 車線とした。本線が片側 1 車線の場合について述べると、多追従モデルを利用することで、追従モデルに比べて交通量を増大することができた。定常状態において、交通量の増大は 20% 程度であり、その結果、平均旅行時間は 75% 減少することができた。一方、本線が片側 2 車線

の場合では、支線が合流する車線とそうでない車線で異なった。交通量についてみると、追従モデルにおいては、支線が合流する車線の交通量はそうでない車線に比べて 30% 弱少なかった。一方多追従モデルでは、その差は小さく、交通量が追従モデルよりも多くなった。

以上のことより、複数の前方車両に応じて速度変化する多追従モデルに従うことで、前方 1 車両だけに依って速度変化する追従モデルよりも交通渋滞を緩和できる可能性があることが確認できた。

今後は、安全車間距離や感受率の交通流への影響をさらに検討しながら、このようなモデルをカーナビゲーションなどに組み合わせることで、交通渋滞を緩和するように車両行動を制御するシステムの研究に役立てていきたい。

参考文献

- (1) アイ・トランスポート・ラボ. 街路網交通流シミュレーションモデル AVENUE.
- (2) 国土交通省. 国土交通省国土交通省道路局 ITS.
- (3) フェニックス・リサーチ. 交通流シミュレータ NETSIM 日本語版.
- (4) 豊田中央研究所. NETSTREAM.
- (5) 藤井秀樹, 仲間豊, 吉村忍. 知的マルチエージェント交通流シミュレータ MATES の開発 (第 2 報: 歩行者エージェントの実装と歩車相互作用の理論・実測値との比較). 日本シミュレーション学会論文集, Vol. 25, No. 4, pp. 46–52, 2006.
- (6) 玉城龍洋, 安江里佳, 北英輔. 確率速度モデルと CA 法による交通シミュレーション. 情報処理学会論文誌, Vol. 45, No. 3, pp. 858–869, 2004.
- (7) T. Tamaki, S. Yasue, and E. Kita. City traffic simulation using cellular automata with stochastic velocity model. In *Proceedings of The 2004 International Conference on Parallel and Distributed Processing Techniques and Applications (PDPTA2004)*, Vol. 12, pp. 440–441, 2004. (CD-ROM).
- (8) K. Nagel and M. Schreckenberg. Cellular automaton model for freeway traffic. *Journal of Physics I France*, Vol. 2, pp. 2221–2229, 1992.
- (9) M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama. Phenomenological study of dynamical model of traffic flow. *Journal of Physics I France*, Vol. 5, pp. 1389–1399, 1995.
- (10) R. Chandler, R. Herman, and W. Montroll. Traffic dynamics; studies in car-following. *Operation Research*, Vol. 6, pp. 165–184, 1958.
- (11) 中山章宏. 一次元交通流の追従模型, 2002.
- (12) S. Bexelius. An extended model for car-following. *Transportation Research*, Vol. 2, pp. 13–21, 1968.