

フレーム構造物のシステム同定に用いる 可変的パラメトリック射影フィルタの特性

Characteristics of Variable Parametric Projection Filter for System Identification of Frame Structure

遠藤 龍司¹⁾, 登坂 宣好²⁾, 村山 政昭³⁾

Ryuji Endo, Nobuyoshi Tosaka and Masaaki Murayama

- 1) 職業能力開発総合大学校 建築システム工学科 (〒229-1196 神奈川県相模原市橋本台4-1-1 E-mail: endo@uitech.ac.jp)
2) 東京電機大学 未来科学部 建築学科 (〒101-8457 東京都千代田区神田錦町2-2 E-mail: nobtsk@cck.dendai.ac.jp)
3) 職業能力開発総合大学校 研究課程 (〒229-1196 神奈川県相模原市橋本台4-1-1 E-mail: m20521@uitech.ac.jp)

The structural system identification to identify lateral stiffness of 3-story frame structure was performed by variable parametric projection filtering algorithm as a framework of inverse problem. The Variable Parametric Projection Filter (VPPF) was developed as inverse analysis procedure for various inverse problems. The parametric projection filter includes the regularization parameter to assure the stable filtering process. In this study, as an original treatment of the above parametric projection filter, the procedure to give the regularization parameter computationally in each filtering step is presented instead of an arbitrary value. Characteristics and effectiveness of proposed VPPF are shown through some simulation analysis.

Key words: System Identification, Variable PPF, Frame Structure, Simulation Analysis, Natural Frequencies

1. はじめに

我が国の建築構造物や土木構造物は中程度の地震に対しては、常に構造健全性が保たなければならない。しかし、再現周期が極めて長い大地震に対しては塑性変形まで許容する設計コードとなっているため、地震後の構造安全性が検討されなければならない。この様な観点から、ヘルスマonitoring¹⁾や逆解析²⁾に基づく損傷同定解析が注目されることになった。損傷は基本的に剛性低下で表し、従って損傷同定解析は健全性を保持している剛性との比較で評価するのが一般的である。すなわち、損傷同定解析は建物の健全な剛性が明確になっており、数理モデルと対応させておく必要がある。損傷同定解析に対して、システム同定解析は現在の観測データを用い、現在の状態を同定するため過去の状態量に関係しない点において有益な手法であろう。しかしながら、システム同定は未知数が多くなり、逆解析特有の非適切性が生じやすく⁴⁾、逆解析手法の選択が重要となる。筆者らはこれまで逆解析手法としてフィルタリングアルゴリズムを採用し、ウィナーフィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタによる逆解析を行ってきた⁵⁾。その結果、損傷同定のように同定すべき未知パラメータが単一の場合、それぞれのフィルタの特性は生じるが、いずれのフィルタを用いても逆解

析は可能であった。

これに対し3層フレームモデルの全ての水平剛性を同定するシステム同定を試みると、ウィナーフィルタ、射影フィルタに比べてパラメトリック射影フィルタは極めて安定した逆解析手法となる可能性があることがわかった⁶⁾。パラメトリック射影フィルタには正則化パラメータが含まれている。先にも述べたように基本的に非適切問題となる逆問題解析では、未知パラメータが多くなればなるほど非適切性が生じるリスクも大きくなり、適切化または正則化手法を導入する必要がある。従ってパラメトリック射影フィルタは、正則化パラメータを適切に与えることが出来れば、極めて安定した逆解析が可能となるため、最適なパラメータの選定が必要である。

本論文では、3層フレームモデルに対して固有振動数を観測データとするシステム同定を通して、最適なパラメータを与える一手法として既報³⁾において提案した可変的パラメトリック射影フィルタの特性について検討することを目的としている。フィルタリングアルゴリズムは状態量と観測量の関係が非線形の場合にも適用できる拡張型を用いるが、例としてまず初期値の影響について考察を加える。また可変的パラメトリック射影フィルタも、他のフィルタと同様に観測誤差共分散により誤差の考慮が可能であるため、観測誤差と正則化項を関連付けることにより、フィルタリングアルゴリズムに

おける観測誤差の影響について考察を加えることにする。

2. フィルタ理論と可変的パラメトリック射影フィルタ

可変的パラメトリック射影フィルタ(VPPF)の特性について、特に初期値がフィルタリングプロセスに与える影響、さらに観測誤差と Tikhonov の正則化パラメータ γ との関係を検討するために、本システム同定における逆解析手法としての可変的パラメトリック射影フィルタに関する理論的背景について既報³⁾に基づき再記する。

2.1 数理モデル

逆問題を離散的立場から取り扱うものとする。つまり、推定または同定すべき未知量を有限次元のベクトルとすると、その逆問題の数理モデルは次のように与えることができる。

- 観測方程式 (システム方程式):

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{z} + \mathbf{v} \quad (1)$$

- 推定方程式 (復元方程式):

$$\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{B}\mathbf{y} \quad (2)$$

ここでベクトル \mathbf{z} は推定または同定すべき原ベクトル、 \mathbf{y} は観測ベクトル、 $\tilde{\mathbf{z}}$ は \mathbf{z} に対する推定ベクトル、 \mathbf{v} は観測に伴い混入する雑音ベクトル、行列 \mathbf{M} は観測行列、 \mathbf{B} は推定行列 (復元行列) とする。なお、上式中のベクトルは雑音ベクトル \mathbf{v} の存在によりいずれも確率変数 (ベクトル) として取り扱わねばならない。

この数理モデルにより逆解析は、観測行列 \mathbf{M} を与えてノイズ \mathbf{v} の統計的性質と与えられた観測ベクトル \mathbf{y} のもとで、次の評価基準を満たす \mathbf{z} の最良な推定ベクトル $\tilde{\mathbf{z}}$ を定めることになる。

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{z}, \tilde{\mathbf{z}}) \rightarrow \text{Min} \quad (3)$$

ここに、 \mathbf{J} は評価関数である。したがって、式(3)で与えられる最小化問題の解 \mathbf{z} を与えるような推定行列 \mathbf{B} を具体的に構成しなければならない。

2.2 フィルタ理論

推定行列 \mathbf{B} を線形不偏推定条件のもとで構成することになると \mathbf{z} の期待値 $\bar{\mathbf{z}}$ を用いて推定ベクトルは次のように与えられる。

$$\tilde{\mathbf{z}} = \bar{\mathbf{z}} + \mathbf{B}\{\mathbf{y} - \mathbf{M}(\bar{\mathbf{z}})\} \quad (4)$$

したがって、推定行列 \mathbf{B} が具体的に与えられれば、観測ベクトル \mathbf{y} を用いて上式(4)から推定ベクトル $\tilde{\mathbf{z}}$ が決定できる。

この推定行列として、評価基準(3)の具体的な表現に対応して Wiener フィルタ、射影フィルタ、パラメトリック射影フィルタが存在している⁴⁾。これらのフィルタの中でも本論で対象とするフィルタはパラメトリック射影フィルタである。このフィルタは次の評価基準に対して構成される。

- 評価基準:

$$\mathbf{J}(\mathbf{B}) := \text{tr}\{(\mathbf{B}\mathbf{M} - \mathbf{P})(\mathbf{B}\mathbf{M} - \mathbf{P})^T\} + \gamma \mathbf{E}_v \left[\|\mathbf{B}\mathbf{v}\|^2 \right] \quad (5)$$

- パラメトリック射影フィルタ:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{M}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{M} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{Q}^{-1} \quad (6)$$

ただし、 $\gamma > 0$ は信号と雑音の関係にあり、いわゆる s/n としての意味を有するパラメータである。また、 \mathbf{P} は射影行列とし、 T は行列の転置操作を示し、 tr は行列のトレース操作とし、観測雑音共分散行列 \mathbf{Q} を以下のように定義する。

$$\mathbf{Q} := \mathbf{E}[\mathbf{v}\mathbf{v}^T] \quad (7)$$

ここに、 \mathbf{E} は期待値を意味する。

パラメトリック射影フィルタの概念図を Fig.1 に示す。

ここで、射影フィルタとの比較からパラメトリック射影フィルタの特徴を概説しておく。まず、射影フィルタは基本的に状態ベクトルの \mathbf{z} の射影 $\mathbf{P}\mathbf{z}$ が推定量 $\tilde{\mathbf{z}}$ と一致するように構成されている。通常、推定量 $\tilde{\mathbf{z}}$ は観測誤差の影響により、 \mathbf{z} の最良近似 $\mathbf{P}\mathbf{z}$ の周りに散らばることになる。射影フィルタは観測誤差ベクトルのみに関して平均化操作を考慮した評価関数を満足する解として与えられるため、フィルタリング計算の安定性において大変厳しいフィルタといえる。

一方、パラメトリック射影フィルタの評価基準(5)は射影フィルタの制約条件を緩和すると同時に、これに伴うノイズを抑制する度合いのバランスをパラメータ γ によって調整していることになる。

ところで先にも述べたように逆解析は一般に非適切性を伴うことになる。様々な逆解析に多用され、拡張 Kalman フィルタを構成することで知られている Wiener フィルタには推定誤差共分散が含まれており、フィルタリングステップに応じてこれを更新することで、フィルタリング計算の安定化を図る正則化の役割を担っていると考えられる。これに対して射影フィルタは射影を介して直接目標値に対応する状態量と状態推定量を比較することになり、フィルタリング計算の安

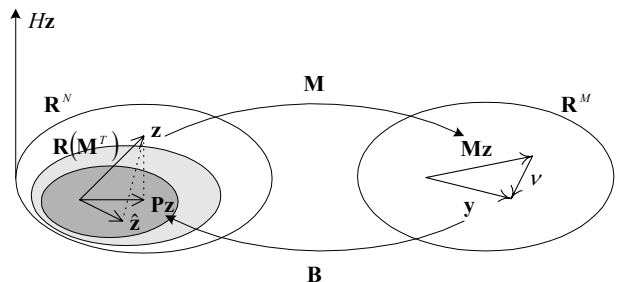


Fig.1 パラメトリック射影フィルタの概念図

定化を図るための正則化項は全く含まれていない。パラメトリック射影フィルタは、この点が改善されており、Tikhonovの正則化項に関連し、スカラー量で与えられるパラメータ γ が含まれていることによりフィルタリング計算が安定しているものと考えられる。換言すれば、パラメトリック射影フィルタを採用することは、パラメータ γ を正則化パラメータとして捉えることにより、安定化の一手法としてノイズの統計的な先験情報として共分散行列 \mathbf{Q} を用いた正則化を図る効果が期待される。

2.3 可変のパラメトリック射影フィルタによるシステム同定

パラメトリック射影フィルタ(6)には、パラメータ γ が含まれているので、このフィルタを用いてシステム同定を行うには、 γ を具体的な数値として与える必要がある。 γ の決定では、本論でも既報³⁾と同様に可変的決定手法を導入することにより、任意の初期値からフィルタリングの計算過程を通して自律的に適切な数値を得ることのできる可変的パラメトリック射影フィルタリングアルゴリズムを構成する。

線形不偏推定式(4)に基づくフィルタリングアルゴリズムにおけるフィルタ方程式とフィルタゲインは次のように与えられる。

・フィルタ方程式：

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k-1/k} = \tilde{\mathbf{z}}_{k/k} = \tilde{\mathbf{z}}_{k/k-1} + \mathbf{B}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{M}_k \tilde{\mathbf{z}}_{k/k-1}) \quad (8)$$

ここに、下付添え字 $k/k-1$ は $k-1$ ステップの情報に基づく k ステップの状態ベクトル \mathbf{z}_k の推定値を意味する。

・フィルタゲイン：

$$\mathbf{B} = (\mathbf{M}_k^T \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{M}_k + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}_k^T \mathbf{Q}_k^{-1} \quad (9)$$

ただし、推定ベクトルの初期値を次のように与えるものとする。

$$\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}}_0 \quad (10)$$

ここで、初期ステップにおいて、推定ベクトル $\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1}$ は観測ベクトル \mathbf{y}_0 のみによって決定しているので、それらの間に比例関係が成り立つものと仮定すると次のように書くことができる。

$$\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1} = \mathbf{A}_0 \mathbf{y}_0 (= \mathbf{A}_0 \mathbf{M}_0 (\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1})) \quad (11)$$

ただし、行列 \mathbf{A}_0 は対角行列とする。一方、初期ステップのフィルタ方程式は式(8)より次のように書くことができる。

$$\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1} = \mathbf{B}_0 \mathbf{y}_0 \quad (12)$$

これらの式を等置することによって次式を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0 \mathbf{y}_0 &= \mathbf{B}_0 \mathbf{y}_0 \\ &= (\mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} \mathbf{M}_0 + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} \mathbf{y}_0 \end{aligned} \quad (13)$$

パラメトリック射影フィルタの表現(6)より、パラメータの初期値に関する次の関係式を得る。

$$\gamma_0 \tilde{\mathbf{z}}_{0/-1} = \mathbf{b}_0 \quad (14)$$

ただし、

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{M}_0^T \mathbf{Q}_0^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{M}_0 \mathbf{A}_0) \mathbf{y}_0 \quad (15)$$

以上より、 γ_0 は $\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1}$ と \mathbf{b}_0 との内積と $\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1}$ のノルムとを用いて次式で与えられる。

$$\gamma_0 = \frac{\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1}^T \cdot \mathbf{b}_0}{\|\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1}\|^2} \quad (16)$$

このように求められた γ_0 を含んだパラメトリック射影フィルタを構成し、フィルタ方程式より $\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1}$ を求める。これらの計算を γ の値が収束するまで繰り返し、その収束値をフィルタリング1回目の値とする。同様にして各フィルタリングステップにおいて収束値の γ を決定することになる。

3. システム同定への適用

これまで述べてきた可変的パラメトリック射影フィルタリングアルゴリズムを3層フレームモデルのシステム同定に適用する。

3.1 3層フレームモデル

曲げおよびせん断応力による応力伝達機構を有する構造物としてFig.2に示す既報⁷⁾と類似の3層フレームモデルを対象としてシステム同定解析を行う。本モデルは各層1層のみの水平剛性が低下したことを仮定し、実験モード解析による実測データも存在しているが、本逆解析では1層および2層が3層に対して20%水平剛性が低下した場合を想定し、全ての層の水平剛性を同定するシステム同定を通してVPPFの特性を検討する。したがって、本研究では観測データを順解析から求めるシミュレーション逆解析を行うものとする。観測データを求めるための順解析及びフィルタリング過程における数理モデルは次式で与えられる質点系モデルに対する非減衰の固有方程式を採用する。

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (17)$$

ここに \mathbf{K} は水平剛性行列、 \mathbf{M} は質量行列、 ω は固有円振動数を意味する。

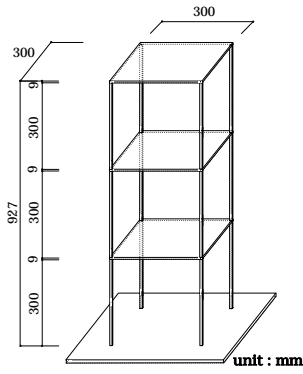


Fig.2 3層フレームモデルのイメージ

Table1 にシステム同定に用いたフレームモデルの観測データとなる固有振動数を示す。ただし、対象としたフレームモデルは大地震により1層および2層の地震層せん断力が大きく、1層及び2層が3層に対して20%剛性が低下したことを仮定した。具体的にシステム同定の対象としたモデルは、3層の水平剛性が50(N/mm)とし、したがって1層と2層の水平剛性は40(N/mm)とした。

Table1 シミュレーション逆解析の観測データ(Hz)

	固有振動数(Hz)
1次	5.62
2次	16.39
3次	23.47

3.2 可変的パラメトリック射影フィルタに基づく逆解析アルゴリズム

本逆解析は3層フレームモデルの各層の水平剛性を状態量として同定する際に、観測量として固有振動数を用いることにする。フィルタリングアルゴリズムは状態方程式、観測方程式、フィルタ方程式から構成される。本逆解析は状態量である水平剛性と観測データである固有振動数の関係が非線形であることから、拡張型のフィルタリングアルゴリズムを次のように構成する。

・状態方程式：

$$\tilde{z}_{k+1} = \mathbf{I}\tilde{z}_k \quad (\mathbf{I} \text{は単位行列}) \quad (18)$$

式(18)で与えられる状態量はフィルタリングの過程で、状態遷移構造を持たないことを意味している。

・観測方程式：

$$\begin{aligned} \omega_k &= m_k(\tilde{z}_k) + v_k \\ \mathbf{M}_k \tilde{z}_k &+ v_k \end{aligned} \quad (19)$$

ここに \mathbf{M}_k は次式で与えられる感度行列である。

$$\mathbf{M}_k = \left(\frac{\partial m_k(\tilde{z}_k)}{\partial \tilde{z}_k} \right) \quad (20)$$

・フィルタ方程式：

$$\tilde{z}_{k+1} = \tilde{z}_k + \mathbf{B}(\omega_k - m_k(\tilde{z}_k)_{k/k-1}) \quad (21)$$

ここに、復元作用素(フィルタゲイン) \mathbf{B} はパラメトリック射影フィルタを用いることになる。

先にも述べたようにフィルタゲインに含まれる \mathbf{Q} は観測誤差共分散行列を表しており、この項が含まれていることで観測誤差を考慮したフィルタリングが可能となる。本逆解析では状態量 \tilde{z}_k がフィルタリング k 回目の各層の水平剛性であり、フィルタリング k 回目の水平剛性における振動数が $m_k(\tilde{z}_k)$ を意味する。フィルタリング過程において、状態量に対する固有振動数を固有方程式(17)より計算し、 ω_k と $m_k(\tilde{z}_k)$ が一致するまで繰り返し計算をすることにより、水平剛性を同定する逆解析が可能となる。

こうしたフィルタリングアルゴリズムに基づき、パラメトリック射影フィルタ(6)に含まれる正規化パラメータ γ を式(16)~(21)に述べたアルゴリズムから各フィルタリングステップにおいて計算的に求めることにより、可変的パラメトリック射影フィルタリングアルゴリズムが構成される。

γ を計算的に求めるための具体的なアルゴリズムは式(16)で与えられるが、これら一連の計算はフィルタリングと同様の計算であり、未知数が多くなることにより、この一連の計算でも非適切性が生じ、繰り返し計算が不安定となることがある。そこで、特定の一成分に着目して、式(16)をスカラー表現した形を用いて γ を決定することも可能である。本逆解析ではスカラー表現により γ を決定した。

4. システム同定解析結果と考察

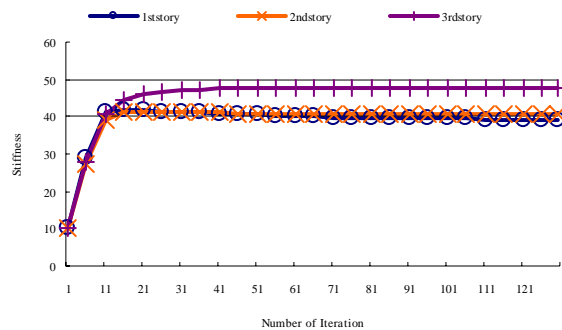
筆者らが開発した可変的パラメトリック射影フィルタの特性を検討するために、シミュレーション逆解析により3層フレームモデルのシステム同定解析を行った。

観測データには1~3次モードの固有振動数を採用し、1~3層すべての層の水平剛性を未知数とする逆問題を構成した。フィルタの特性の検討にあたっては拡張型フィルタを用いていることから、まず初期値の影響に関しフィルタリング過程について考察する。次に正規化に関連し、観測誤差の影響と正規化パラメータの関係について考察する。なお逆解析にあたっては以下の収束条件を用いた。

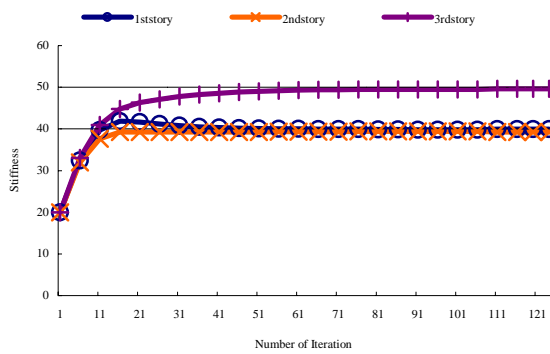
$$|\tilde{z}_{k+1} - \tilde{z}_k| \leq 1.0 \times 10^{-4} \quad (22)$$

$$|\gamma_{k/k} - \gamma_{k/k-1}| \leq 1.0 \times 10^{-4} \quad (23)$$

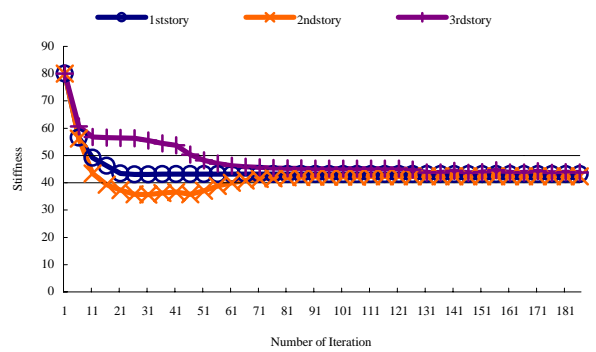
Fig.3(a)~(f)にシステム同定と初期値の関係について検討するために同定結果を示す。結果を表すグラフは、横軸にフィルタリング回数を、縦軸は状態量としての有限次元(N/mm)の水平剛性を表している。また初期値の検討に当たっては、観測誤差は固有振動数の5%を標準偏差となるよう仮定した。



(a) 初期値 10(N/mm)

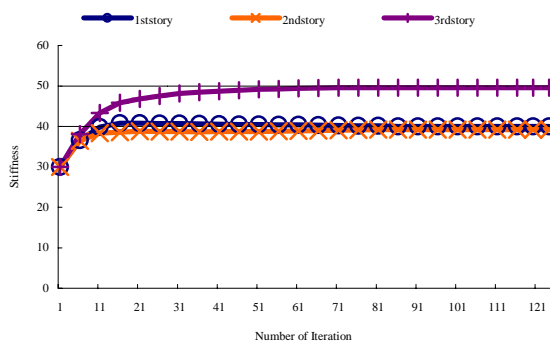


(b) 初期値 20(N/mm)

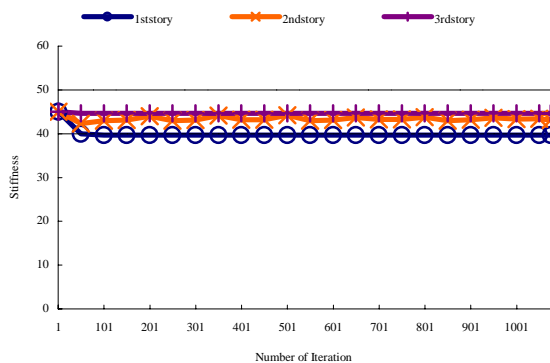


(f) 初期値 80(N/mm)

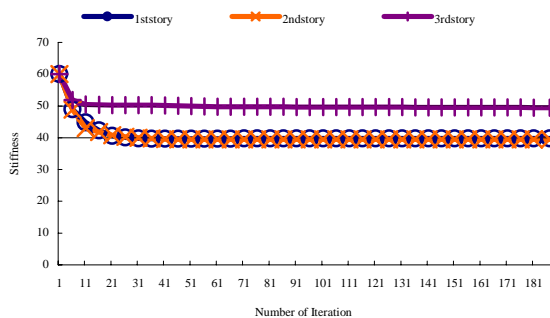
Fig.3 初期値の影響と同定結果の関係



(c) 初期値 30(N/mm)



(d) 初期値 45(N/mm)



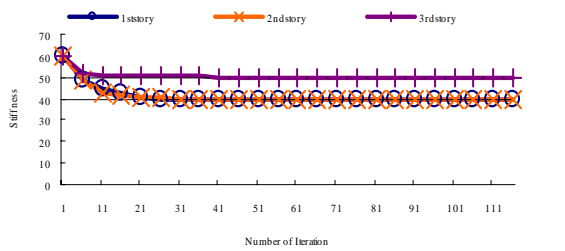
(e) 初期値 60(N/mm)

(a)は目標値となる状態量の下方に初期値を設定し、さらに目標値から大きく離れた値から計算を開始した結果である。1層、2層の同定結果に比べて3層の収束値が目標値と多少差異があるものの、ほぼ3層全ての水平剛性が同定できているといえる。(b)、(c)は初期値を目標値の下方に設定したことは同様であるが、徐々に目標値の近くに設定した結果である。初期値を目標値の近くに設定するほど、同定精度が改善されていく様子が分かる。

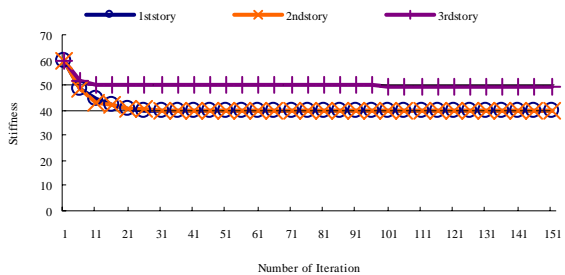
(d)は目標値の中間に初期値を設定した例である。状態量が変化しなかったり、振動したりと同定が不可能となることが分かる。初期値を目標値である40(N/mm)及び50(N/mm)に設定した場合も目標値と極めて大きな差異を伴い収束した。

(e)は目標値に近い上方に初期値を設定した例である。初期値を目標値の下方に設定した場合と同様に、精度の良い同定結果が得られている。しかし、目標値から離れた上方に設定した例である(f)では、初期値を目標値の下方に設定した場合は異なり、同定精度が極端に劣ることが分かる。これらのことから、初期値は目標値の下方に設定し、目標値の値そのものではなく、可能な限り近傍に設定することにより精度の良い同定結果が得られるといえる。実際の構造物においては、設計図書等を参考に設計時の水平剛性から初期値を決定することを提案する。

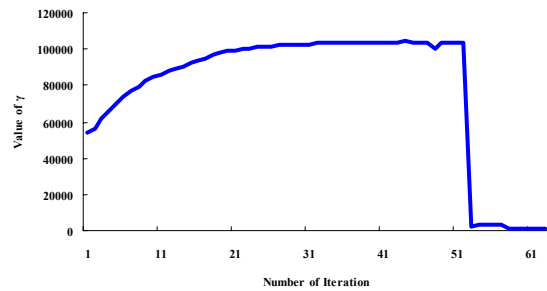
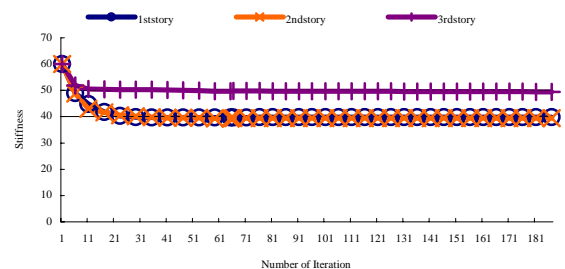
次に観測誤差と正則化パラメータの関係について検討するための結果を Fig.4 に示す。(a)~(c)はそれぞれ観測誤差を固有振動数の1%、0.1%、0.01%を標準偏差とするよう仮定した同定結果である。初期値はあえて目標値の上方である60(N/mm)とした。フィルタの特徴でも述べたように、パラメータ γ はノイズの統計的な先験情報として共分散行列を用いた正則化が図られており、またS/N(SN比)の関係によりノイズが小さいと γ が大きくなり、逆にノイズが大きいと γ が小さくなることにより適切な正則化が図られていることが分かる。パラメータ γ は各フィルタリングステップで求められているが、状態量の変化が大きいと γ の変化も大きく、状態量が安定してくると γ も一定の値となっている。なお、途中で γ が大きく変化しているのは、まず1層の状態量が収束したためである。本逆解析では3層全ての状態量が収束するまで計算を行った。



(a)固有振動数の 1%を標準偏差とする誤差に対する同定結果と γ の変化



(b)固有振動数の 0.1%を標準偏差とする誤差に対する同定結果と γ の変化



(c)固有振動数の 0.01%を標準偏差とする誤差に対する同定結果と γ の変化

Fig.4 観測誤差と正則化パラメータの推移

5. まとめ

可変的パラメトリック射影フィルタの特性を 3 層フレームモデルのシステム同定を通して検討した結果、次のような結論を得た。

- (1)システム同定の同定精度は初期値の設定に大きく影響される。
- (2)初期値は設計図書等を参考に、目標値の近傍に設定することで精度の良い同定結果が得られる。また、可能であれば目標値の下方で、さらに目標値の近傍に設定することにより安定した精度のよい同定結果が得られる。
- (3)可変的パラメトリック射影フィルタの正則化パラメータ γ は観測誤差に対応して、値が自律的且つ適切に決定されており、フィルタリング計算を安定させている。
- (4)可変的パラメトリック射影フィルタは、初期値を適切に設定することにより、複数の未知数を有する逆問題に対しても、有効な逆解析手法になり得ると考えられる。

今後の課題として、実測値を用いたシステム同定へと展開していく必要がある。また、実在建築物等のシステム同定へと発展させていきたい。こうした結果に基づき、今後は更に複雑な同定問題への適応を通してアルゴリズムの有効性を追求していく所存である。

参考文献

- 1) 日本建築学会 振動運営委員会: 構造ヘルスマニタリングがつくる安全・安心な建築空間, 構造部門(振動), 2008
- 2) 土木学会: 土木工学における 逆問題入門, 2000
- 3) 登坂宣好, 遠藤龍司: 可変パラメトリック射影フィルタによるフレーム構造物の損傷同定解析, 計算数理工学論文集, Vol.7, No.2, pp.225-230, 2008
- 4) 登坂宣好, 大西和榮, 山本昌宏: 逆問題の数理解法, 東京大学出版会, 1999
- 5) 遠藤龍司, 川上善嗣, 登坂宣好: 損傷同定に用いるフィルタリングアルゴリズムの特性について, 計算数理工学論文集 Vol.3, pp.55-60, 1997
- 6) 遠藤龍司, 登坂宣好: VPPF による 3 層フレームモデルのシステム同定, 第 57 回理論応用力学講演会 講演論文集, pp.527-528, 2008
- 7) 遠藤龍司, 百里登美子, 登坂宣好: 拡張 Kalman フィルタを用いたフレーム構造モデルの損傷同定解析, 構造工学論文集, 日本建築学会, Vol.46B, pp.27-33, 2000