

均質化法を用いた CFRP 積層板の粘弾性構成式の評価

EVALUATION FOR VISCOELASTIC CONSTITUTIVE EQUATION OF CFRP LAMINATES USING HOMOGENIZATION METHOD

荒井 政大¹⁾, 角 孝平²⁾, 伏見 祐介³⁾, 松田 哲也⁴⁾

Masahiro ARAI, Kohei KAKU, Yusuke FUSHIMI and Tetsuya MATSUDA

- 1) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: arai@shinshu-u.ac.jp)
 2) 信州大学大学院工学系研究科院生 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: kaku@str1.shinshu-u.ac.jp)
 3) 信州大学工学部機械システム工学科学学生 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: fushimi@str1.shinshu-u.ac.jp)
 4) 筑波大学大学院システム情報工学研究科 (〒305-8573 つくば市天王台 1-1-1, E-mail: matsuda@kz.tsukuba.ac.jp)

In the present paper, thermo-viscoelastic constitutive equation of carbon fiber reinforced plastic is investigated by numerical approach based on finite element method(FEM) and homogenization theory. The constitutive equation of the CFRP is considered on the Laplace-transformed domain, and it is discussed based on correspondence principle which is satisfied by the each Laplace-transformed elastic moduli. Homogenization theory is employed to estimate the 'homogenized elastic moduli' of the composite composed of matrix resin and carbon fibers. Using approximation of generalized Maxwell model, the relaxation modulus of CFRP is obtained by numerical computation with FEM. The effect of the volumetric loading rate of the carbon fiber and the individual elastic moduli of the fiber and matrix on the estimated relaxation moduli are discussed from the results of numerical demonstration in detail.

Key Words: CFRP Laminates, Finite Element Method, Homogenization Theory, Viscoelasticity, Relaxation Modulus, Laplace Transform, Creep Test

1. 緒 論

樹脂基複合材料は高比強度かつ高比剛性といった種々の優れた特性を有することから、電子機器や構造用材料など、さまざまな工学分野で用いられている。中でも、強化材として長繊維型の炭素繊維を用いた強化プラスチック、すなわち CFRP 積層板は、航空宇宙分野において中心的な構造材料としての地位を確立している。航空宇宙分野において、高い燃費効率を達成するための要求はさらに高まっており、材料の改良が強く求められている⁽¹⁾⁽²⁾。

動的な外力が作用する場合、さらには種々の温度環境下における CFRP 積層板の変形挙動や破壊特性を評価するためには、CFRP 積層板の構成式(応力 - ひずみ関係)を評価することが重要である。一般に樹脂材料の構成式は、温度と時間に依存する熱粘弾性特性もしくは粘塑性的性質を示すことが知られており⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾、樹脂をマトリクスとし、長繊維型の炭素繊維を強化材とする CFRP 積層板もまた同様である⁽⁶⁾。

複合構造を有する CFRP 積層板の応力 - ひずみ関係を求めるには、マイクロメカニクスや複合則⁽⁷⁾を用いるなどの手法が知られている。しかし、温度と時間の両者に依存する熱粘弾性特性を高い精度で評価する場合には、古典的な複合則による予測では満足な結果が得られない場合が多い。

そこで本研究では、CFRP 積層板の粘弾性構成式を均質化法により導出することを目的とし、一連の考察を実施する。粘弾性特性を示すマトリクス樹脂の応力 - ひずみ関係、すなわち緩和弾性係数は、Duhamel の畳み込み積分により表現される線形熱粘弾性理論で表現されるものとし、クリープ関数が

ら得られた実験結果をもとに、Maxwell モデルによる近似を適用して一般的なモデル化を行う。その後、CFRP 積層板の構成式を Laplace 像空間上において均質化法および有限要素法(FEM)により算出する。

数値シミュレーションにより、CFRP 積層板の緩和弾性係数に対する炭素繊維体積含有率の影響を詳細に検討するとともに、Epoxy 樹脂単体のクリープ試験結果と CFRP 積層板の標準試験の結果のみから、CFRP 積層板の粘弾性構成式が実用上十分な精度で求められることを明らかにする。

2. 均質化法

2.1 基礎式 周期的な内部構造を有する複合材料を考える。ここで、周期的な内部構造の最小構成単位としてユニットセル Y を導入し、微視構造の物性や分布性状の情報を備えた座標系 y_i について議論する。ユニットセルに関する応力を微視的応力 σ_{ij} 、ひずみを微視的ひずみ ε_{ij} とすれば、ユニットセルのつり合い方程式及び構成式は次のように書ける⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (2)$$

ここで、 E_{ijkl} は弾性スティフネス、 $\delta_{i,j}$ は座標 x_j に関する微分を示す。

均質化理論の定式化において、ユニットセルに関する変位は、微視的構造の変形による変位と巨視的構造の変形による変位の重ね合わせで表すことができる。すなわち、微視的変位は、ユニットセルの不均質性により生じる擾乱変位 u_i^* とユ

ユニットセル内部に一樣に分布する巨視的ひずみ ε_{ij}^H を用いて次のように表される。

$$u_i = \varepsilon_{ij}^H y_j + u_i^* \quad (3)$$

ここで、上付き文字 H は均質化された値であることを示す。式 (3) において、均質化した巨視的ひずみ ε_{ij}^H は実際には未知である。そこで、擾乱変位 u_i^* を特性変位 χ_i^{pq} を用いて次のように定義する。

$$u_i^* = -\chi_i^{pq} \varepsilon_{pq}^1 \quad (4)$$

ここで、擾乱変位 u_i^* は、ユニットセル内部に単位ひずみ ε_{pq}^1 が与えられたときの変位である。さらに、式 (3) に式 (4) を代入することで次式が得られる。

$$u_i = \varepsilon_{ij}^H y_j - \chi_i^{pq} \varepsilon_{pq}^1 \quad (5)$$

ここで、変位とひずみの関係には、次式が成り立つ。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (6)$$

上の関係から式 (5) を展開することで、マイクロひずみに関して次式が導かれる。

$$\varepsilon_{kl}^{pq} = (I_{kl}^{pq} - \chi_{k,l}^{pq}) \varepsilon_{pq}^1 \quad (7)$$

ここで、 I は単位テンソルを表す。

ユニットセルに関するつり合い方程式 (1) は、擾乱変位場の任意の形状関数を χ_i^* を重み関数とし、重みつき残差法およびグリーンガウスの定理を用いることで、最終的に以下の弱形式に変換される。

$$\int_Y \chi_{i,j}^* \sigma_{ij} dY = 0 \quad (8)$$

さらに、上式に構成方程式 (2) 及びひずみ-変位関係式 (7) を代入することで次式に帰着する。

$$\int_Y \chi_{i,j}^* E_{ijkl} \chi_{k,l}^{pq} dY = \int_Y \chi_{i,j}^* E_{ijkl} I_{kl}^{pq} dY \quad (9)$$

上式は特性変位 χ_i^{pq} に関する境界値問題であり、 Y 周期性を示す $\chi_i^{pq} = \chi_i^{qp}$ の関係から有限要素法により解くことができる。

2・2 均質化過程 式 (2) に式 (7) を代入すると、ユニットセルの構成方程式は特性変位 χ_i^{pq} を用いて次のように表せる。

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} (I_{kl}^{pq} - \chi_{k,l}^{pq}) \varepsilon_{pq}^1 \quad (10)$$

ここで、ユニットセル内の各変数の体積平均は巨視的構造の変数と一致すると仮定する。これを体積平均理論と呼び、次の関係式が成り立つ。

$$\sigma_{ij}^H = \langle \sigma_{ij} \rangle, \quad \varepsilon_{pq}^H = \langle \varepsilon_{pq} \rangle \quad (11)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は体積平均を表す。

式 (11) を、式 (2)、(10) に適用すると、巨視的構造の均質化弾性係数が次のように求まる。

$$E_{ijpq}^H = \langle E_{ijkl} (I_{kl}^{pq} - \chi_{k,l}^{pq}) \rangle \quad (12)$$

3. 線形粘弾性理論

CFRP 積層板におけるマトリクス樹脂の粘弾性特性を考慮するために、線形粘弾性理論を導入する。応力 $\sigma(t)$ とひずみ $\varepsilon(t)$ の関係は、Duhamel の畳み込み積分⁽¹⁰⁾を用いて次式のように表すことができる。

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \varepsilon(\tau) d\tau + E(t) \varepsilon(0), \quad (13)$$

ここで、 $E(t)$ は、 $t > 0$ において単位ステップ状のひずみ入力 $\varepsilon(t) = H(t)$ が与えられたときの応力応答であり、緩和弾性係数と呼ばれる。

同様に、ひずみ変化 $\varepsilon(t)$ の関係は、クリープ関数 $J(t)$ を用いて次のように表される。

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \sigma(\tau) d\tau + J(t) \sigma(0) \quad (14)$$

さらに、式 (13) と (14) に Laplace 変換を適用することにより以下の式を得る。

$$\bar{\sigma}(s) = s \bar{E}(s) \bar{\varepsilon}(s), \quad \bar{\varepsilon}(s) = s \bar{J}(s) \bar{\sigma}(s) \quad (15)$$

ここで、 s は Laplace 変換パラメータであり、 $\bar{\cdot}$ を付した諸量は Laplace 変換した物理量であることを意味する。式 (15) から、緩和弾性係数 $\bar{E}(s)$ とクリープ関数 $\bar{J}(s)$ について次の関係式が得られる。

$$\bar{E}(s) = \frac{1}{s^2 \bar{J}(s)} \quad (16)$$

式 (16) より、緩和弾性係数 $E(t)$ は、実験からクリープ関数 $J(t)$ を算出することで得られることが確認できる。

なお、本論文における定式化では、粘弾性的変形過程において、体積弾性率は緩和挙動を示さないものと定義した。この仮定により、体積弾性係数 $K(t)$ は、瞬間弾性係数 E_0 と常温下におけるポアソン比 ν_0 を用いて次式のように定義される。

$$K(t) = K(0) H(t) = \frac{E_0}{3(1-2\nu_0)} H(t) \quad (17)$$

すなわち本定式化においては、ヤング率 $E(t)$ とポアソン比 $\nu(t)$ のみを時間に依存した性質を示す弾性定数として取り扱うこととする。

また、式 (17) を Laplace 変換することにより、Laplace 像空間における体積弾性率 $\bar{K}(s)$ を次式のように得る。

$$\bar{K}(s) = \frac{E_0}{3s(1-2\nu_0)} \quad (18)$$

また、せん断緩和弾性係数 $G(t)$ の Laplace 変換 $\bar{G}(s)$ と $\bar{E}(s)$ 、 $\bar{K}(s)$ の間に次式の関係が成立する。

$$\bar{G}(s) = \frac{3\bar{K}(s)\bar{E}(s)}{9\bar{K}(s) - \bar{E}(s)} \quad (19)$$

なお、せん断の瞬間弾性率 G_0 、および時刻無限大におけるせん断弾性率 G_∞ は次式により求められる。

$$G_0 = \frac{3K_0 E_0}{9K_0 - E_0} \quad (20)$$

$$G_\infty = \frac{3K_\infty E_\infty}{9K_\infty - E_\infty} \quad (21)$$

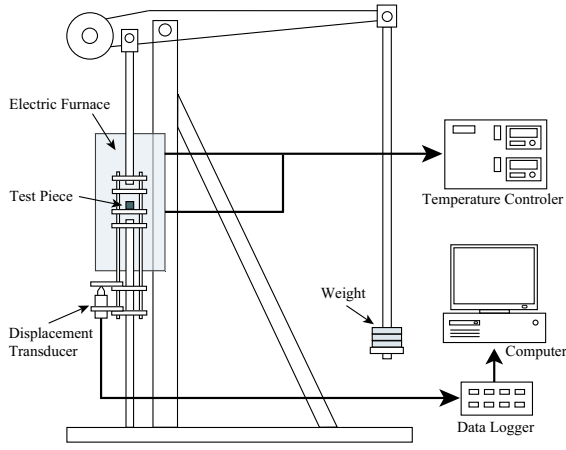


Fig.1 Unidirectional compression creep test.

ただし、 E_∞ , K_∞ は時刻無限大における縦弾性係数と体積弾性率をそれぞれ表す。

以上の上記の関係を用いて Laplace 空間上における均質化弾性係数 $\bar{E}^H(s)$ を算出し、数値 Laplace 逆変換を適用することで実時間領域における均質化弾性係数 $E^H(t)$ を算出することができる。

4. 一軸圧縮クリープ試験

Epoxy 樹脂及び CFRP 積層板の熱粘弾性特性を測定することを目的として、Fig.1 に示すような一方向圧縮クリープ試験を実施した。電気炉内にて一定温度に保持された試験片に対し、重錘を用いて一定の圧縮荷重を付与し、試験片の変位履歴を測定する。

一方向プリプレグシート (T700S/#2500, 東レ) を用いて 220mm×220mm の一方向配向の積層板をオートクレーブにて作成したのち、ダイヤモンドカッターを用いて立方体形状 (9mm×9mm×9mm) の試験片を切り出してクリープ試験に用いた。また、オートクレーブにて CFRP 試験片を作成する際、CFRP 板周辺にリークした樹脂を用いて、平板形状 (3.3mm×3.3mm×1.2mm) の樹脂試験片を作成した。なお、クリープ試験温度は 140°C とし、圧縮荷重は、CFRP 積層板に関しては 490N, Epoxy 樹脂に関しては 20N とした。

クリープ試験により得られた変位の時刻歴より、単位応力に対するひずみ応答として定義されるクリープ関数 $J(t)$ を算出する。マトリクス樹脂においては特に大変形状態を考慮する必要があることから、本論文では真応力と対数ひずみの定義を用いたクリープ関数の導出法を適用した⁽¹¹⁾。

まず、クリープ試験におけるひずみ履歴 $\varepsilon(t)$ を対数ひずみによって定義する。

$$\varepsilon(t) = \ln \frac{L(t)}{L_0} \quad (22)$$

ここで $L(t)$ は試験片長さの時刻歴、 L_0 はその初期値である。

次に、クリープ試験における応力の変化について考える。ひずみと同様に、大変形状態を考慮して真応力を用いた定義を導入する。ただし、大変形状態における試験片の体積変化は微小であり、真応力の計算においては実用上は無視できるものとする。結果として時刻 t における試験片の断面積 $A(t)$ は、

$$A(t) = A_0 \frac{L_0}{L(t)} = A_0 e^{-\varepsilon} \quad (23)$$

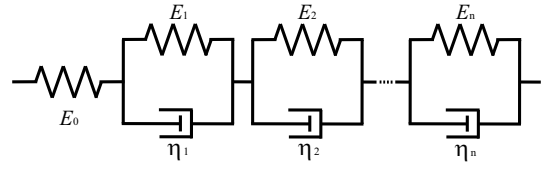


Fig.2 Voigt model.

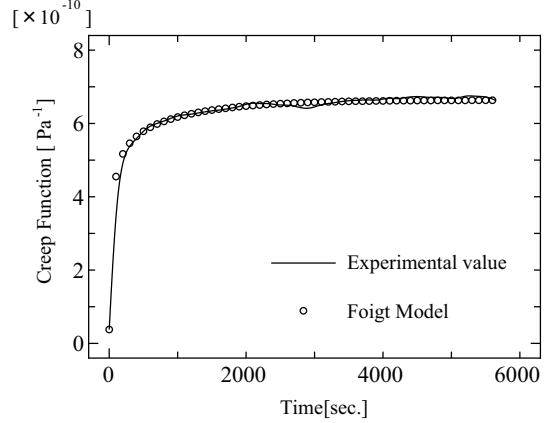


Fig.3 Creep function of epoxy resin #2500 obtained by unidirectional creep test.

として対数ひずみの関数として与えられる。よって、真応力の履歴は次式ようになる。

$$\sigma(t) = \frac{P}{A(t)} = \frac{P}{A_0} e^{\varepsilon} \quad (24)$$

式 (14) におけるひずみ $\varepsilon(t)$ 、応力 $\sigma(t)$ 、クリープ関数 $J(t)$ を時間軸に対して等間隔に離散化し、 $\varepsilon_i, \sigma_i, J_i$ ($i = 0, \dots, N$) のように定義する。式 (14) の時間微分に対して差分近似を適用すると、

$$\varepsilon_i = \sum_{k=1}^i J_{i-k} \left(\frac{\sigma_k - \sigma_{k-1}}{\Delta t} \right) \Delta t + J_i \sigma_0 \quad (25)$$

となる。すなわち、クリープ関数 J_i は、

$$J_i = \frac{\varepsilon_i}{\sigma_0} - \sum_{k=1}^i J_{i-k} \frac{\sigma_k - \sigma_{k-1}}{\sigma_0} \quad (26)$$

のように逐次の演算により求められることがわかる。

次に、得られたクリープ関数の離散データ J_i より、緩和弾性係数を求めることを考える。ただし、式 (13)、式 (14) の Duhamel 積分を直接評価して計算を実行すると、Laplace 逆変換の過程において数値的な誤差が重畳しやすく、一般的に結果が発散するなど種々の精度的問題が生じる。そこで Laplace 変換・逆変換の演算における誤差をできる限り小さくするため、先に得られたクリープ関数に対して、Fig.2 に示されるような Voigt モデルによる近似を適用する。Voigt モデルによるクリープ関数の近似式は次式で表される。

$$J(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{k_i} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right\}, \quad \tau_i = \eta_i/k_i \quad (27)$$

クリープ試験より得られた Epoxy 樹脂のクリープ関数を Fig.3 に示す。また、同図には、Voigt モデルにより近似されたクリープ関数も併せて示した。

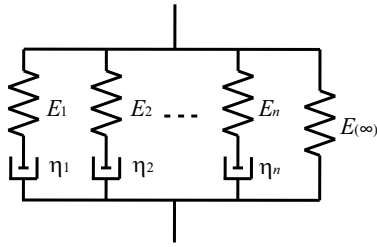


Fig.4 Maxwell model.

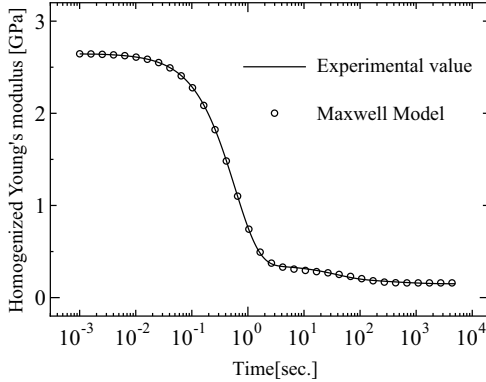


Fig.5 Relaxation modulus of epoxy resin #2500 (140°C).

さて、式 (26) に対して Laplace 変換を適用すると、次式が得られる。

$$\bar{J}(s) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{sk_i(1 + s\tau_i)} \quad (28)$$

よって、式 (16) より、クリープ関数に Foigt モデルを用いた場合の緩和弾性係数が、Laplace 空間上で以下のように求められる。

$$\bar{E}(s) = \left(s^2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{sk_i(1 + s\tau_i)} \right)^{-1} \quad (29)$$

なお、本論文では、数値 Laplace 逆変換として、時間後半におけるリングングが少なく、任意の時刻における実時間解が高い精度で求められる細野の方法⁽¹²⁾を用いた。

次に、Epoxy 樹脂の緩和弾性係数を算出するために、本研究では一般的な Maxwell モデル (Fig.4) を用いた。今回は、6 つのパネと 5 つのダッシュポットにより構成される 5 要素 Maxwell モデルとした。Maxwell モデルによる緩和弾性係数 $E(t)$ は、次の式で表される。

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_i \exp\left(\frac{-t}{\lambda_i}\right) + E(\infty) \quad (30)$$

ここで、 E_i は弾性係数、 $\lambda_i = \eta_i/E_i$ は緩和時間をそれぞれ表す。緩和弾性係数 $E(t)$ について Laplace 変換を適用すると、次式が得られる。

$$\bar{E}(s) = \sum_{i=1}^N \frac{E_i}{s + 1/\lambda_i} \quad (31)$$

Epoxy 樹脂に関する Maxwell モデルの諸係数は、実験値と近似式の二乗誤差が最小となるよう、反復計算を行うことにより決定した。最終的に得られた Maxwell モデルの諸係数を Table 1 に示す。

Table 1 Coefficient of Maxwell model of Epoxy resin.

E_1	1.245 [GPa]	λ_1	0.552 [s]
E_2	0.971 [GPa]	λ_2	0.528 [s]
E_3	0.124 [GPa]	λ_3	3.463 [s]
E_4	0.124 [GPa]	λ_4	99.78 [s]
E_5	0.0249[GPa]	λ_5	47.97 [s]
$E(\infty)$	0.161 [GPa]		

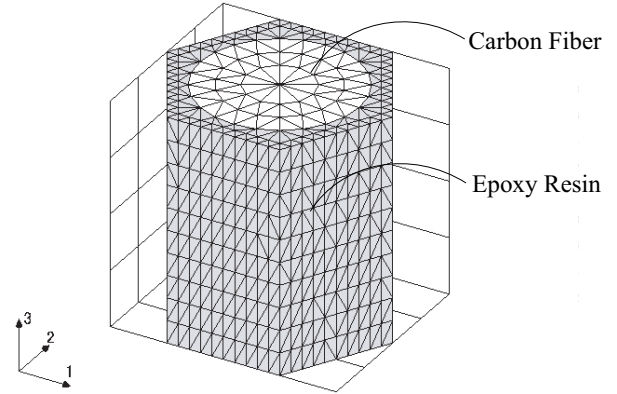


Fig.6 Unit cell of CFRP.

Table 2 Elastic moduli of unidirectional CFRP laminate.

E_L	106.6 GPa
E_T	8.0 GPa
G_{LT}	3.63 GPa
ν_{LT}	0.30
ν_{TT}	0.54

Fig.5 は、クリープ試験の結果から得られた Epoxy 樹脂の緩和弾性係数 $E(t)$ と、それを Maxwell モデルで近似した結果を示している。時間後半部において僅かな差異が見られるが、緩和弾性係数は Maxwell モデルで非常によく近似できていることが確認できる。

以上の手順により算出されたマトリクス樹脂の緩和弾性係数を用い、2 章で説明した均質化法を適用することで、Laplace 空間領域における CFRP 積層板の均質化弾性係数 $\bar{E}^H(s)$ を評価することができる。

実時間領域における緩和弾性係数 $E^H(t)$ は、均質化法により得られた $\bar{E}^H(s)$ に対し、数値 Laplace 逆変換を適用することで得ることができる。

5. 数値シミュレーション

本論文では、直交異方性の CFRP 積層板を 3 次元有限要素法により解析した。一方向強化型の CFRP 積層板は、繊維方向 (Longitudinal direction: 以降 L を用いて表記する) を異方性主軸とする横等方性体として扱うことができる。そこで、Ohno らの文献⁽⁹⁾を参考に、Fig.6 に示すような六角柱形状のユニットセルを用いて均質化法を適用した。なお、図に示されるように、異方性主軸との直交断面 (Transverse Plane: 以降、異方性主軸に直交する方向を T を用いて表記する) が六角形となるモデルである。

均質化弾性係数を求めるにあたって、炭素繊維の体積含有率は 0% から 80% の間で変化させることとし、それぞれのユニットセルの要素数は約 8000 とした。また、解析にはすべて

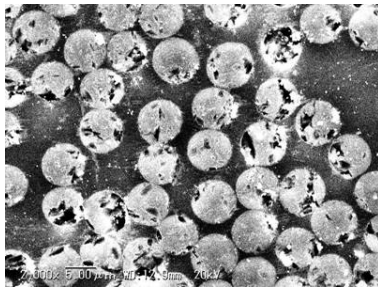


Fig.7 SEM image of unidirectional CFRP laminate.

Table 3 Elastic moduli of carbon fiber T700S obtained by homogenization theory.

E_L	177.9 GPa
E_T	25.3 GPa
G_{LT}	57.0 GPa
ν_{LT}	0.27
ν_{TT}	0.78

4 面体 1 次要素を用いた .

Epoxy 樹脂に関する構成方程式は、式 (30) で記述した Maxwell モデルにより与えられる。Maxwell モデルの諸係数は Table 1 の値を用いた。また、Epoxy 樹脂の瞬間弾性係数とポアソン比は、それぞれ 2.65GPa, 0.36 とした。

なお、炭素繊維の弾性係数を算出するにあたり、一方方向 CFRP 積層板の繊維方向ヤング率 E_L 、繊維に直交する方向のヤング率 E_T 、せん断弾性係数 G_{LT} 、ポアソン比 ν_{LT} , ν_{TT} の計測を実施した。標準試験により求められた CFRP 積層板の弾性係数を Table 2 に示す。

Fig.7 は、本研究で用いた一方方向 CFRP 積層板の繊維に直交する面の走査電子顕微鏡による観察画像である。図より、実験に用いた CFRP 積層板の繊維含有率は約 60%であることが分かった。この繊維含有率の値、および Epoxy 樹脂の弾性係数、CFRP 積層板の弾性係数より、均質化法を用いて炭素繊維の弾性係数を算出した。すなわち、均質化法により計算される一方方向 CFRP 積層板の弾性係数が、Table 2 の値に一致するよう探索計算を実施することにより、炭素繊維の弾性係数を逆解析的に同定した。得られた炭素繊維 T700S の弾性係数は、Table 3 に示されるとおりである。

以上のように得られたマトリクス樹脂の緩和弾性係数および炭素繊維の弾性係数より、均質化法を用いて CFRP 積層板の緩和弾性係数を算出した。緩和弾性係数 $E_T(t)$ 、せん断緩和弾性係数 $G_{LT}(t)$ 、ポアソン比 $\nu_{LT}(t)$ に関して、繊維含有率との関係を求めた結果を Fig.8, Fig.9, Fig.10 にそれぞれ示す。

$E_T(t)$ および $G_{LT}(t)$ に関しては、時間の経過とともに緩和が進行する典型的な緩和弾性率のカーブが得られている。また、ポアソン比に関しては時間の経過とともに上昇し、最終的に一定値に収束する傾向が確認できる。

6. 実験結果との比較

最後に、均質化法により求められた緩和弾性係数の有効性を確認するために、一方方向積層板のクリープ試験を実施し、クリープ試験から得られた CFRP 積層板の緩和弾性係数と数値シミュレーションから算出した緩和弾性係数の比較を行った。Fig.11 の太線は、CFRP T700S/#2500 (炭素繊維の体積含

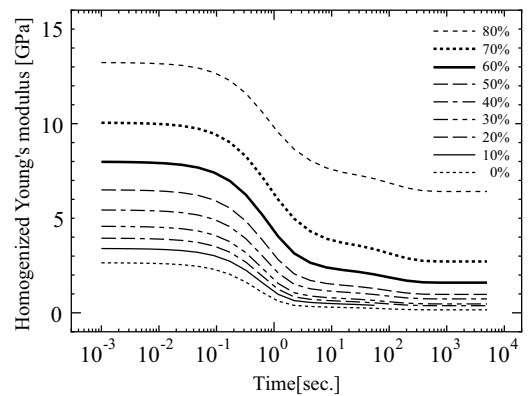


Fig.8 Homogenized relaxation modulus $E_T(t)$ of the CFRP laminate.

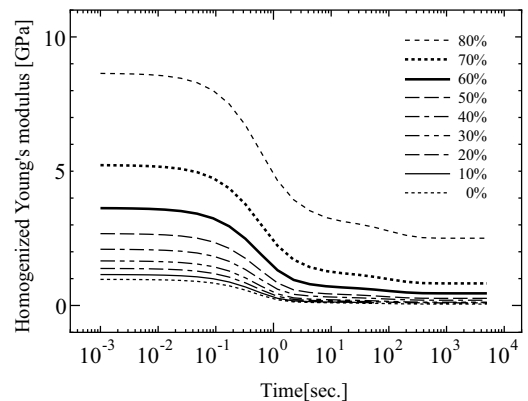


Fig.9 Homogenized relaxation modulus $G_{LT}(t)$ of the CFRP laminate.

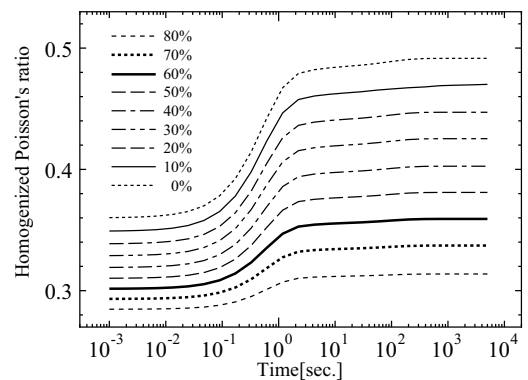


Fig.10 Homogenized Poisson's ratio $\nu_{LT}(t)$ of the CFRP laminate.

有率 60%) の繊維直交方向緩和弾性係数をクリープ試験により求めた結果であり、白丸のプロットは均質化法による数値シミュレーションにより得られた結果を示している。

時間後半部において実験値と数値シミュレーションの結果にやや差異が認められるが、これは主に無限時間における弾性係数 E_∞ の測定精度によるものである。クリープ試験では、十分に時間が経過した時点における最終変形量をもとに、時間に依存しない無限時間の弾性係数を求めているが、実際にはある程度の有限な時間で試験を打ち切るため、最終的に収束する変形量の見極めが難しい。

本論文の定式化では、変形量が大きくなった時点での誤差を極小化すべく、真応力と対数ひずみを用いて試験片の幾何学的な大変形の影響を考慮して計算を行っているが、それでもな

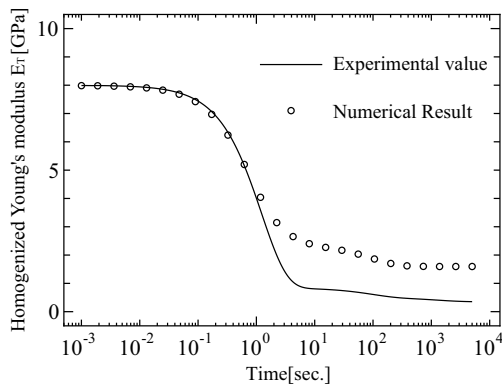


Fig.11 Comparing the relaxation modulus derived by experimental creep test and numerical calculation with homogenized theory.

お、最終変形量の測定に基づく E_∞ の決定法については、若干の課題が残る結果であると判断される。

しかしながら、粘弾性の性質を有するマトリクス樹脂の粘弾性特性さえ得られれば、炭素繊維を強化材とする一方向強化型 CFRP 積層板の粘弾性構成式が均質化法により求められることが示されたという点で、本論文には一定の成果があったものと結論づけられる。

7. 結 論

本論文では、CFRP 積層板の粘弾性構成式を均質化法により導出することを目的とし、数値シミュレーションならびに実験により一連の考察を行った。本論文で得られた結果を以下に総括する。

- (1) 一方向強化型の CFRP 積層板を六角柱形状のユニットセルを用いてモデル化し、均質化法による解析を行った。一方向 CFRP 積層板の弾性係数と Epoxy 樹脂の弾性係数より、単体試験が困難な炭素繊維の異方性弾性係数が求められることを示した。
- (2) CFRP 積層板のマトリクス樹脂について一軸圧縮クリープ試験を実施し、粘弾性構成式を算出した。構成式には線形粘弾性理論に基づく一般化 Maxwell モデルを適用し、均質化法の計算に用いるための粘弾性パラメータの導出を行った。
- (3) マトリクス樹脂の粘弾性構成式と炭素繊維の弾性係数より、均質化法を用いて CFRP 積層板の粘弾性構成式を算出できることを示した。また、緩和弾性係数に対する繊維含有率の影響について、数値シミュレーションにより詳細に考察した。
- (4) 均質化法により得られた CFRP 積層板の緩和弾性係数と、実験により求められた CFRP 積層板の緩和弾性係数を比較することにより、本計算手法の有効性を検証した。時間後半において、時刻無限大の弾性係数 E_∞ の

計測誤差に起因すると思われる誤差が生じたものの、概ね両者が一致することが確かめられた。

- (5) 本論文における検証実験は、現有の繊維含有率 60% の CFRP プリプレグのみを用いて行った。今後は、繊維含有率の異なる CFRP 積層板についても解析結果と実験を比較し、本計算手法の有効性を検証することが必要であると考えられる。

謝 辞

本研究は、文部科学省「知的クラスター創成事業(第 II 期)」の一環として実施したものであり、ここに記して関係各位に謝意を表する。

参 考 文 献

- (1) M. Arai, T. Sumida and M. Shimizu: Effect of Residual Stress on Interlaminar Fracture Toughness of CFRP Laminates, *Journal of Thermal Stress*, Vol.30, 2007, pp.1099–1116.
- (2) M. Arai, Y. Noro, K. Sugimoto and M. Endo: Mode I and mode II interlaminar fracture toughness of CFRP laminates toughened by carbon nanofiber interlayer, *Journal of Composites Science and Technology*, Vol.68, Issue 2, 2008, pp.516–525.
- (3) L. W. Morland and E. H. Lee: Stress Analysis for Linear Viscoelastic Materials with Temperature Variation, *Trans. Society of Rheology*, Vol.4, 1960, pp.233–263.
- (4) 荒井政大, 田中博己, 松下寿暁, 杉本公一: カーボンナノファイバー強化熱可塑性樹脂の熱粘弾性特性評価, *材料*, Vol.57, No.2, 2008, pp.167–173.
- (5) W. Araki, T. Adachi and A. Yamaji: Fracture Behaviour of Thermo-viscoelastic Materials: Epoxy Resin and Its Composite, *Recent Research Development in Applied Polymer Science*, Vol.3, 2006, pp.205–242.
- (6) T. Matsuda, N. Ohno, H. Tanaka, T. Shimizu: Effects of fiber distribution on elastic-viscoplastic behavior of long fiber-reinforced laminates, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.45, 2003, pp.1583–1598.
- (7) 清水理能, 足立忠晴, 荒井政大, 松本浩之: 衝撃荷重を受ける CFRP 積層板の熱粘弾性応力解析, *日本機械学会論文集 (A)*, Vol.65, No.638, 1999, pp.2060–2066.
- (8) 寺田賢二郎, 菊池 昇: 均質化法入門 (計算力学レクチャーシリーズ 1), 丸善, 2003.
- (9) N. Ohno, X. Wu, T. Matsuda: Homogenized properties of elastic-viscoplastic composites with periodic internal structures, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.42, No.8, 2000, pp.1519–1536.
- (10) I.M. Ward and J. Sweeney: *An Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers*, 2nd Edition, John Wiley & Sons Inc, 2004.
- (11) 辰己正和, 荒井政大, 筒井喜平: 圧縮クリープ試験を用いた緩和弾性係数の同定法について, *日本計算数理工学論文集*, Vol.6, No.2, 2006, pp.137–142.
- (12) 細野敏夫, 数値ラプラス変換, *電気学会論文誌 (A)*, Vol.99, No.10, 1979, pp.494–500.