

# 差分格子ボルツマン法による角柱から放出される空力音の直接計算

## Direct simulation of aerodynamic sound emitted from square cylinder by the finite difference lattice Boltzman method

蔦原 道久  
Michihisa TSUTAHARA

神戸大学大学院工学研究科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台 1-1 E-mail:tutahara@mech.kobe-u.ac.jp)

The sounds emitted from cylindrical bodies are called Aeolian tones and have been intensively studied as fundamental aerodynamic sounds. In this report, a direct simulation of the Aeolian tone generated by a square cylinder in a uniform flow was performed by the finite difference Boltamann method with thermal compressible fluid model. The sound source was specified and some proposals for reducing the sound pressure (nose reduction) were given by the simulation.

**Key words:** Aerodynamic sound, Finite difference lattice Boltzmann method, Noise reduction, Compressible flows

### 1. はじめに

空力音の代表的な例として、柱状物体に風が当たるときに生じるエオルス音について、近年の計算機の発達に伴い、いくつかの直接計算が行われるようになり、音源等の解析が可能となってきている。井上<sup>[1]</sup>らの円柱から放出されるエオルス音に対する直接計算では、音源は円柱後方のカルマン渦列の放出に同期して生じる振動流であることが明らかになっている。本研究では差分格子ボルツマン法を用いて正方形柱周りの圧縮性流れを求め同時に音響場をも計算によって求める直接計算を行い、円柱の場合と同様、音源は物体後方の振動流であることを明らかにし、この振動流を抑制することによりエオルス音を低減する方法についてシミュレーションにより検討した。

差分格子ボルツマン法(以下 FDLBM)は、離散化ボルツマン方程式を安定な差分スキームで解く、従来のナビエ・ストークス方程式を用いない流体の数値計算であり、従来の格子ボルツマン法<sup>[2]-[8]</sup>に比し優れた点も多く、流体計算手法として有効である事が示されている。また、精度良く音波の計算ができる<sup>[9]-[11]</sup>といった優れた利点も見出されている。

### 2. 差分格子ボルツマン法

#### 2.1. 圧縮性熱流体モデル

本研究では流体の圧縮性を考慮し、離散的粒子速度には図 1 および表 1 に示す 2 次元 21 速度 (2D21V) モデルを用いる。また一連の粒子運動は、時刻  $t$ 、位置  $\mathbf{x}$  の格子点上で速度  $\mathbf{c}_i$  を持つ粒子数密度を表す分布関数  $f_i(\mathbf{x}, t)$  を用いて次式で表される。本研究では、格子 BGK モデルに負の粘性項(下記の式の左辺第 3 項)を付加したモデル(1)を使用し、基礎方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\alpha} - \frac{Ac_{i\alpha}}{\tau} \frac{\partial (f_i - f_i^{(0)})}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t)] \quad (1)$$

ここで  $\tau$  は単一時間緩和係数、 $f_i^{(0)}$  は局所平衡分布関数である。右辺の衝突演算は、衝突により粒子分布が平衡状態に向かうことを表し、このモデルを離散 BGK モデルと呼ぶ。

局所平衡分布関数は圧縮性流体モデルの場合、流速  $\mathbf{u}$  について 3 次まで展開した次式を用いる。

$$f_i^{(0)} = F_i \rho \left[ 1 - 2B(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}) + 2B^2(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 + B(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) - 4/3 B^3(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^3 - 2B^2(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) \right] \quad (2)$$

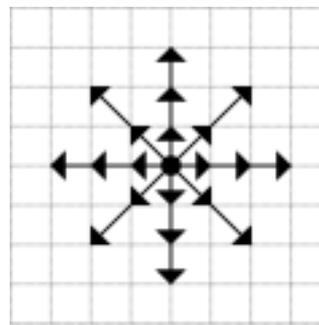


Fig. 1 Distribution of particles of 2D21V model

Table 1 Velocity set in 2D21V model

| $I$   | Velocity vector                    | $ \mathbf{c} $ |
|-------|------------------------------------|----------------|
| 1     | (0, 0)                             | 0              |
| 2-5   | (1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)   | 1              |
| 6-9   | (2, 0), (0, 2), (-2, 0), (0, -2)   | 2              |
| 10-13 | (3, 0), (0, 3), (-3, 0), (0, -3)   | 3              |
| 14-17 | (1, 1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1) | $\sqrt{2}$     |
| 18-21 | (2, 2), (-2, 2), (-2, -2), (2, -2) | $2\sqrt{2}$    |

Table 2 The coefficients  $F_i$  and  $B$  in 2D21V model

| $I$   | $F_i$  |
|-------|--|
| 1     | $1 + \frac{5}{4Bc^2} \left( \frac{17}{96B^2c^4} + \frac{35}{48Bc^2} + \frac{49}{45} \right)$ |
| 2-5   | $-\frac{1}{8Bc^2} \left( \frac{13}{16B^2c^4} + \frac{71}{24Bc^2} + 3 \right)$                |
| 6-9   | $\frac{1}{16Bc^2} \left( \frac{5}{16B^2c^4} + \frac{25}{24Bc^2} + \frac{3}{5} \right)$       |
| 10-13 | $-\frac{1}{24Bc^2} \left( \frac{1}{16B^2c^4} + \frac{1}{8Bc^2} + \frac{1}{15} \right)$       |
| 14-17 | $\frac{1}{4B^3c^6} \left( \frac{Bc^2}{3} + \frac{1}{8} \right)$                              |
| 18-21 | $-\frac{1}{1536B^3c^6} (2Bc^2 + 3)$  |
|       | $B = -\frac{1}{2e}$  |

ここで  $F_i$  および  $B$  は式 (6) から (10) により一意的に決定され, 表 2 に示されるように内部エネルギー  $e$  および基準の粒子速度  $c (=1)$  によって表される. また  $\rho$  は密度を表す.

## 2.2. マクロ量

各格子点における流体の状態は, LBM の場合と同様で全粒子に分布関数と粒子速度のモーメントをとり足し合わせたものに等しくなる. 各格子点上における流体の密度, 運動量およびエネルギーは以下のように表される.

$$\rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{(0)} \quad (3)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i f_i \mathbf{c}_i = \sum_i f_i^{(0)} \mathbf{c}_i \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e = \sum_i \frac{1}{2} f_i c_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 \quad (5)$$

ここで  $\rho$  は格子点でのすべての粒子に対して和をとることとする. また式 (3), (4) および (5) で定義される量が分布関数と局所平衡分布関数で定義されていることから, これらの量が衝突の際に保存されることを示している.

$$\text{Density: } \rho = \sum_i f_i^{(0)} \quad (6)$$

$$\text{Momentum: } \rho u_\alpha = \sum_i f_i^{(0)} c_{i\alpha} \quad (7)$$

$$\text{Energy: } \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e = \sum_i \frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 \quad (8)$$

$$\text{Momentum flux: } p \delta_{\alpha\beta} + \rho u_\alpha u_\beta = \sum_i f_i^{(0)} c_{i\alpha} c_{i\beta} \quad (9)$$

$$\text{Energy flux: } \left( \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e \right) u_\alpha = \sum_i \frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 c_{i\alpha} \quad (10)$$

チャップマン・エンソグ展開により, 次の圧縮製ナビエ・ストークス方程式系が得られる.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\rho u_\alpha) = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\rho u_\alpha u_\beta) = -\frac{\partial P}{\partial x_\alpha} \quad (12)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_\beta} \mu \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( \lambda \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\beta} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho e + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( \rho e + P + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) u_\alpha$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( \kappa' \frac{\partial e}{\partial x_\alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\{ \mu u_\beta \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) \right\}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( \lambda \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\beta} u_\alpha \right) \quad (13)$$

ここで  $p$  は圧力,  $\mu$  は粘性率,  $\lambda$  は第 2 粘性率,  $\kappa'$  は熱伝導率で次のように表される.

$$p = \rho e, \quad \mu = \frac{2}{D} \rho e (\tau - A),$$

$$\lambda = -\frac{4}{D^2} \rho e (\tau - A) = -\frac{2}{D} \mu,$$

$$\kappa' = \frac{2(D+2)}{D^2} \rho e (\tau - A) \quad (14a,b,c,d)$$

ここで  $D$  は次元の数で, 2次元では  $D=2$  である. また音速  $c_s$  は

$$c_s = \sqrt{\frac{2(D+2)}{D^2} e} \quad (15)$$

と表される.

式(1) は, 空間の離散化に 3 次精度風上差分

$$c_x \frac{\partial f_i}{\partial x} = c_x \frac{f_{i-2} - 8f_{i-1} + 8f_{i+1} - f_{i+2}}{12\Delta x}$$

$$+ \alpha \frac{|c_x|}{12} \frac{f_{i-2} - 4f_{i-1} + 6f_i - 4f_{i+1} + f_{i+2}}{\Delta x} \quad (16)$$

を用いた. ここで数値粘性項は  $\alpha = 1$  (UTOPIA) とする. 時間積分に 2 次精度ルンゲ・クッタ法を用いて計算を行った.

$$f_i^{n+\frac{1}{2}} = f_i^n + \frac{1}{2} \Delta t \left[ -c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^n}{\partial x_\alpha} + \frac{A}{\phi} c_{i\alpha} \frac{\partial (f_i^n - f_i^{(0)n})}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{\phi} (f_i^n - f_i^{(0)n}) \right]$$

$$f_i^{n+1} = f_i^{n+\frac{1}{2}} + \Delta t \left[ -c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x_\alpha} + \frac{A}{\phi} c_{i\alpha} \frac{\partial (f_i^{n+\frac{1}{2}} - f_i^{(0)n+\frac{1}{2}})}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{\phi} (f_i^{n+\frac{1}{2}} - f_i^{(0)n+\frac{1}{2}}) \right] \quad (17a,b)$$

## 3. 正方形柱および後部を变形した柱状物体より放射される空力音の直接計算

円柱をはじめとする柱状物体周りの流れ, および柱状物体から発生する音については多くの研究がなされている. 藤田 [12] らの柱状物体からの空力音に関する解説に, これまでの研究の概要が述べられている. 近年になって, 圧縮性ナビエ・ストークスを高精度のスキームで直接解き, 音源および音波の伝播を数値的に明らかにする試みもなされるようになってきた.

### 3.1 物体形状と計算設定

本節では角柱から放射される空力音の音源を明らかにするとともに, 音源を弱める形状を提案し, その効果を数値計算により確かめる. まず断面正方形 (辺長  $L$ ) の角柱に対す

る計算を行った。計算に使うモデルを図2に示す。計算に使用する格子は、(260×260)の直角格子を用いた。計算の精度を上げるため、不等間隔格子で物体近傍を細かく取った(図3参照)。後に示す角柱形状を変えたモデルにおいても、同じ格子を用いた。外部境界は、角柱中心から200L離れた正方形の境界を考え、そこでは一様流となっているものとした。

物体上における境界条件は、流速に対して粘着条件  $\mathbf{u} = 0$ 、および温度に対して断熱の条件  $\partial e / \partial n = 0$  を用いた。具体的には、物体上の粒子の局所平衡分布関数を以下のように決定する。局所平衡分布関数は、式(1)で与えられるように、密度、内部エネルギー、流速により一意的に決定される。流速は

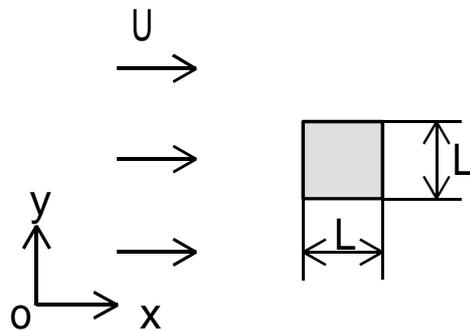
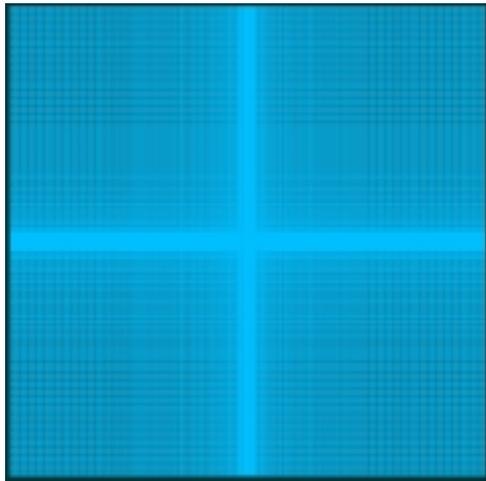
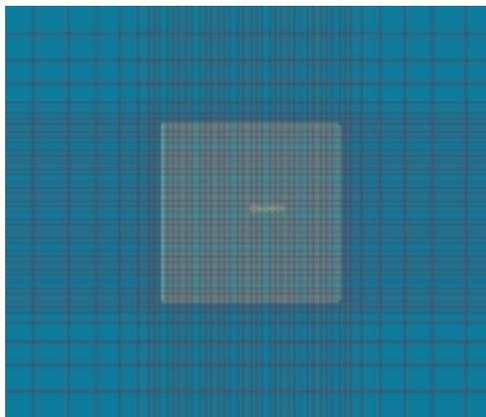


Fig.2 Square cylinder in a uniform flow



(a) Whole domain



(b) Near cylinder

Fig.2 Rectangular mesh.

粘着条件から0であるが、このままでは無視できないすべりが生じるので、分布関数の非平衡成分を2次の外挿により加える。密度も同様に2次の外挿により決定する。内部エネルギーについては、境界の外側最近接点の値をそのまま用いることにより断熱条件が満たされるとする。

角柱の一边の長さ  $L$  を基準にしたレイノルズ数は2000とし、流れのマッハ数は0.2として計算を行った。

音圧の評価には次に定義する変動圧力を用いる。

$$\Delta p = \frac{p - p_0}{p_0} \quad (18)$$

ここで  $p_0$  は一様流の圧力である。

### 3.2 正方形柱における計算結果と音源

図4に音圧を示した。角柱後方に放出されるカルマン渦列に同期した2重極的な音波が放射されている。図中の赤い部分はカラーバーに示すように高圧領域であり、青い部分が低圧の領域に対応している。

音源について詳細に見ると、高圧部分は角柱前方にあり、角柱前方の高圧領域が大きく上下に振動することにより、音波を放出しているように見える。一方低圧部分の音源は角柱後方の低圧領域が、カルマン渦により振動しそれにより音波が放射されているようである。しかし、これはいずれも角柱背後に生じる渦(下流に流されてカルマン渦列となる)により誘導される上下に震動する流れにより、上下に交互に生じる高圧領域と低圧領域によるものである。

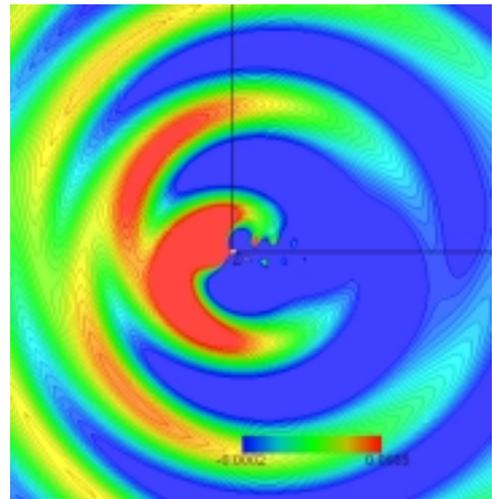


Fig.4 Sound pressure field for square cylinder

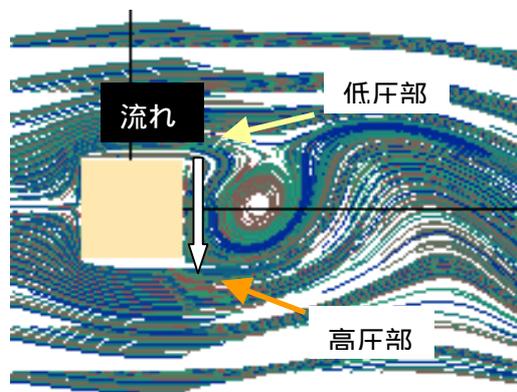


Fig.5 Flow pattern and sound source

流れが斜め下方から 30 度の角度で正方形柱に当たる場合の音圧分布を図 6 にしめす。音源の二重極はほぼ 30 度傾いており、流れに対し対称ではなく上下側に（流れから見て左右側に）間歇的に強い音波が放射されているのがわかる。これは図 7 に示した流線からわかるように、上方に強い音波が放射される時は、正方形柱の右の過度付近に存在する時計回りの渦が存在する（図 7 a）。一方下側に強い音波が放射される時は、正方形柱右側の辺近くに時計回りの渦が現れる（図 7 b）。これらの渦は不規則な周期で現れるようである。図 8 には斜め 45 度上方で、約 100L はなれた点での音圧履歴を示した。後述する対称な流れの場合（図 11 参照）と異なり、カオス的な振動が見られる。

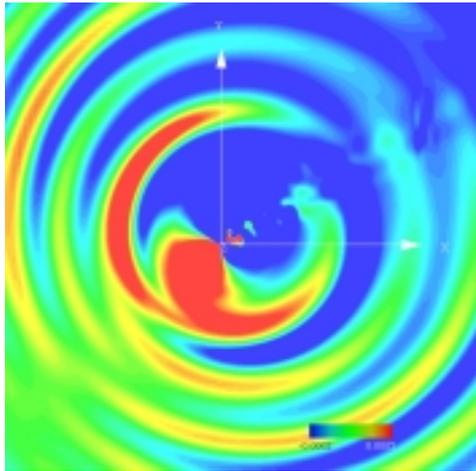
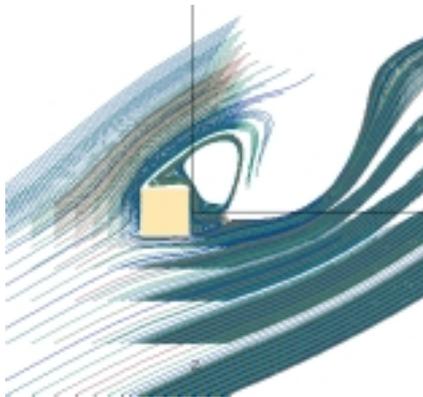
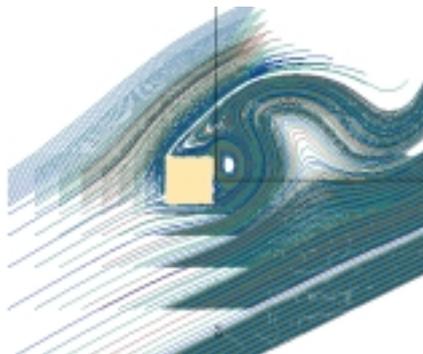


Fig.6 Sound pressure field for oblique flow



(a) Clockwise eddy near the rear edge of cylinder



(b) Anti-clockwise eddy near the rear side of cylinder

Fig.7 Dominant eddied behind cylinder

### 3.3 角柱背後形状による空力音の低減効果

流れが水平な場合（角柱の前方の辺に垂直に当たる場合）に戻って、音源となっている高圧領域および低圧領域の振動は、角柱後方に放出されるカルマン渦列の放出によるものであり、カルマン渦列による誘起速度を減少することにより、これらの領域の振動、ひいては放射される音波を低減できるものと考え、図 9 に示す 2 つの形状の角柱を提案した。また流れは水平にあたる場合のみを考察する。

Case1 に示される形状は、角柱背後に平板を取り付けることにより、カルマン渦により誘起される振動流を減衰させるものである。一方 Case2 は、振動流が角柱を通過してくる流れと干渉しないよう振動流を閉じ込めるために、角柱背後に大きな窪み（キャビティ）を設けた形状となっている。

音圧分布を図 10 に示す。Case1 および Case2 とともに、正方形柱の場合とパターンがいくぶん違っており、特に高圧領域と低圧領域がつながるところで、高圧領域が低圧領域に入り込むような形でつながっている。

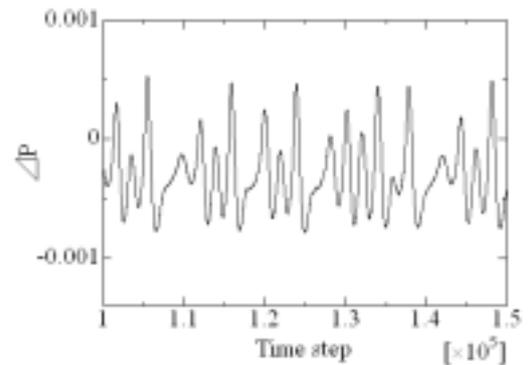
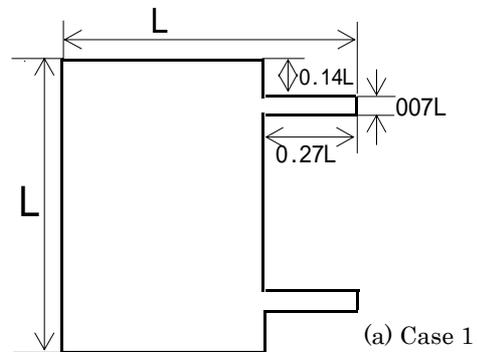
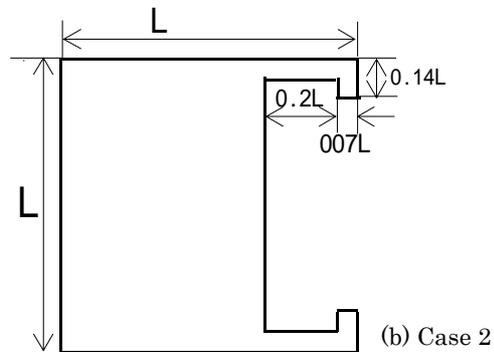


Fig.8 Time history of sound pressure



(a) Case 1



(b) Case 2

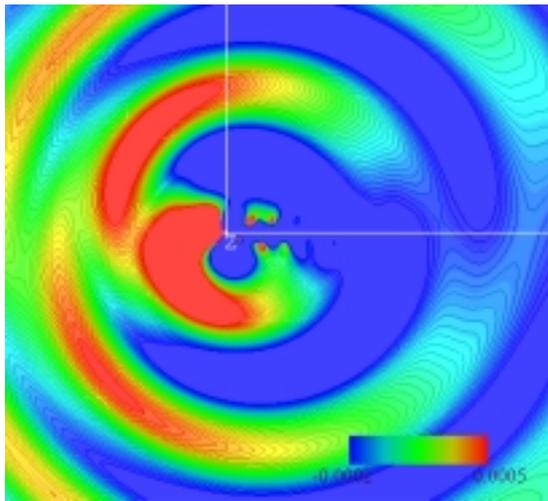
Fig.9 Proposed shapes of rear side of cylinder

図 11 に角柱から流れと垂直方向に 50 L はなれた点での音圧の履歴を正方形柱, Case 1 および Case 2 の場合について比較したものを示す. Case 1 は周期が数%大きくなるが音圧はむしろ若干大きくなる. それに対し Case 2 では周期は Case 1 同様若干長くなり, 音圧は 30% 近く低減しており, 空力音低減の効果は絶大である.

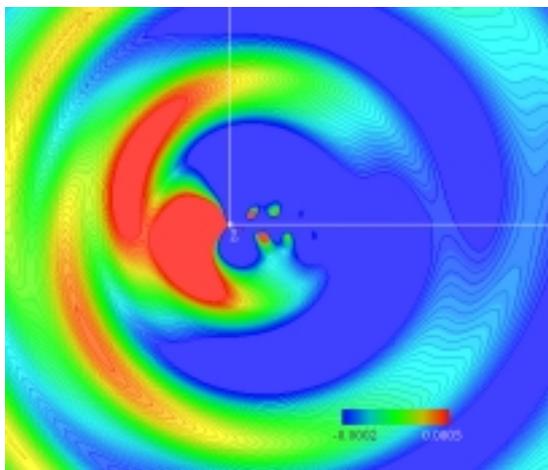
この空力音低減のメカニズムを流れの観察から解明する. まず図 12 は, 正方形柱と Case 1 および Case 2 における流線を比較したものである. 正方形柱と Case 1 は角柱背後の渦の位置は異なるものの, 渦により誘導される流れが角柱を通過した流れと干渉していることは両者とも共通している. 一方 Case 2 における流れにおいては, 剥離せん断層により角柱背後に生じる渦によって誘起される振動流れは, 角柱背後のくぼみの中で閉じ込められ, 外部の流れと干渉を起こさないことがわかる. これにより角柱背後に交互に生じる高圧, 低圧部分が弱くなり, これらにより放射される空力音が低減されたと解釈できる.

#### 4. 結論

差分格子ボルツマン法における 2 次元熱流体モデルを用いて, 角柱から放出される空力音 (エオルス音) の直接計算を行い, その音源を明らかにするとともに, 空力音を低減する角柱後部形状を提案した.



(a) Case 1



(b) Case 2

Fig.10 Sound pressure fields for proposed shapes

正方形柱に流れが斜めに当たるとき, カオス的な音波が生じる. このとき音源である正方形柱背後の振動流を誘起する渦がカオス的に生成されることが明らかとなった.

角柱後部に窪みがある形状では, 角柱背後に生じる振動流が窪みにさえぎられることにより音源が弱められ, 空力音提言に効果があることが分かった.

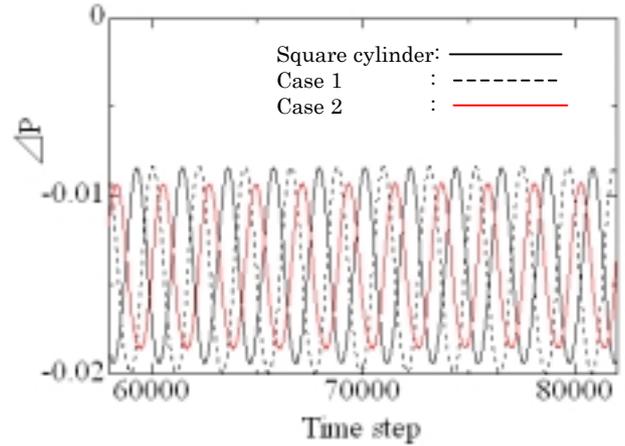
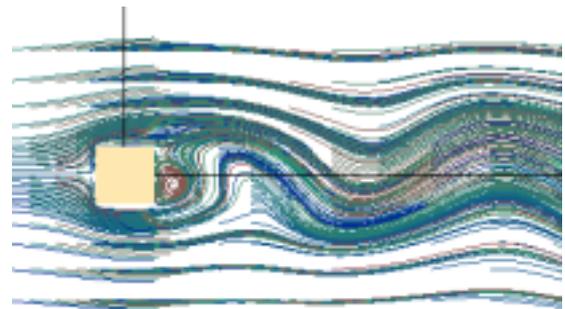
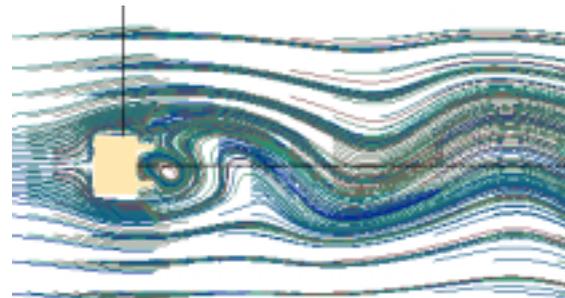


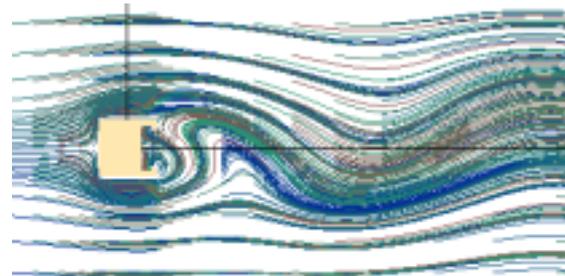
Fig.11 Time histories of sound pressures



(a) Stream-lines for square cylinder



(b) Stream-lines for case 1



(c) Stream-lines for case 2

Fig.12 Comparison of stream-lines

本研究は財団法人スズキ財団からの科学技術研究助成金を受けてなされたものであり、ここに記して感謝の意を表します。また本研究での計算は、著者らの研究室において開発された、差分格子ボルツマン法ベースの汎用ソフト「ACE-flow」を用いて行った。

#### 参考文献

- [1] Inoue, O., and Hatakeyama, M., “Sound generation by a two-dimensional circular cylinder in a uniform flow”, *J. Fluid Mech.*, 471 (2002), pp. 285-314.
- [2] Qian, Y. H., Succi, S. and Orszag, S. A. Recent Advances in Lattice Boltzmann Computing, *Ann. Rev. of Comp. Phy.* (D. Stauffer ed.), (1995), pp. 195-242, World Scientific.
- [3] Rothman, D. H. and Zaleski, S.,: *Lattice-Gas Cellular automata*, Cambridge U. P., (1997), pp. 73-90.
- [4] Chopard, B. and Droz, M., *Cellular Automata Modeling of Physical System*, (1998), pp. 122-137, Cambridge University Press.
- [5] Chen, S. and Doolen, G. D., Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, (1998), pp. 329-364, *Ann. Rev. Inc.*
- [6] 薦原道久・高田尚樹・片岡武, 「格子気体法」「格子ボルツマン法」, (1999), pp. 101-112, コロナ社.
- [7] Wolf-Gladrow, D. A., *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models*, *Lecture Notes in Mathematics*, (2000), pp. 159-224, Springer.
- [8] Succi, S., *The lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, (2001), pp. 51-123, Oxford.
- [9] 薦原道久・栗田誠・片岡武, *機械学会論文集 B*, 69-680(2003), pp. 841-847.
- [10] Tsutahara, M., et al., T., Direct Simulation of Acoustic Waves by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.69, No.680 (2003), pp 89-95
- [11] Tsutahara, M., et al., Direct Simulation of edge-tones by the finite difference lattice Boltzmann method, *Proceedings of the 16th Symposium on Computational Fluid Dynamics*, CD-ROM , A13-2.
- [12] 藤田肇, 二次元円柱から発生するエオルス音の特性, *ながれ* 20. (2001) pp.196-203.