

時間域多重極 BIEM を用いた レーザー超音波非破壊評価に関する大規模波動解析

A LARGE SCALE WAVE ANALYSIS RELATED TO LASER-ULTRASONIC NDE WITH A FAST MULTIPOLE BIEM IN TIME DOMAIN

吉川 仁¹⁾, 大谷 佳広²⁾, 西村 直志³⁾

Hitoshi YOSHIKAWA, Yoshihiro OTANI and Naoshi NISHIMURA

- 1) 京都大学 工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C, E-mail: yosikawa@mbox.kudpc.kyoto-u.ac.jp)
 2) 京都大学 情報学研究科 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町, E-mail: otani@mbox.kudpc.kyoto-u.ac.jp)
 3) 京都大学 情報学研究科 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町, E-mail: nchml@i.kyoto-u.ac.jp)

This paper discusses an application of the time domain fast multipole BIEM to non-destructive evaluation (NDE). We consider a laser-ultrasonic NDE where we use a pulse laser and a laser interferometer. In a time domain BIE analysis of laser-ultrasonic NDE, we have to choose a fine mesh and a small time increment to represent the wave propagation accurately. Consequently, the analysis becomes a large scale one in the time domain. In this investigation we test the performance of the time domain fast multipole BIEM in such large scale elastodynamic problems.

Key Words: time domain fast multipole BIEM, laser-ultrasonic NDE

1. 始めに

著者らは、レーザー超音波^(1, 2, 3)による定量的非破壊評価に関する研究を行ってきた。レーザー超音波非破壊評価法では、パルスレーザーによって材料内部に高周波の弾性波動を励起し、材料内部の欠陥・クラックによる散乱波動場を計測し、欠陥・クラックの情報を得る。散乱波動場の計測は、材料表面にてレーザー干渉計を用いて行われる。レーザー干渉計を用いれば、レーザー照射点での法線方向速度成分の時間履歴が波形データとして計測できる。これまでに著者らは、パルスレーザーによる超音波励起のメカニズムを逆解析により決定した⁽⁴⁾。また、クラックの位置や形状をパラメータで表現し、レーザー励起された弾性波動場における欠陥・クラックによる散乱波動場を時間域の境界積分方程式法 (BIEM)^(5, 6)を用いて数値的に復元し、レーザー超音波試験で得られた計測データと数値解を比較する事で、欠陥・クラックの位置や形状を決定している^(4, 7, 8)。

レーザー超音波試験で励起される弾性波の周波数は数 MHz と高く、また金属材料を対象とする場合、弾性波の波速は数千 m/sec と非常に速い。時間域の BIE 解析を行い精度の良い数値解析結果を得るには、時間ステップ幅を非常に小さくとり、領域の境界を非常に小さい要素に分割する必要があるため、取り扱う問題は時間域の大規模解析となる。時間域 BIEM の大規模解析を現実的な計算時間で行うために、

MPI⁽⁹⁾ や OpenMP⁽¹⁰⁾ によるコードの並列化や時間積分のアルゴリズムの改良⁽¹¹⁾などが行われており、使用メモリの縮小や計算時間の短縮が実現できている⁽¹²⁾。しかし、並列計算や時間積分アルゴリズム改良版の BIEM コードを用いても時間域の大規模問題の演算速度は、現実的な形状決定逆問題を解くためにはまだ十分ではない。

一方、近年高速多重極法を用いた高速境界積分方程式法の研究が進んでいる。高橋ら^(13, 14)は、PWTD (Plane Wave Time Domain) 法に基づいて 3 次元時間域動弾性問題を解く高速解法を提案した。更に大谷らはこれを改良し、空間方向に N_s 自由度、時間方向に N_t 自由度の問題を原理的には $O(N_s(\log N_s)^2 N_t)$ 程度の計算量で解く実装法を提案した^(15, 16)。これを用いると、従来型境界積分方程式法では到底取り扱う事のできない規模の問題が解ける事が示されている。従って、高速多重極法の使用が、現実的なクラック決定問題の解析への道を開く可能性がある。しかし、3次元時間域動弾性問題の高速多重極法はこれまでは一様な配置の滑らかな境界を有する問題以外での使用実績がなく、しかも大規模問題における精度の検討も、検証法がなかったために必ずしも十分に行われてこなかった。

そこで、本研究では高橋ら^(13, 14)が提案し、大谷ら^(15, 16)によって改良された 3 次元動弾性問題の高速多重極境界積分方程式法の OpenMP による並列計算用コードを用いて、

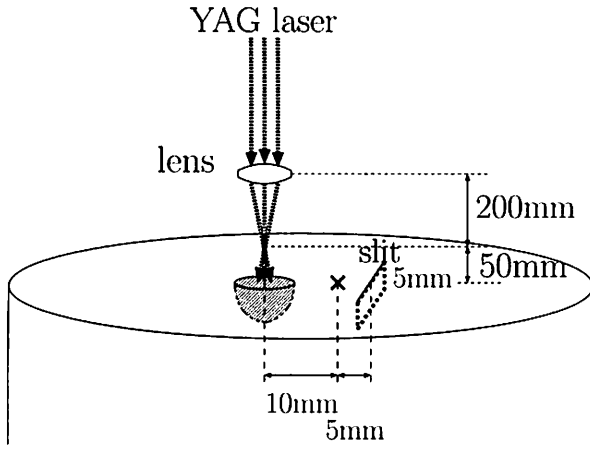


Fig. 1 Laser ultrasonic measurements.

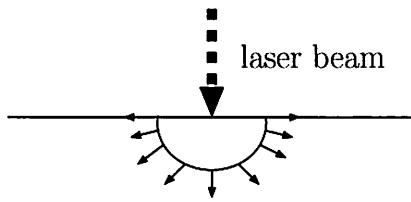


Fig. 2 T-mode.

レーザー超音波非破壊評価に必要となる時間域の大規模解析を実行し、得られた解を実験結果と比較した。

2. レーザ超音波実験と動弾性 BIEM による数値解析

本論文で取り扱うレーザー励起超音波実験について述べる。

使用した供試体はアルミニウム合金製であり、形状は円筒形である。平面状の自由表面に対して角度 90 度をなす長方形表面スリット (長さ 10.5mm、深さ 5mm、開口幅 0.2mm) を有している (Fig.1 参照)。

実験では、YAG レーザ発生装置 (LOTUS TH LS-2135) に 14J の pump lamp energy を加え、発生したパルスレーザーを供試体表面に熱膨張レーザー励起弾性波モード (Thermal mode, T-mode) で照射した (Fig.1)。このとき、パルスレーザーの照射時間は 10–15nsec と非常に短い。また、パルスレーザーはガウス分布の強度分布 (分散 $\sigma^2 = 0.41\text{mm}^2$) を持ち、パルスレーザーにより供試体に吸収された熱量 q_{abs} は 2.5mJ である。これらのパラメータは、別途スリットのない供試体を用いたレーザー超音波計測データから逆解析によって求められた (8)。

パルスレーザー照射により供試体内レーザー照射部付近に熱膨張が起こり、熱膨張により弾性波動が供試体内に励起される (Fig.2)。こうして発生する弾性波動の法線方向速度を、レーザー照射の中心からスリット側に 10mm 離れた点でレーザー干渉計 (小野測器 LV-1710 高周波計測用改良型、計測可能周波数 1Hz~5MHz) を用いて計測した。S/N 比を向上させるために、1000 回の計測の平均をとり、得られたデータを計測値とする。実験においては計測時間は 10 μsec とした。

次に、T モードレーザー励起弾性波を入射波としたスリットによる供試体内部の散乱波動場をシミュレートする事を考える。その際、レーザー照射部付近で供試体内部の温度上昇 T が比較的大きい有界な領域を volume source とし、volume source からのみ弾性波動が発生しているとする。このため、実験において考える計測時間 (10 μsec) では、計測時間内に供試体の側面や底面に弾性波動は到達しない。従って、波動の散乱は半無限弾性体中のスリットによるもののみであると考えれば良い。これにより、パルスレーザーによって発生する波動 u_i (変位) は、表面スリットを持つ半無限領域 $D(x_3 \leq 0)$ (原点をパルスレーザー照射部の中心とする) における次の初期値境界値問題の解とみなす事ができる。

$$\mu\Delta u + (\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot u) = \rho\ddot{u} + \alpha(3\lambda + 2\mu)\nabla T \quad \text{in } D \times (t > 0) \quad (1)$$

$$\Delta T - \frac{1}{\kappa^2}\dot{T} = 0 \quad \text{in } D \times (t > 0)$$

$$u = \dot{u} = 0 \quad \text{for } D \times (t < 0)$$

$$\tau_{zz} = \tau_{zr} = 0 \quad \text{on } x_3 = 0, \text{ for } t \geq 0$$

$$\text{スリット } S \text{ の両面上で表面力} = 0$$

$$T = 0 \quad \text{for } D \times (t < 0)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\delta(t)q_{\text{abs}}}{2\pi K\sigma^2} \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}|^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{on } x_3 = 0, \text{ for } t \geq 0 \quad (2)$$

ここに、 λ, μ は Lamé 定数、 ρ は密度、 K は熱伝導率、 κ^2 は温度拡散率で $\kappa^2 = \frac{K}{\rho c_a}$ (c_a は比熱)、 \mathbf{n} は境界での外向き単位法線ベクトルで $(0, 0, 1)$ 、 $\frac{\partial}{\partial n}$ は法線微分を、 $(\dot{\quad})$ は時間微分を表す。なお、境界条件 (式 (2)) は、レーザー照射点から離れた位置では断熱の境界条件を課す事を表しているが、これはアルミニウム合金の熱伝導率が空気の熱伝導度に比べ極めて大きいためである。

式 (1) の解は、 \mathbf{x} が領域の境界にある場合は次の境界積分方程式を満たす：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u(\mathbf{x}, t) &= \int_{\partial D} \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * \mathbf{t}(\mathbf{y}, t) dS \\ &- \text{v.p.} \int_{\partial D} \Gamma_I(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * u(\mathbf{y}, t) dS \\ &- \alpha(3\lambda + 2\mu) \int_D \nabla \cdot \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * T dV \\ &+ \int_S \Gamma_I(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * \varphi(\mathbf{y}, t) dS \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 \mathbf{t} は表面力で $t_i(\mathbf{x}, t) = C_{ijkl}n_j(\mathbf{x})(u_{k,l}(\mathbf{x}, t) - \alpha T\delta_{kl})$ 、v.p. は Cauchy の主値を表している。 $\Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t)$ 、 $\Gamma_I(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t)$ はそれぞれ動弾性問題の基本解と二重層核であり、各々

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) &= \frac{1}{4\pi\mu} \left[\frac{\delta(t - r/c_T)}{r} \delta_{ij} \right. \\ &- \left. c_T^2 \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} \left(\frac{(t - r/c_T)H(t - r/c_T)}{r} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{(t - r/c_L)H(t - r/c_L)}{r} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{lij}(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t) &= C_{jktm} \frac{\partial}{\partial y_t} \Gamma_{im}(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t) n_k \\ &= -\lambda \Gamma_{ie,t}(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t) n_j \\ &\quad -\mu \Gamma_{ik,j}(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t) n_k - \mu \Gamma_{ij,k}(\mathbf{x}-\mathbf{y}, t) n_k\end{aligned}$$

で表される。ここに、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ 、 $H(t)$ は Heaviside 関数、 $(\cdot)_{,i} = \frac{\partial}{\partial x_i}$ 、 c_L, c_T は、それぞれ縦波、横波の弾性波伝播速度で、

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

である。

数値計算においては、まず温度 T を境界条件 (式 (2)) の下での半無限領域 (スリットの存在を無視する) での熱方程式の解として決定し、これを用いて式 (3) の T を含む項を近似的に評価の後、式 (3) を次節において述べる高速多重極 BIEM によって解く。

3. 高速多重極 BIEM の定式化

本節と次節では本論文で取り扱う高速境界積分方程式法の概要について述べる。記述は手法を示すための必要最小限にとどめるので、詳細は高橋他⁽¹⁴⁾を参照して頂きたい。

3.1. 基本解の平面波展開

基本解 Γ を次の様に平面波展開することができる。

$$\begin{aligned}\Gamma_{ij}(\mathbf{x}, t) - \Gamma'_{ij}(\mathbf{x}, t) &= -\frac{1}{8\pi^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_k} \left[\frac{k_i k_j}{\rho c_L^3} \delta(t - \mathbf{x} \cdot \mathbf{k} / c_L) \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_p k_q e_{pik} e_{qjk}}{\rho c_T^3} \delta(t - \mathbf{x} \cdot \mathbf{k} / c_T) \right] dS_k\end{aligned}\quad (4)$$

ここに、 S_k は単位球面、 \mathbf{k} は S_k 上の外向き単位法線ベクトルである。また $\Gamma' = \Gamma(\mathbf{x}, -t)$ は反因果律を満足する動弾性学の基本解である。

3.2. 平面波展開による層ポテンシャルの評価

式 (4) を用いて式 (3) の層ポテンシャルの高速算法を構成する。

いま、ともに半径が R である二つの球形領域 S_s, S_o を考え、各々の中心を \mathbf{s}, \mathbf{o} とする。中心間距離 $|\mathbf{o} - \mathbf{s}|$ を R_c とし $R_c > 2R$ を満たすものとする。また、 S_s に含まれる境界 S の部分を S_0 とする。そこで、式 (4) を用いて選点 (\mathbf{x}, t) ($\mathbf{x} \in S_o, t \in (0, \infty)$) において $S_0 \times (0, t]$ に分布した密度 \mathbf{t}, \mathbf{u} による層ポテンシャルを評価することを目標とする。

密度 \mathbf{u} 及び \mathbf{t} を各々有限の時間区間帯 $(T_1^2, T_2^2]$ のみを台に持つ関数 \mathbf{u}^2 ならびに \mathbf{t}^2 に区分けする。すると、

$$R_c - 2R \geq c_L (T_2^2 - T_1^2) \quad (5)$$

が成り立てば選点 (\mathbf{x}, t) ($\mathbf{x} \in S_o, t > T_2^2$) に対して $S_0 \times (T_1^2, T_2^2]$ 上の既知の密度 \mathbf{t}^2 ならびに \mathbf{u}^2 によるポテンシャルは次のように計算できる⁽¹⁴⁾。

$$\begin{aligned}\int_{S_0} (T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * u_j^2(\mathbf{y}, t) - \Gamma_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * t_j^2(\mathbf{y}, t)) dS_y \\ = -\frac{1}{8\pi^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_k} [k_i \delta(t - (\mathbf{x} - \mathbf{s}) \cdot \mathbf{k} / c_L) * O^z(\mathbf{s}, t, \mathbf{k}) \\ + e_{pik} k_p \delta(t - (\mathbf{x} - \mathbf{s}) \cdot \mathbf{k} / c_T) * O_k^z(\mathbf{s}, t, \mathbf{k})] dS_k\end{aligned}$$

ここに、 O^z 及び O_k^z ($k = 1, 2, 3$) は outgoing ray であり、

$$\begin{aligned}O^z(\mathbf{s}, t, \mathbf{k}) &= \int_{S_0} \left(\frac{C_{jltm} n_l k_m k_n}{\rho c_L^4} \dot{u}_j^z(\mathbf{y}, t - (\mathbf{s} - \mathbf{y}) \cdot \mathbf{k} / c_L) \right. \\ &\quad \left. - \frac{k_j}{\rho c_L^3} t_j^z(\mathbf{y}, t - (\mathbf{s} - \mathbf{y}) \cdot \mathbf{k} / c_L) \right) dS_y\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}O_k^z(\mathbf{s}, t, \mathbf{k}) &= \int_{S_0} \left(\frac{C_{jltm} n_l e_{qmk} k_q k_n}{\rho c_T^4} \dot{u}_j^z(\mathbf{y}, t - (\mathbf{s} - \mathbf{y}) \cdot \mathbf{k} / c_T) \right. \\ &\quad \left. - \frac{e_{qjk} k_q}{\rho c_T^3} t_j^z(\mathbf{y}, t - (\mathbf{s} - \mathbf{y}) \cdot \mathbf{k} / c_T) \right) dS_y\end{aligned}\quad (7)$$

と定義される。また、式 (6) は次のようにも計算される。

$$\begin{aligned}\int_{S_0} (T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * u_j^z(\mathbf{y}, t) - \Gamma_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) * t_j^z(\mathbf{y}, t)) dS_y \\ = -\frac{1}{8\pi^2} \int_{S_k} [k_i \delta(t - (\mathbf{x} - \mathbf{o}) \cdot \mathbf{k} / c_L) * I^z(\mathbf{o}, t, \mathbf{k}) \\ + e_{pik} k_p \delta(t - (\mathbf{x} - \mathbf{o}) \cdot \mathbf{k} / c_T) * I_k^z(\mathbf{o}, t, \mathbf{k})] dS_k\end{aligned}\quad (8)$$

ここに I^z 及び I_k^z ($k = 1, 2, 3$) は incoming ray であり、

$$I^z(\mathbf{o}, t, \mathbf{k}) = \frac{\partial}{\partial t} \delta(t - (\mathbf{o} - \mathbf{s}) \cdot \mathbf{k} / c_L) * O^z(\mathbf{s}, t, \mathbf{k}) \quad (9)$$

$$I_k^z(\mathbf{o}, t, \mathbf{k}) = \frac{\partial}{\partial t} \delta(t - (\mathbf{o} - \mathbf{s}) \cdot \mathbf{k} / c_T) * O_k^z(\mathbf{s}, t, \mathbf{k}) \quad (10)$$

と計算される。outgoing ray、ならびに incoming ray は次式により原点を移動できる。

$$O_{(k)}^z(\mathbf{s}, t, \mathbf{k}) = \delta(t - (\mathbf{s} - \mathbf{s}') \cdot \mathbf{k} / c_L) * O_{(k)}^z(\mathbf{s}', t, \mathbf{k}) \quad (11)$$

$$I_{(k)}^z(\mathbf{s}, t, \mathbf{k}) = \delta(t - (\mathbf{s} - \mathbf{s}') \cdot \mathbf{k} / c_T) * I_{(k)}^z(\mathbf{s}', t, \mathbf{k}) \quad (12)$$

4. 高速解法のアルゴリズム

従来法による積分と 3.2 で導いた平面波展開の双方を利用し、式 (3) の右辺の層ポテンシャルを計算する手法を構成する。すなわち、ある境界選点について遠方の要素からの寄与は平面波展開を用い近傍の要素からの影響は従来法で評価する。

4.1. セルと時間区間

準備段階として、空間を階層構造を持つセルに分割する。まず領域 D を含むような立方体を作りこれを level 0 のセルとする。次にこれを 8 つの立方体に分割し level 1 のセルを作る。さらに level 1 のセルを 8 分割し level 2 のセルを作る。この分割を同様に繰り返すが、中に含まれる要素が所定の数を下回っているセルについては分割を行わない。これを、分割できるセルがなくなるまで繰り返す。最下層のレベルを l_{max} という。子を持たないセルをリーフと言う。

近傍の定義は次のとおりである。ある level l のセル C と C' の中心座標をそれぞれ C_i, C'_i とする。level l のセルの辺の長さを $L^{(l)}$ とすると

$$|C_i - C'_i| < (\beta + 1) L^{(l)} \quad i = 1, 2, 3$$

が成立する時 C と C' は近いとし、上式が成立しない時 C と C' は遠いとする。今回は $\beta = 1$ とした。すなわちセルとセルの間に一つ以上セルが挟まっていれば遠いと判定する。

遠方からの寄与は平面波展開を用いるがその際、式 (5) が満たされる必要がある。そこで時間区間の概念を導入する。時間軸を $M\Delta t$ 毎に分割し、区間 $((z-1)M\Delta t, zM\Delta t)$ ($z = 1, 2, \dots$) を第 z 時間区間と呼ぶ。この時間区間により境界密度 u, t をそれぞれ u^z, t^z に区分けする。ただし、離散化された境界密度を台が $2p_t$ である補間関数によって補間するので第 z 時間区間の境界密度の台 (T_1^z, T_2^z) は

$$T_1^z = ((z-1)M + 1 - p_t)\Delta t$$

$$T_2^z = (zM + p_t)\Delta t$$

によって与えられる。各レベルにおいて遠方のセルからの影響を平面波展開によって評価できるためには、式 (5) を考慮すると M を各レベル毎に次のように取れば良い。

$$M^{(l_{max})} = \frac{\beta L^{(l_{max})}}{c_L \Delta t} - 2p_t + 1$$

$$M^{(l)} = 2M^{(l+1)} \quad l = 2, 3, \dots, l_{max} - 1$$

この $M^{(l)}$ によってレベル毎に時間区間 $z^{(l)}$ が定義され、式 (13)、(13) によって $T_1^{z^{(l)}}$ 、 $T_2^{z^{(l)}}$ が与えられる。

4.2. 高速解法の計算手順

以下に平面波展開を用いた高速解法の計算手順を示す。

1. $S \times (0, t_{\alpha-1}]$ 上の密度による層ポテンシャルの評価

現時刻を $t_{\alpha} = \alpha\Delta t$ とする。その時、 $S \times (0, t_{\alpha-1}]$ 上の既知密度による層ポテンシャルを近傍からの寄与と遠方からの寄与に分けて評価する。

- 近傍からの寄与

近傍からの寄与は従来法による直接計算によって評価する。

- 遠方からの寄与

現時刻 t_{α} が level l の第 $z_{\alpha}^{(l)}$ 時間区間に属しているとする。すると、過去の時間区間 $z^{(l)} = 1, 2, \dots, z^{(l)\alpha} - 1$ の境界密度 $u^{z^{(l)}}, t^{z^{(l)}}$ による outgoing ray $O_p^{z^{(l)}}$ 、incoming ray $I_p^{z^{(l)}}$ は既知であり、これらによる寄与は後述の 3(b) において式 (8) によって既に評価されている。従って記憶された値を呼び出すだけである。なお、現時刻が属する時間区間の境界密度からの寄与は現時刻には到達しないので考慮する必要はない。

2. 現時刻の未知境界密度の求解

式 (3) を離散化した代数方程式の右辺ベクトルは 1 によって得られた。そこで式 (3) を離散化した代数方程式を反復解法によって解き、現時刻での未知成分を求める。

3. outgoing ray 及び incoming ray の計算

現時間区間 $z_{\alpha}^{(l)}$ の境界密度による outgoing ray 及び incoming ray を計算する。

Table 1 Parameters of aluminum alloy.

density: ρ	$2.70 \times 10^3 [\text{kg}/\text{m}^3]$
specific heat: c_a	$0.896 \times 10^{-3} [\text{J}/\text{K} \cdot \text{kg}]$
coefficient of linear thermal expansion: α	$2.313 \times 10^{-5} [1/\text{K}]$
thermal conductivity: K	$203.9 [\text{J}/\text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{K}]$
diffusivity of heat: κ^2	$8.432 \times 10^{-5} [\text{m}^2/\text{sec}]$
velocity of P wave: c_L	$6380 [\text{m}/\text{sec}]$
velocity of S wave: c_T	$3180 [\text{m}/\text{sec}]$

(a) upward pass

最下層の level l_{max} から上に向かって level 2 に向かって現時間区間 $z_{\alpha}^{(l)}$ の各セル中心に関する outgoing ray を計算する。最上 level が 2 であるのは、level 1 以上のセルは全て近接しており平面波展開が使えないからである。ただし、現時刻ステップ数 α が $M^{(l)}$ の整数倍である level l についてのみ実行する。リーフについては式 (6)、(7) によって outgoing ray を求め、子がいる場合は式 (11) によって求める。

(b) downward pass

level 2 から下向きに各 level で現時間区間 $z_{\alpha}^{(l)}$ の各セル中心に関する incoming ray を計算する。ただし、現時刻ステップ数 α が $M^{(l)}$ の整数倍である level l についてのみ実行する。遠方のセルの outgoing ray から式 (9) ならびに式 (10) によって incoming ray を計算する。子がいる場合は式 (12) を用いて子の中心まわりの incoming ray を計算し、子がいない場合は式 (8) を用いてそのセルの各選点 $(\boldsymbol{x}, t_{\alpha'})$ ($\alpha' = \alpha + 1, \dots, N_t$) でポテンシャルを評価する。

なお、incoming ray、outgoing ray の第三引数については単位球面上で定義されるが、数値計算では level l においては $(2K^{(l)} + 1)(K^{(l)} + 1)$ 個の離散点においてサンプリングする。 $K^{(l)}$ は $K^{(l)} = 2K^{(l+1)}$ を満たすものとする。

4. 更新

時間ステップを一つ進める

5. 数値計算結果

レーザ励起された弾性波動場の表面スリットによる散乱波動場を高速多重極 BIEM により計算した。解析に用いたアルミニウム合金の諸量は Table 1 の通りである⁽¹⁷⁾。計算に用いた境界メッシュを Fig.3 に示す。境界要素数は 16300(48900DOF) である。供試体表面については、境界端からの反射波の影響が計測点に表れないように要素分割を行っている。

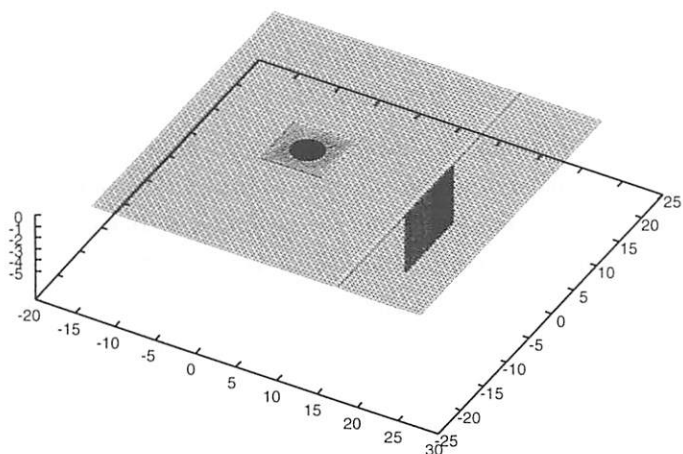


Fig. 3 Boundary mesh. (unit: mm)

次に、数値計算結果を Fig.4 に示す。同図には数値解を破線で示し、併せてレーザ干渉計による計測値を実線で示した。Fig.4 から散乱波動場を高い精度で数値的に復元できている事がわかる。数値解と計測値には多少の誤差は見られるが、計測誤差等を含んでいる事を考慮すれば、十分一致していると言える。

なお、計算に用いた時間ステップ数は 134 である。計算には京都大学学術情報メディアセンターの HPC2500 を用い、64CPU による OpenMP 並列計算を実行した。解析に要した時間は 4613 秒であり、約 47Gbyte のメモリを使用した。

ほぼ同じ問題を、問題の特殊性を特段考慮せず従来法の境界積分方程式法で解析すると 5341 秒の計算時間を要した。しかも、従来法の使用メモリは、すべての必要な積分結果をストアした場合 477GB であって、多重極法は従来法より一桁少ないメモリで実行可能であった。ただし、従来法がスリットをクラックとして取扱っているのに対して多重極法は通常の境界 (僅かに離れた平行面) としているなどの違いがあって、必ずしも公平な比較にはなっていない。

多重極法の計算時間は従来法に比較して高速ではあったが、大きな差がなかった理由として次の事が考えられる。すなわち、スリットを通常の境界としてモデル化しているので、亀裂先端に近い位置ではメッシュを非常に細かくする必要がある。この時、多重極法のツリーの深さを大きくとると、式 (13) などに現れる M は、リーフにおいては非常に小さくなってしまい、高速多重極法のメリットが現れにくくなる。このことを防ぐために、リーフに含まれる要素数を大きくとる事によって、level が 3 より深くならないようにしている。しかしその副作用として、直接計算のコストが増大し、全体としての速度向上はあまり大きくならなかったものと考えられる。

6. 結言

これまで、単純な問題の数値例のみ示されていた時間域の多重極 BIEM を、実問題であるレーザ超音波非破壊評価解析に使用した。この結果、レーザ超音波非破壊評価解析に必

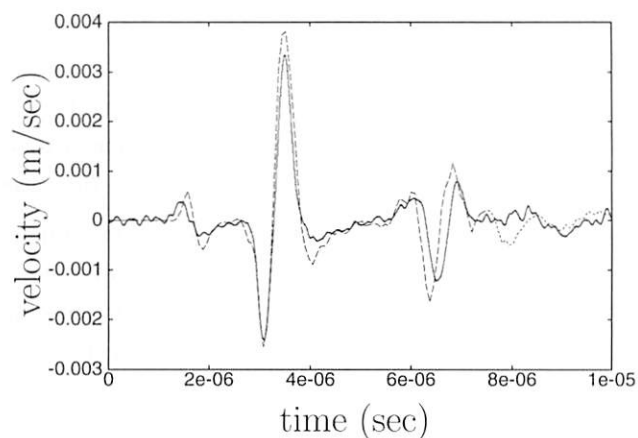


Fig.4 Numerical solution(broken line) and measured velocity(solid line).

要とされる時間域の大規模問題の解析を、高精度、かつ現実的な計算時間及び使用メモリで実行可能である事が示された。特に、高速多重極法による解析は、従来法に比べてメモリ使用量を 1 桁程度少なく押える事ができ、より少ない計算機資源によって実行可能である事が結論された。ただし、計算効率においては、従来法より一定の改善を得ることができたが、圧倒的な改良には至らなかった。計算効率のさらなる改善は今後の課題となった。

参考文献

- (1) 超音波 TECHNO, Vol. 18, No. 3, 2006.
- (2) 大澤敏彦, 小保方富夫: レーザ計測, 裳華房, 1994.
- (3) L.R.F. Rose: Point-source representation for laser-generated ultrasound, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.75, No.3, pp.723-732, 1984.
- (4) 吉川仁, 西村直志: Green 関数を用いた超音波励起レーザのソース同定, 計算数理工学論文集, Vol. 5, pp.95-100, 2005.
- (5) 小林昭一 他: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.
- (6) P.K. Banerjee and S. Kobayashi: Advanced Dynamic Analysis by Boundary Element Methods, *Developments in Boundary Element Methods-7*, Elsevier Applied Science, 1992.
- (7) 吉川仁, 西村直志: 境界積分方程式法を用いたレーザ超音波非破壊評価に関する研究, 計算数理工学論文集, Vol. 5, No. 2, pp.167-170 2005.
- (8) 吉川仁, 川田朋和, 西村直志: レーザ超音波計測による波形データを用いたクラック決定解析, 応用力学論文集, Vol. 9, pp.123-128, 2006.
- (9) 青山幸也: 並列プログラミング虎の巻 MPI 版, 日本 IBM 株式会社, 1999.

- (10) 牛島省: OpenMP による並列プログラミングと数値計算法, 丸善株式会社, 2006.
- (11) S.P. Walker and B.H. Lee: Reduced-cost methods for large time domain integral equation scattering analyses, *Commun. Num. Meth. Eng.*, Vol. 14, pp.751-761, 1998.
- (12) H. Yoshikawa and N. Nishimura, An improved implementation of time domain elastodynamic BIEM in 3D for large scale problems and its application to ultrasonic NDE, *Electronic Journal of Boundary Elements*, Vol. 1, Issue 2, pp.201-217, 2003.
- (13) 高橋徹、西村直志、小林昭一: 2次元時間域動弾性問題に対する高速境界積分方程式法、*日本機械学会論文集*、Vol.67 No.661(A)、pp.1409-1416、2001
- (14) Takahashi, T., Nishimura, N. and Kobayashi, S.: A fast BIEM for three-dimensional elastodynamics in time domain, *Eng. Anal. Boundary Elements*, Vol.27, pp.491-506, 2003 (see Vol.28, pp.165-180, 2004 for the Erratum)
- (15) 大谷佳広, 西村直志: 共有メモリー計算機における3次元時間域動弾性高速境界積分方程式法の並列化について, *土木学会応用力学論文集*, Vol.7, pp.295-304, 2004.
- (16) Y. Otani, T. Takahashi and N. Nishimura, A fast boundary integral equation method for elastodynamics in time domain and its parallelisation, In *Boundary Element Analysis: Mathematical Aspects and Applications*, *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*, Vol. 29 (M. Schanz, O. Steinbach (eds)), pp.161-185, Springer, 2007
- (17) 玉虫文一他: *理化学事典* 第3版, 岩波書店, 1971.