差分格子ボルツマン法による静止流体中で

高速回転する楕円柱から生じる空力音の直接計算

DIRECT SIMULATION OF SOUND EMITTED FROM A RAPIDLY ROTATING ELLIPTIC CYLINDER BY THE FINITE DIFFERENCE LATTICE BOLTZMANN METHOD

田村 明紀¹⁾, 蔦原 道久²⁾

Akinori TAMURA and Michihisa TSUTAHARA

1) 神戸大学大学院自然科学研究科	(〒657-8501	神戸市灘区六甲台町 1-1,	E-mail: tamura@mh-1.scitec.kobe-u.ac.jp)
2) 神戸大学大学院工学研究科	(〒657-8501	神戸市灘区六甲台町 1-1,	E-mail: tutahara@mech.kobe-u.ac.jp)

Direct simulation of acoustic waves emitted from a rapidly rotating elliptic cylinder has been performed by the finite difference lattice Boltzmann method employing the Arbitrary Lagrangian and Eulerian formulation. The relation between the acoustic waves, the aspect ratio and the rotational speed was clarified by the numerical results. We also found that the sound sources were interactions between the edges and two large vortexes which emerge outside of the elliptic cylinder.

Key Words: Finite Difference Lattice Boltzmann Method, Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation, Rotating body, Acoustic wave

1. 緒論

格子ボルツマン法(LBM)⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾は,離散的な粒子の速 度分布を持つ粒子の分布関数の時間発展を計算することに より,流体運動をシミュレートするもので,近年その応用分 野が広がりつつあり,解説書も多く出版されるようになって きた.

一方,ボルツマン方程式の速度空間を離散化することによ り得られる離散ボルツマン方程式を安定な差分スキームで解 く,差分格子ボルツマン法(FDLBM)⁽⁵⁾も広く用いられる ようになってきた.FDLBMでは,従来の差分法において開 発されてきた多くの手法をそのまま用いることが可能であり, 任意形状物体周りの流れに対して,境界適合座標を用いるな ど効率的な計算が可能である.移動物体周りの流れに対し ても,ALE法(Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation) を基礎方程式に導入することで,数値計算が可能である.⁽⁶⁾

これまでの研究により,著者らは FDLBM が空力音の直接計算(DNS)に対して有効であることを示してきた.⁽⁷⁾⁽⁸⁾ 二次元エオルス音の直接計算ではカルマン渦列に同期した 二重極音が捕らえられており線形音波理論との一致も確認 されている.また,フィードバック音の計算例として二次元 エッジ音の直接計算が行われており,良好な結果が得られて いる.これらは空間に固定された物体から生じる空力音に

2008年1月8日受付, 2008年2月7日受理

対する計算に限定されているが,一方で工学的にはファンや ローターのように回転する物体から放射する空力音の解析に 対する需要も多くみられる.そこで本論文では,回転する物 体から生じる空力音の数値解析を行い,それらに対する新た な知見を得ることを目的とする.

計算対象として静止流体中を回転する2次元楕円柱周りの 流れを採り上げる.回転する2次元楕円柱周り流れの数値解 析はLugtら⁽⁹⁾により報告されているが,彼らの手法は非圧 縮性流体に対するものであり,空力音の発生を考慮すること は出来ない.そこで,本論文では移動物体に対するFDLBM の圧縮性流体モデルを用いて空力音のDNSを行う.また,発 生する空力音の音源,空力音の回転速度および楕円柱の形状 に対する依存性について検討する.

2. 計算手法

計算手法として ALE 法により移動境界問題へ拡張した FDLBM⁽⁶⁾を用いる.その基礎方程式は,時間,空間をそれ ぞれt, x_{α} ,そしてi番目の粒子の速度分布関数を f_i と表 すと

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \tilde{c}_{i\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial x_{\alpha}} - \frac{A}{\phi} c_{i\alpha} \frac{\partial f_i - f_i^{eq}}{\partial x_{\alpha}} = -\frac{1}{\phi} (f_i - f_i^{eq}) \qquad (1)$$

となる.ここで添え字 α は座標の方向を表している.A および ϕ は正の定数である. $c_{i\alpha}$ および f_i^{eq} は i 番目粒子の速度 ベクトルおよび局所平衡分布関数を表しており粒子モデル により決定される. $\tilde{c}_{i\alpha} = c_{i\alpha} - V_{\alpha}$ は粒子速度 $c_{i\alpha}$ と格子移動速度 V_{α} との相対速度である.空力音の直接計算には流体の圧縮性を考慮することが必要である.そこで,本論文では圧縮性粘性流体を回復する粒子モデルとしてD2Q21モデル⁽⁴⁾を用いる.著者らは本モデルを用いて静止物体より生じる空力音の直接計算を行っており⁽⁷⁾⁽⁸⁾,本モデルが空力音の直接計算において妥当であることを確認している.

巨視的変数である密度 ρ , 流速 u_{α} , 内部エネルギーe は速度分布関数 f_i と粒子速度 $c_{i\alpha}$ のモーメント和により以下のように定義する.

$$\rho = \sum_{i} f_i \tag{2}$$

$$u_{\alpha} = \frac{1}{\rho} \sum_{i} f_{i} c_{i\alpha} \tag{3}$$

$$e = \frac{1}{\rho} \sum_{i} \frac{f_i c_{i\alpha}^2}{2} - \frac{u_\alpha^2}{2} \tag{4}$$

D2Q21 モデルにおいて, 圧力は $p = \rho e$,動粘性係数は $\nu = e(\phi - A)$,第2粘性係数は $\lambda = -\rho e(\phi - A)$,熱伝導率は $\kappa = 2\rho e(\phi - A)$,音速は $c = \sqrt{2e}$ となる.(1)式の時間積分には2次精度ルンゲ・クッタ法を用い,空間微分項の離散化には3次精度風上差分法を用いた.

3. 問題設定

回転物体の単純なモデルとして Fig.1 に示すような回転す る2次元楕円柱を考える.楕円柱の短径は1,長径はLであ る.楕円柱中心を原点として x 軸から反時計回りに角度 θ を 定義する.この楕円柱が静止した状態から反時計回りに角 速度 ω で突然回転する流れ場を想定する.計算格子形状は Fig.2 に示すように,楕円柱の近傍では境界適合格子を用い, その外側は極座標不等間隔格子を用いている.計算領域は半 径方向に 40L として,外部境界での音波の反射を防ぐため に計算領域の外側に 60L の広さを持つ減衰領域を設定した. 計算格子数は半径方向に 401 点,周方向に 301 点である.ま た,最小格子幅は0.007L,最大格子幅は0.165Lである.時 間刻み幅は楕円柱が1回転する時間 $2\pi/\omega$ に対して0.0001と し,100000 ステップまで計算を行う.初期条件として,物体 表面を除く流体部では流速を0,密度および内部エネルギー を定数で与え,物体表面では流速に物体移動速度を与えた. 物体表面の境界条件として,流速に対してすべりなし条件, 内部エネルギーには断熱条件を課し,密度は近接の流体部か ら3次精度で外挿した.減衰領域の外部境界では変動が十分 に減衰していると仮定して,流速を0,密度および内部エネ ルギーを定数とした.

楕円柱エッジ部の周方向速度 $U = \omega L/2$ を代表速度,楕 円柱の長径 L を代表長さとしたレイノルズ数 $Re = UL/\nu$, マッハ数 $Ma = U/c_0$ および楕円のアスペクト比 AR = L/lを無次元パラメーターとして設定する.ここで $c_0 = \sqrt{2e_0}$ は 静止流体の音速を表している.



Fig. 1 Form of the elliptic cylinder



Fig. 2 Computational grid around the elliptic cylinder

はじめに回転楕円柱により生じる流れ場および音場につ いて調べるために各パラメータをRe = 10000, Ma = 0.2, AR = 10.0として計算を行う.計算ではL = 1.0, $e_0 = 0.5$, $U = \omega/2 = 0.2$, A = 0.5, $\phi = 4.0 \times 10^{-5} + 0.5$ と設定してい る.次に楕円柱の回転速度が流れ場,音場に及ぼす影響につ いて調べるため,レイノルズ数,アスペクト比をRe = 10000, AR = 10.0として固定し,マッハ数を $0.1 \sim 0.3$ の範囲で変 化させて計算を行う.最後に楕円柱の形状が及ぼす影響に ついて調べるため,レイノルズ数,マッハ数をRe = 10000, Ma = 0.2で固定し,アスペクト比を $1.0 \sim 10.0$ の範囲で変 化させて計算を行う.

4. 計算結果

本節では各パラメータを *Re* = 10000, *Ma* = 0.2, *AR* = 10.0 としたときに得られた流れ場, 音場について示す.また 得られた結果から放射する音波の音源について考察を行う. **4.1.** 流れ場

Fig.3 に楕円柱近傍の等渦度線図を示す.反時計周りの 渦を正として赤色で示し,時計回りの渦を青色で示した. $t^* = t\omega/2\pi$ は楕円柱が一回転する時間で無次元化した無次 元時間である.計算の初期段階 (Fig.3(a) および (b))では静 止した楕円柱が突然回転するため,エッジ部から流れが剥離 して回転方向の後方に反時計周りの渦が発生する.計算が進 むと (Fig.3(c) および (d)),楕円柱の回転領域の外側に大き な渦が形成される.この渦は楕円柱の回転方向に楕円柱の角 速度の約 0.06 倍の角速度で移動する.大きな渦が現れた後, 流れ場はほぼ周期的となった.



Fig. 3 Contour of vorticity field

4.2. 音場

Fig.4 に変動圧力 $\Delta p = p - p_0$ の計算領域全体における分 布を示す. $p_0 = \rho_0 e_0$ は静止流体の圧力を表している.図に おいて赤色は正の,青色は負の圧力変動を表している.回転 している楕円柱は図の中心に位置している.この図から楕 円柱から周期的に圧力変動が放射されていることが分かる. Table1 にこれらの圧力変動の伝播速度と静止流体の音速 co との比較を示した.これらの結果より,圧力変動の伝播速度 は静止流体の音速とほぼ一致することが分かった.また,理 論的な予測から,2次元的に放射する音波の音圧 Δp は距離 rに対して $\Delta p \propto r^{-1/2}$ で減衰することが知られている.本 計算で得られた圧力変動が音波であるならば変動のピーク値 の距離減衰は $r^{-1/2}$ に従うはずである.そこでx軸上での圧 力変動のピーク値の空間変動を Fig.5 に示した.この結果か ら計算により得られた圧力変動のピーク値が理論予測によく 一致することが分かった. 伝播速度が静止流体の音速に等し いこと,距離減衰が理論予測に従うことから計算で捕えられ た圧力変動が音波であることを示すことが出来た.

次に観測点における圧力の時間変動について調べる.近接 場の変動と遠方場の変動を比較するために原点からの距離 が $5.0L \ge 30.0L \ o 2$ つの観測点を設けた.Fig.6 に近接場お よび遠方場の観測点における圧力変動のスペクトルを示し た.スペクトル計算のために 10 周期分のデータを用いてい る.ここで $St = 2\pi f/\omega$ は楕円柱の回転振動数で無次元化し た無次元振動数である.縦軸は振幅を表している.近接場の 圧力変動に注目すると,St = 0.5, 2.0, 3.7の変動が卓越して いることが分かる.楕円柱の周りにゆっくりと移動する渦が 存在することから,St = 0.5の変動は楕円柱の周りの流れに よる圧力変動であると考えられる.次に遠方場の圧力変動に 注目すると,遠方場では近接場で見られたSt = 0.5の振動 数を持つ変動はほとんど見られず,St = 2.0, 3.7の変動が支 配的であることが確認出来る.このことから楕円柱から放射 する空力音による圧力変動はSt = 2.0, 3.7の振動数を持って



Fig. 4 Patterns of pressure fluctuation

Table 1 Comparison of propagation speed

Ma	0.1	0.2	0.3	c_0
	1.005	1.005	1.000	1.000



Fig. 5 Decay of pressure peak

いることが分かった.

4.3. 音源

先述のように回転楕円柱から放射する音波は振動数 *St* が 2.0 の成分と 3.7 の成分を含んでいることが分かっている.ここではこれらの音波の音源について考察する.

物体が移動すると物体表面に圧力面と負圧面が生じるが, 物体が回転するとき,この圧力変動は音波として伝播する. 本計算に用いた物体形状がエッジを2つ持つ楕円であること から振動数が2.0の成分は物体の回転に伴う圧力変動に起因 すると考えられる.



Fig. 6 Pressure spectra at Ma = 0.2 and AR = 10.0

次に流れ場と圧力場, 音場との関連について調べるために Fig.7 に t* = 5.92, 6.08, 6.24, 6.40 での楕円柱近傍の流線図, 圧力分布図, 音圧分布図を示す. 先述のように, 楕円柱の周 りには2つの反時計回りの渦度を持つ渦が存在する.エッジ 近傍に渦が存在しないときは Fig.7(c) でみられるようにエッ ジの前面付近で圧力が上昇し,後面付近で圧力が減少するが, エッジが楕円柱外側の渦を通過するとき (Fig.7(a)), エッジ 前面付近の圧力は減少する.これは渦により反時計回りの流 れが誘導されているため,エッジが渦を通過するときにエッ ジと流れの相対速度が減少するためである.その後,エッジ が渦を通過すると(Fig.7(b)),エッジ前面付近の圧力は急激 に増加する.これらの非定常な圧力変動が St = 3.7 の成分 の原因になっていると考えられる.また,Fig.7(b)および(c) の音圧分布図から, Fig.7(a) および(c) で生じた音波が実際 に放射していることが観測出来る.以上の結果から,振動数 St = 3.7 の成分を持つ音波はエッジと楕円柱外側の渦との干 渉により生じることが分かった.なお,St = 4.0ではなく, St = 3.7 となるのは外側の渦対が楕円柱の回転方向へ移動 しているためであると考えられる.

5. 回転速度変化による影響

本節ではレイノルズ数およびアスペクト比をそれぞれ Re = 10000, AR = 10.0 として固定し,マッハ数 Maを 0.1 ~ 0.3と変化させたときの空力音の変化について考察する.

Fig.8 および Fig.9 に Ma = 0.1, 0.3 での近接場および遠方 場の観測点における圧力変動のスペクトルを示した.両ケー スにおいて,近接場ではSt = 0.5, 2.0, 3.7 の3つのピークが あり, 遠方場では St = 2.0, 3.7 の2つのピークが存在するこ とが分かった.また,近接場ではマッハ数が増加するにつれ て St = 0.5 の成分に比べ, St = 2.0, 3.7 の成分の大きさが増 加することが分かる . 4.2 節で考察したように St = 0.5 の変 動成分は流れ場によるものであり, St = 2.0, 3.7 の変動は音 波によるものである.このことから,近接場ではマッハ数が 増加するにつれて,流れ場による圧力変動に比べて音波によ る圧力変動の割合が増加することが分かった.Fig.10 は楕円 柱から放射する音波の音圧と回転速度との関連について示し たものである.横軸が回転速度に対するマッハ数,縦軸が変 動圧力 △p の絶対値の時間平均値を示している.遠方場の観 測点では Fig.8 および Fig.9 から分かるように,流れ場によ る圧力変動 (St = 0.5) が音波による圧力変動 (St = 2.0, 3.7) に比べ小さくなる.そのため △p の測定はこの遠方場の観測 点で行った.この結果から,回転する楕円柱から放射する音 波の音圧はマッハ数の約3.5 乗で増加することが分かった. 物体より生じる2重極子音の音圧は流速の3乗,流れの渦よ り生じる4重極子音の音圧は流速の4乗で増加する⁽¹⁰⁾が, 今回の計算では2重極子音を生じる楕円柱のエッジが回転す ることで,2重極子音と4重極子音の間の音圧増加率となっ たと考えられる.

6. アスペクト比変化による影響



Fig. 8 Pressure spectra at Ma = 0.1 and AR = 10.0



Fig. 9 Pressure spectra at Ma = 0.3 and AR = 10.0



Fig. 10 Relation between *Ma* and acoustic pressure

本節ではレイノルズ数およびマッハ数をそれぞれ *Re* = 10000, *Ma* = 0.2 として固定し, 楕円柱のアスペクト比 *AR* を 1.0~10.0 と変化させたときに流れ場, 音場に及ぼす影響 について考察する.

Fig.11 にアスペクト比が 1.3, 2.0 のときの楕円柱周りの 流線図を示す. AR = 1.3 では流れ場は, 4.1 節で示した の ときの流れ場とは異なり, ポテンシャル流れにおける 4 重極 流れとなった.アスペクト比が大きくなると楕円柱のエッジ で流れが剥離し始め,楕円柱の外側に大きな 2 つの渦が現れ る.次に Fig.12 に AR = 1.3, 2.0 での変動圧力分布を示す. AR = 1.3 は他の結果と異なり,高圧部と低圧部が螺旋状に 繋がった音場となった.これは,他のケースでみられる渦と エッジ部の干渉による音波の発生が生じないためであると思 われる.実際にアスペクト比が増加してエッジ部で流れの剥 離が起こり楕円柱の外側に 2 つの渦が形成されると高周波数 成分を含んだ音場となる.

次にアスペクト数変化の圧力の時間変動への影響につい



Fig. 7 Generation and propagation of acoustic waves emitted from rotating elliptic cylinder (Upper: Streamlines, Center: Fluctuation pressure, Lower: Acoustic pressure)

て調べる.これまでと同様に近接場の変動と遠方場の変動を 比較するために原点からの距離が $5.0L \ge 30.0L$ の 2 つの観 測点を設けた.Fig.13 およびFig.14 にAR = 1.3, 2.0 での近 接場および遠方場の観測点における圧力変動のスペクトルを 示した.AR = 1.3 のときは近接場,遠方場共にSt = 2.0 の 変動成分が支配的であり,AR = 2.0 ではAR = 10.0 のケー スと同様に近接場ではSt = 0.5, 2.0, 3.7 の 3 つのピークが現 れ,遠方場ではSt = 2.0, 3.7 の 2 つのピークが現れる結果と なった.AR = 1.3 では楕円柱の外側の 2 つの渦が現れてい ないことを考慮すると,この結果からも楕円柱の外側の渦対 がSt = 3.7の高周波成分発生の原因となっていることが明 らかである.

アスペクト比と音圧の関係について Fig.15 に示した.横 軸は楕円柱のアスペクト比であり,縦軸は遠方場(原点から の距離が 30.0*L*)での音圧の絶対値の時間平均値を表してい る.アスペクト比が 3.0 まではアスペクト比の増加に伴い音 圧も増加する.しかしながらアスペクト比が 3.0 より大きく なると音圧はほぼ一定値をとる結果となった.渦とエッジが 干渉することにより発生する音波では,音圧はエッジが鋭く なるに従って増加する⁽¹⁰⁾.しかしながら,今回の問題では, 音波は渦とエッジの干渉により生じるのではなく,4.2 節で 考察したように,エッジが渦を過ぎて,ポテンシャル領域を 通過する際に生じている.このため,音圧の大きさにはエッ ジの鋭さではなくエッジ前面と流れとの角度(円では0°) が重要になると思われる.アスペクト比が 3.0 よりも大きく なってもエッジ前面と流れとの角度はほとんど変化しないた



Fig. 11 Stream lines around the elliptic cylinder



Fig. 12 Patterns of pressure fluctuation

め,このことから音圧も一定になっていることが考えられる.

7. 結言

本論文では移動格子に対応した FDLBM を用いて,回転 物体の簡単なモデルである2次元楕円柱の数値計算を行い, その流れ場および音場について考察を行った.得られた結果 は以下の通りである.



Fig. 13 Pressure spectra at Ma = 0.2 and AR = 1.3



Fig. 14 Pressure spectra at Ma = 0.2 and AR = 2.0



Fig. 15 Dependency of acoustic pressure on AR

1) 楕円柱のアスペクト比が 2.0 よりも大きい場合には楕円 柱の回転半径の外側に反時計回りの渦度を持つ大きな渦対が 形成される.これらは楕円柱の回転方向と同じ方向に移動す るが,その移動速度は楕円柱の回転速度に比べ小さい.

2)回転する楕円柱から放射する空力音は無次元振動数 *St* が 2.0 および 3.7 の成分から成る.

3) St = 2.0の成分は楕円柱が回転することで生じる非定常な圧力変動により生じる.St = 3.7の成分は楕円柱のエッジと外側の渦対との干渉により生じる.

4)回転速度が増加するにつれて生じる空力音の音圧は増加 する.その増加率は回転速度のマッハ数の約3.5乗である. 5)アスペクト比が1.3のときには4重極流れに近い流れ場 となり,アスペクト比が大きいときに見られた楕円柱エッジ と渦対との干渉は生じない.また,発生する空力音の振動数 のピークはSt = 2.0のみである.アスペクト比が増加し,楕 円柱エッジと渦対との干渉が生じると空力音の振動数のピー クにSt = 3.7 のものが現れる. 6)アスペクト比が増加するにつれて音圧も増加する.しか しながら,アスペクト比が3.0を超えると音圧はほぼ一定値 となる.

音速の及び音圧の距離減衰について解析値との比較を行 い,本計算の妥当性について検討した.より詳細な検討の ための実験及び他の数値計算結果との比較は今後の課題で ある.

参考文献

- Y. H. Qian, D. d'Humieres and P. Lallemand : Lattice BGK Models for Navier-Stokes Equation, Europhys. Lett., 17(1992), pp. 479-484.
- (2) H. Chen, S. Chen and W. H. Mattheus: Recovery of the Navier-Stokes Equations Using a Lattice-Gas Boltzmann Method, Phys. Rev. A, 45(1992), pp. 5339– 5342.
- (3) S. Chen and G. D. Doolen : Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows, Ann. Rev. Fluid Mech., 30(1998), pp. 329-364.
- (4) 蔦原道久,高田尚樹,片岡武:格子気体法・格子ボルツマン法,(1999),コロナ社.
- (5) N. Cao, S. Chen, S. Jin and D. Martinez: Physical Symmetry and Lattice Symmetry in the Lattice Boltzmann Method, Phys. Rev. E, 55(1997), pp. 21-24.
- (6) 田村明紀,蔦原道久:差分格子ボルツマン法における ALE法を用いた移動物体周りの流れおよび音場のシミュ レーション,機論,71(2005),pp. 2240-2247.
- (7) M. Tsutahara, T. Kataoka, K. Shikata and N. Takada : New Model and Scheme for Compressible Fluids of the Finite Difference Lattice Boltzmann Method and Direct Simulations of Aerodynamic Sound, Computers and Fluids, 37(2008), pp. 79–89.
- (8) 蔦原道久,栗田誠,片岡武:差分格子ボルツマン法に よる音波の直接計算,機論,69(2003),pp. 841-847.
- (9) H. J. Lugt and S. Ohring: Rotating elliptic cylinders in a viscous fluid at rest or in a parallel stream, J. Fluid Mech., 79(1977), pp. 127–156.
- (10) M. S. Howe : Theory of Vortex Sound , (2003) , Cambridge University Press .