

構造物に作用する動的圧力分布の逆解析について

INVERSE ANALYSIS OF DYNAMIC PRESSURE DISTRIBUTION APPLIED TO THE STRUCTURE

荒井 政大¹⁾, 岡崎 羊平²⁾
Masahiro ARAI, Yohei OKAZAKI

1) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: arai@shinshu-u.ac.jp)
2) 石川島播磨重工業 (株) (〒135-8710 東京都江東区豊洲 3-1-1)

This paper deals with a strategy for identification of dynamic pressure distribution applied to the elastic thin plate. Boundary element method is applied to obtain discretized matrix relation between input pressure distribution and output signal of strain. In order to identify the pressure distribution applied on the plate, strain information is employed as a supplementary information of the inverse analysis in the present study. Laplace transform and numerical inverse Laplace inversion are introduced to compute the dynamic deformation of the plate. The coefficient matrix to be solved is given on the Laplace-transformed domain as the form of transfer function relating input and output signals. Since the inverse analysis requires regularization to stabilize the ill-posed solutions, Tikhonov regularization has been employed with singular value decomposition. Through some numerical simulation on the circular plate subjected to dynamically distributed loading, the usefulness of the present method based on the Laplace-transformed-BEM is demonstrated in detail.

Key Words: Inverse Analysis, Boundary Element Method, Plate Bending, Numerical Analysis, Laplace Transform, Dynamic Loading, Pressure Distribution

1. 緒 論

一般に衝突現象は、接触部の大きさと境界条件がともに未知となる非線形問題であり、工学的に取り扱いの難しい現象である。例えば航空機の機体やジェットエンジンに鳥や氷片などの異物が衝突することにより発生する損傷 (FOD: Foreign Object Damage) の問題⁽¹⁾では、異物衝突時の荷重の大きさのみでなく、圧力分布とその履歴を評価することが重要な課題とされている。

また、構造物と人体が接触する場合の圧力分布の測定も、工学的・医学的に重要であり、従来から圧電セラミクスや感圧ゴムなどのトランスデューサーを用いた圧力分布の測定が数多く試みられてきた⁽²⁾⁽³⁾。

これら感圧素子を用いる測定法は、実験より得られた測定データから圧力分布が即座に得られるといった利点があるものの、センサーを挟み込むことにより接触条件が変化するという難点がある。さらには、非常に圧力レベルの高い場合においては、センサーの強度が不足するなどの問題点もある。

そこで、被接触領域にセンサーを置かずに、他の離れた部位にて測定された変位やひずみなどの情報をもとにして、逆解析的に外力を同定する手法も数多く検討されている。例えば衝撃的な集中外力が作用する場合について、井上ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾、Doyle⁽⁶⁾⁽⁷⁾、放生ら⁽⁸⁾、Chang ら⁽⁹⁾による研究結果が報告されている。

また、著者らのグループは、薄板状の構造物に圧力分布が作用する場合を想定した数値シミュレーションを実施している⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。板面に垂直に作用する静的および動的な圧力分布を、弾性板に生じるひずみの付加情報を用いて逆解析的に同定する手法について基礎的な検討を行った。

従来の手法では、逆解析の演算過程において、Tikhonov の方法⁽¹²⁾を導入し、その適切化パラメータの算出に Hansen の L-curve 法⁽¹³⁾を用いていた。しかしながら入力データとなるひずみ情報の誤差レベルによって解の精度が大きく左右されるなど、適切化パラメータの決定法において課題を残していた。

そこで本論文では適切化パラメータの判定法に対して久保らにより提案された許容条件数法⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾を適用し、入力データの誤差レベルに応じた適切化を図った。また、数値 Laplace 逆変換の誤差を低減するために、帯域分割フィルタを適用し、その閾値の算出に対して許容条件数法と類似の誤差率に基づく判定を提案し、種々の検討を行った。

矩形板に非定常圧力分布が作用する場合を対象とした数値シミュレーションを実施し、境界要素法および Laplace 変換法を基本とした逆解析手法の妥当性、ならびに Tikhonov の方法と許容条件数法を組み合わせた適切化法の有効性について明らかにした。

2. 理 論

2.1 逆問題の定式化 解析領域を Ω 、その境界を Γ とする均質等方性かつ厚さの一樣な薄板を考える。薄板の面外変形が古典理論に従うものとするれば、薄板に生じるたわみ w は以下の支配方程式 (つりあい方程式) を満足する。

$$D\nabla^4 w(x, y; t) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f(x, y; t) \quad (1)$$

ただし、 f は面外分布圧力、 ρ は密度、 h は板厚、 D は板の曲げ剛性 ($D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 、 E : ヤング率、 ν : ポアソン比)、 ∇^4 は重調和作用素である。式 (1) を Laplace 変換したのち、一般的な境界要素法の定式化に従って積分方程式を導出

すると、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} C(P)\bar{w}(P) + \int_{\Gamma} \{ \bar{w}^*(P, Q)\bar{V}_n(Q) - \bar{T}_n^*(P, Q)\bar{M}_n(Q) \\ + \bar{M}_n^*(P, Q)\bar{T}_n(Q) - \bar{V}_n^*(P, Q)\bar{w}(Q) \} d\Gamma(Q) \\ = \int_{\Omega} \bar{w}^*(P, R)\bar{f}(R)d\Omega(R) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\bar{w}(Q)$, $\bar{T}_n(Q)$, $\bar{M}_n(Q)$, $\bar{V}_n(Q)$ は、それぞれ境界上の積分点 Q におけるたわみ、たわみ角、曲げモーメント、相当せん断力の Laplace 変換である。また、 $\bar{w}^*(P, Q)$ は単位インパルス集中荷重に対応するたわみの解（基本解）の Laplace 変換であり、 \bar{T}_n^* , \bar{M}_n^* , \bar{V}_n^* はそれぞれたわみ角、曲げモーメント、相当せん断力の定義式に w^* を代入することにより求められる積分核である⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹⁶⁾。

なお、左辺の位置定数 $C(P)$ はたわみの観測点 P が領域の外部にある場合に 0、滑らかな境界上にある場合 1/2、領域の内部では 1 となる。なお、本論文では説明を簡略化するため、板の角部において生じる集中反力項を省略して表記した。

また、本論文において、Laplace 変換領域にて定義される物理量は、すべて上付きの添字記号 ‘-’ を用いて表記するものとする。

さて、適当な離散化要素を用いて解析領域の境界 Γ を要素分割するものとし、 $\bar{w}(Q)$, $\bar{T}_n(Q)$, $\bar{M}_n(Q)$, $\bar{V}_n(Q)$ を内挿関数により近似する。また、面外圧力 $\bar{f}(R)$ についても離散化要素を用いて近似するものとする。たわみ、たわみ角、曲げモーメント、相当せん断力の 4 つの境界物理量のうち、2 つの物理量が境界条件により与えられ、残る 2 つが未知となる。一般的な境界要素法の定式化に従えば、未知の境界節点値の個数と同数の積分方程式が得られ、結果的に式 (2) は以下のマトリクス方程式に帰着できる。

$$A\bar{x} + \bar{b} = H\bar{f} \quad (3)$$

ここで \bar{x} は未知の境界物理量からなるベクトル、 \bar{b} は境界条件より計算される既知の列ベクトル、 A は未知境界値に対する係数行列、 H は面外圧力 \bar{f} に対する係数行列である。

さて、通常の順問題であれば左辺の未知ベクトル \bar{x} についての連立方程式を解くだけで良い。しかしながら本問題では右辺の面外圧力 \bar{f} が未知となるから、それを補うための付加条件式が必要となる。そこで領域 Ω 内に観測点 p を設け、曲げひずみを測定することを考える。式 (2) の右辺の積分核 \bar{w}^* , \bar{T}_n^* , \bar{M}_n^* , \bar{V}_n^* を曲げひずみの定義に従い微分することにより、以下の積分表現を得る。

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}(p) + \int_{\Gamma} \{ \bar{w}^*(p, Q)\bar{V}_n(Q) - \bar{T}_n^*(p, Q)\bar{M}_n(Q) \\ + \bar{M}_n^*(p, Q)\bar{T}_n(Q) - \bar{V}_n^*(p, Q)\bar{w}(Q) \} d\Gamma(Q) \\ = \int_{\Omega} \bar{w}^*(p, R)\bar{f}(R)d\Omega(R) \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、‘-’ は、座標 x_1, x_2 方向の曲げひずみの定義式による微分を意味する。

観測されるひずみの個数を N とし、式 (2) の場合と同様にマトリクス表示すれば次式となる。

$$\epsilon + A'\bar{x} + \bar{b}' = H'\bar{f} \quad (5)$$

ここで ϵ はひずみの観測情報からなる既知ベクトルである。式 (3) と式 (5) より境界上の未知量 \bar{x} を消去して整理すると、以下の形のマトリクス方程式を得る。

$$(H' - A'A^{-1}H)f = \epsilon + g' - A'A^{-1}g \quad (6)$$

分布圧力が作用しない場合に板に生ずるひずみはすべて 0 であるとすれば、上式右辺の $g' - A'A^{-1}g$ は 0 となる。よって、 $E = H' - A'A^{-1}H$ とおけば、最終的に分布圧力 f とひずみ ϵ を関係づける以下のマトリクス方程式が得られる。

$$Ef = \epsilon \quad (7)$$

すなわち、付加情報として板面に生じるひずみデータを与えることにより式 (7) を解けば、未知の圧力分布 f が逆解析的に求められることが確かめられる。

3. 逆解析における解の適切化

逆問題における解の適切化を考える際、マトリクス方程式 (7) の係数行列 E に対して特異値分解⁽¹⁷⁾を適用すると議論が容易である。 $M \times N$ の係数マトリクス E に特異値分解を適用すると、

$$E = U\Lambda V^T \quad (8)$$

ここに、 U, V はそれぞれ $M \times M, N \times N$ の行列であり、 Λ は、非対角成分がすべて 0 となる $M \times N$ の特異値行列である。また、 V^T は行列 V の転置を表す。特異値行列 Λ は、マトリクス E のランクを m とすると、

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & & 0 \\ & \lambda_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \lambda_m & & \\ & & & & 0 & \\ 0 & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (9)$$

のように与えられる。ただし、 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ は行列の特異値であり、 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$ となるように整理するものとする。

さて、マトリクス方程式 (7) を解いた場合の解の誤差について考える。まず、式 (7) の左辺に誤差 $\Delta\epsilon$ が含まれており、このために得られる解 p が Δp だけ変動するものとする。

$$E(p + \Delta p) = \epsilon + \Delta\epsilon \quad (10)$$

このとき、誤差 $\Delta\epsilon$ が解 p に与える影響は次のように表される。

$$\frac{\|\Delta p\|}{\|p\|} \leq \text{Cond}[E] \frac{\|\Delta\epsilon\|}{\|\epsilon\|} \quad (11)$$

ここで、 $\|\bullet\|$ はベクトルのユークリッドノルムを表す。‘Cond’ はマトリクスの条件数であり、係数行列 E の最大特異値と最小特異値の比として定義される。

$$\text{Cond}[E] = \frac{\lambda_1}{\lambda_m} \quad (12)$$

条件数が大きいつま、すなわち最大特異値 λ_1 に比べ最小特異値 λ_m が極端に小さい場合は、観測情報の誤差に対して解析結果の精度が結果が大きく左右されることになる。

マトリクス方程式 (7) の最小二乗解を求めることは、次式で与えられる残差ノルム

$$\Pi = \|\mathbf{E}\mathbf{p} - \boldsymbol{\varepsilon}\|^2 \quad (13)$$

を最小化する \mathbf{p} を求めることに相当する。しかしながら逆問題においてはマトリクス \mathbf{E} が非正則に近くなることにより、解が不安定になり易い。この問題を回避し、マトリクス方程式を適切化する方法として、本研究では以下の Tikhonov の方法を用いる。

$$\Pi = \|\mathbf{E}\mathbf{p} - \boldsymbol{\varepsilon}\|^2 + \alpha\|\mathbf{p}\|^2 \quad (14)$$

すなわち、Tikhonov の方法では、式 (13) の汎関数 Π に安定化項 $\|\mathbf{p}\|^2$ を加えたものを最小化して解を決定する。 α は問題に応じて適切な値を選ぶ必要がある。上式の汎関数を最小化する解、すなわち適切化解 \mathbf{p}^* は次式で与えられる。

$$\mathbf{p}^* = (\mathbf{E}^T \mathbf{E} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{E}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (15)$$

ただし \mathbf{I} は単位行列である、

さて、先に述べたように、Tikhonov の方法では適切化パラメータ α の値をいかにして決定するかが重要となる。この問題に対し、本研究では久保らにより提案された許容条件数法⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾を採用した。

許容条件数法では、解の誤差率として許容し得る上限値を設定し、その値を満たすように未知パラメータを決定する。式 (11) において、左辺の $\|\Delta\mathbf{p}\|/\|\mathbf{p}\|$ は誤差率とみなせるから、

$$R_x = \frac{\|\Delta\mathbf{p}\|}{\|\mathbf{p}\|} \quad (16)$$

とおくと、式 (11) は

$$\text{Cond}[\mathbf{E}]_{\text{op}} = R_x \frac{\|\boldsymbol{\varepsilon}\|}{\|\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\|} \quad (17)$$

のように書き換えられる。ここで $\text{Cond}[\mathbf{E}]_{\text{op}}$ は、最適解を与える条件数を意味する。なお、許容誤差率 R_x の与え方には、問題によって適切な値が存在するものと考えられるが、本研究では数値実験により得られた経験値として、 $R_x = 0.3$ とした。観測情報の誤差 $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ の計算法については文献⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾を参照されたい。

なお、許容条件数法により Tikhonov の方法の適切化パラメータを決定するために、条件数 $\text{Cond}[\mathbf{E}]_{\text{tik}}$ に対して以下の定義を導入する。

$$\text{Cond}[\mathbf{E}]_{\text{tik}} = \frac{\lambda_{\max} + \alpha/\lambda_{\max}}{\min(\lambda_j + \alpha/\lambda_j)} \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (18)$$

である。なお、上式による条件数の定義は、適切化パラメータ α の増加に伴い、条件数が単調に減少するよう、久保らにより修正が施されたものである。適切化パラメータを変化させた場合の条件数 $\text{Cond}[\mathbf{E}]_{\text{tik}}$ と最適条件数である $\text{Cond}[\mathbf{E}]_{\text{op}}$ とが一致する条件より、適切化パラメータが決定される。

4. 数値 Laplace 逆変換の適切化

Laplace 変換・逆変換に基づく数値解法では、実時間解 $f(t)$ を得るために、像空間解 $\bar{f}(\kappa)$ の逆変換を行う必要がある。この Laplace 逆変換は第 1 種 Fredholm 型積分方程式を解くこ

とに相当する典型的な逆問題であるため、逆形式のマトリクス方程式を解く場合と同様に解の不安定性・不適切性が生ずる。既報では離散 Fourier 変換に基づく数値 Laplace 変換・逆変換を以下のようなマトリクスを用いた演算、

$$\bar{f} = \mathbf{L}f \quad (19)$$

に変換し、先の 3 章と同様の Tikhonov の方法を用いた適切化を導入した。本論文ではよりシンプルで効果の高い適切化を目指し、帯域通過フィルタを用いた手法を導入する。

高速フーリエ変換 (FFT) を用いた数値 Laplace 逆変換法⁽²⁰⁾では、Laplace 変換パラメータを

$$\kappa = \gamma + i\omega, \quad (\omega = 2\pi/T) \quad (20)$$

のようにおく。ここで γ は任意の実数で収束座標と呼ばれる定数であり、 ω は角周波数、 T は Laplace 変換における全解析時間、 i は虚数単位である。

式 (19) における係数行列 \mathbf{L} は Laplace 変換パラメータ κ の関数、すなわち角周波数 ω の関数である。一般に数値 Laplace 変換・逆変換における係数マトリクスは、高周波成分の係数が 0 に近い値をとることが知られている。これらの相対的に値が小さい高周波成分の係数に逆解析における解析誤差、モデル化による離散化誤差等が加わると、式 (19) を解いて得られる実時間解 f に極めて大きな誤差が生じることが知られている。この誤差は解析時間全域にわたって激しい振動成分として現れ、FFT を用いる Laplace 逆変換法では、特に時間後半において誤差が増加する結果となる。

この高周波成分の悪影響を避けるための方法としてもっとも単純な方法は、帯域通過フィルタを用いる方法である。この方法では、周波数に関してある閾値を設け、行列 \mathbf{L} のうち、相対誤差の大きな高周波成分の係数群を 0 で置き換えることにより適切化を図る。すなわち、誤差を適切に除去し、真の信号に与える悪影響をできる限り少なくするためには、フィルタリングの閾値となる遮断周波数 ω_c をどのように決定するかが重要となる。

本研究では前章の場合と同様、Laplace 変換領域におけるひずみ信号の誤差率 R_ω に着目して遮断周波数を決定した。

$$R_\omega = \frac{\|\Delta\varepsilon(\kappa)\|}{\|\varepsilon(\kappa)\|} \quad (21)$$

本論文では極めて単純に、誤差率 R_ω が 1 を越える場合は相対誤差が必要な情報を上回ったものと判断し、行列 \mathbf{L} の係数を 0 で置き換えることとした。なお、実際にはこの条件を満たす最も低い周波数を遮断周波数 ω_c として決定し、それ以上の高周波成分をすべて 0 に置き換える処理を行っている。

5. 数値計算例

以下、薄板に作用する動的圧力分布の同定に関する数値シミュレーションを実施し、本手法の有効性について検証する。解析モデルは Fig.1 に示すような周辺を固定されたアスペクト比 0.8 (長辺 a , 短辺 $b = 0.8a$) の長方形板であり、既報で示した足圧分布測定用ロードセル⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾を衝撃荷重の測定に適用する場合を想定したモデルである。

分布荷重の作用領域は、計 280 個の 3 三角形一次要素で分割した。領域要素の節点番号は左下の節点から順に Fig.1 に示すような順番で定義した。また、境界要素法を適用するにあた

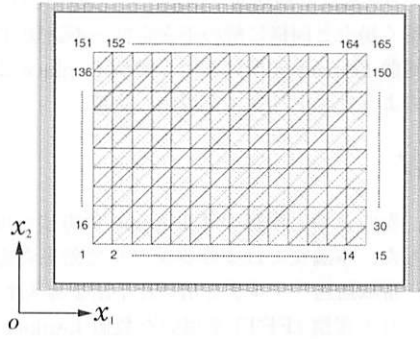


Fig.1 Square plate: analyzed model for identification of pressure distribution.

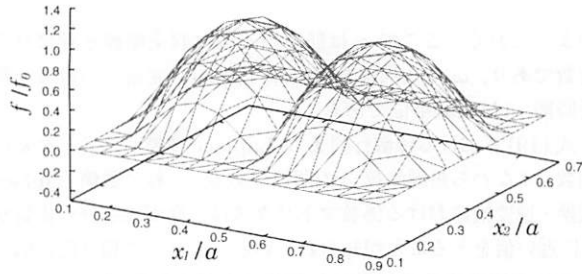


Fig.2 Pressure distribution for numerical demonstration.

り、境界を 32 個の 2 次要素を用いて離散化した。なお、本研究の解析プログラムでは、境界の節点座標の離散化に 2 次適合要素を、境界物理量の離散化には 2 次非適合要素を用いた。

本論文では、Fig.2 に示されるような二つの山を有するような圧力分布が時間的に変動する場合について検討する。圧力の時間変化は、Fig.2 における各節点の圧力値を f_i として、

$$f_i(t) = \begin{cases} f_i \times \left(-1 + \frac{5}{T}t\right) & (0.2T \leq t \leq 0.4T) \\ f_i \times \left(3 - \frac{5}{T}t\right) & (0.4T \leq t \leq 0.6T) \\ 0 & (t \leq 0.2T, t \geq 0.6T) \end{cases} \quad (22)$$

として定義した。なお、ここで T は解析の全時間であり、 $T = a^2 \sqrt{\rho h / D}$ である。また、解析におけるサンプリング数は $N_p = 128$ とした。

Fig.2 の圧力分布を同定するため、板面に生じるひずみの付加情報が必要となる。本論文の数値シミュレーションでは、三角形要素の頂点位置における x_1, x_2 軸方向の曲げひずみ ($\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}$) の時間変動解を逆解析の付加情報として用いた。なお、実験を模擬するため、境界要素法による動的解析より求められたひずみの時間変動解に、領域内のひずみの最大値を基準としたランダムノイズを加えて用いた。なお、ポアソン比は 0.3 とし、計算に用いるすべての物理量は、板の曲げ剛性 D 、密度 ρ 、板厚 h 、代表長さ a を用いて無次元化を行った。

Fig.3 は No.8, 53, 79, 83 の各節点における圧力の時間変動の正解値である。グラフに示されるように、各節点における圧力は時刻 $t = 0.2T$ から $0.6T$ までの時間範囲において三角波状に変化する。

なお、三角波の時間幅が短ければ短いほど、入力波形は周波数スペクトルの均一なインパルス波に近くなり、理想的な考察が可能となる。しかしながら実際には精度的な限界が存在し、

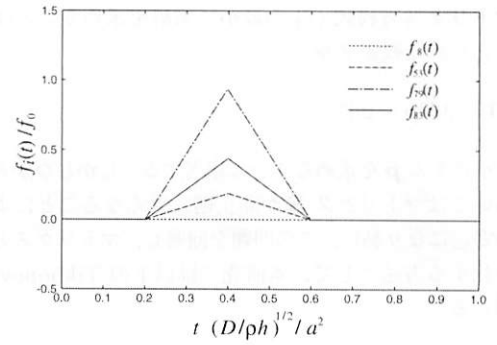


Fig.3 Exact pressure distribution on the nodal points No.8, 53, 79 and 83.

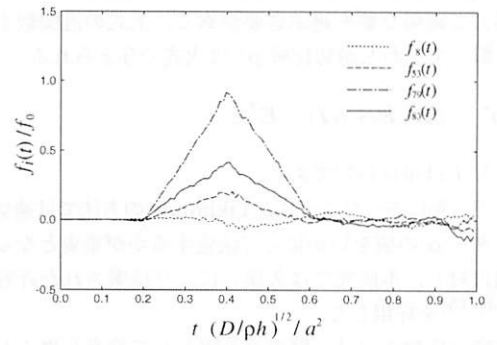


Fig.4 Pressure distribution on the nodal points No.8, 53, 79 and 83 identified by inverse analysis (with Tikhonov regularization).

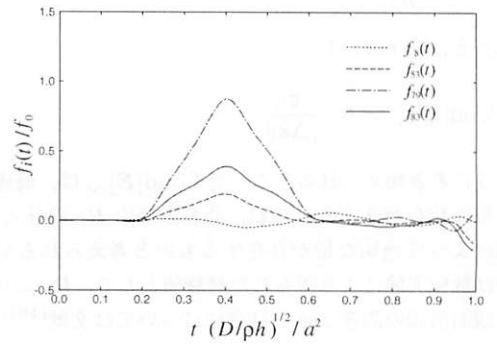


Fig.5 Pressure distribution on the nodal points No.8, 53, 79 and 83 identified by inverse analysis (with Tikhonov regularization and low-pass filtering).

時間幅が短くなるほど荷重の同定は困難となる。

そこで本研究では、入力荷重のパルス幅が一次の共振周波数の周期と同程度であれば動的問題に対する第一段階の考察としては十分に有効であると判断した。本論文の矩形板における一次の共振周期は約 $0.2T$ (周波数: $5/T$) であり、立上り時間と立ち下がりの時間が、この共振周期に一致した三角波を用いて以下の解析を実施した。

Fig.4 および Fig.5 は、ひずみの付加情報をもとに逆解析により圧力分布の時間変動解を同定した結果である。Fig.4 の計算においては、Laplace 像空間解の算出時に Tikhonov の方法を用いて適切化を行った。Fig.5 は、Tikhonov の適切化に加えて数値 Laplace 逆変換の過程において帯域通過フィルタを適用して計算を行った結果である。

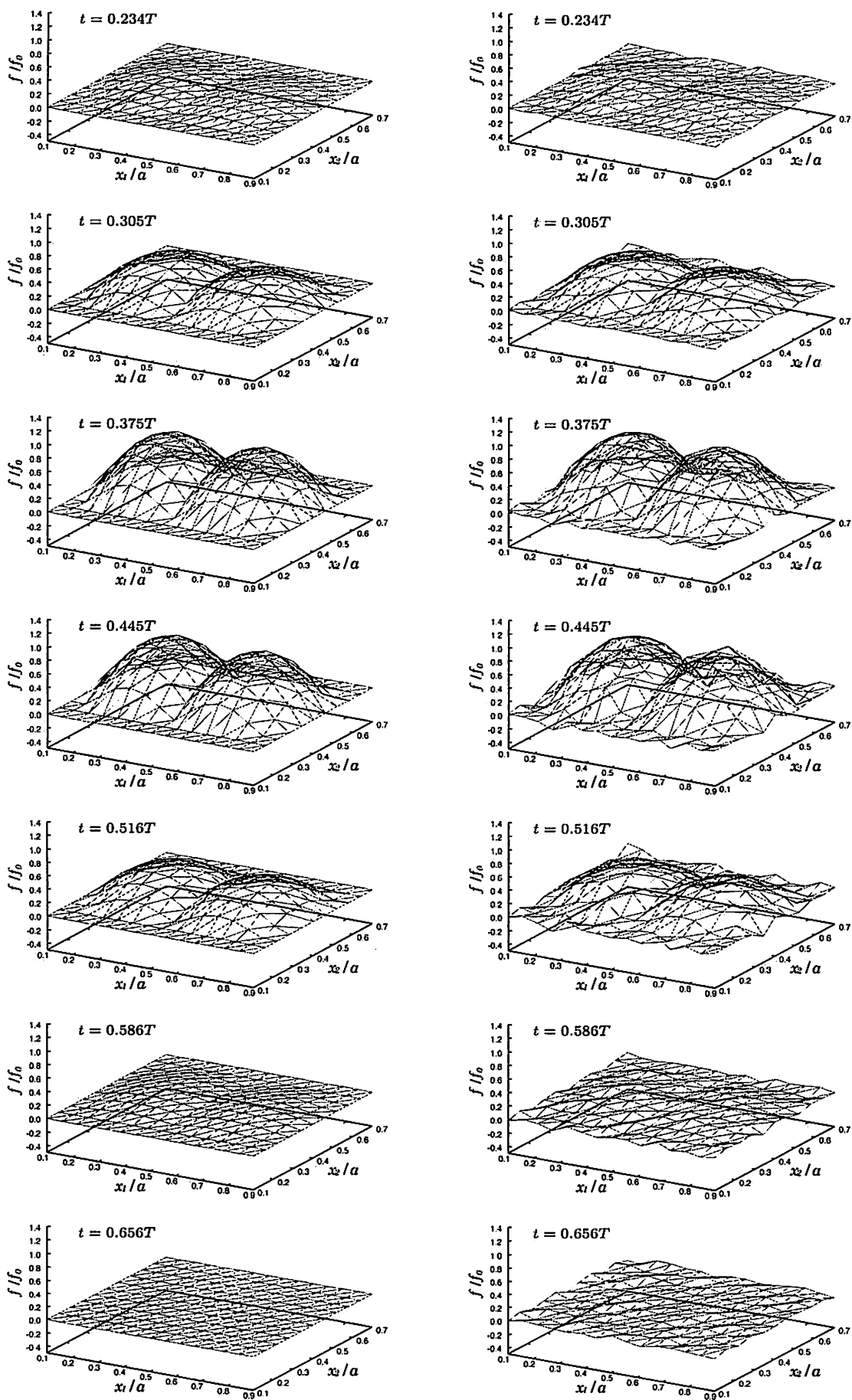


Fig.6 Variation of the transverse pressure (Left : Exact, Right : Identified by inverse analysis).

なお、4章で述べたフィルタリングのルールに従って計算されたカットオフ周波数は $25/T[\text{Hz}]$ であった。ちなみに、フィルタリングを全く行わない場合の解析上限周波数は、解析のサンプリング数が $N_p = 128$ であることより、 $N_p/2T = 64/T[\text{Hz}]$ である。よって、実質的に半数以上のデータがフィルタリングの処理によって0で埋められていることになる。しかしながら、カットオフ周波数($25/T$)から判断すれば、この平板の一次の固有振動数($5/T$)の約5倍程度の周波数成分までの同定が可能となっていることが確かめられる。

Fig.4とFig.5を比較すると、フィルタリングによって高周波成分の誤差は押えられているものの、全体として波形が丸みを帯び、最大値がやや小さく同定される傾向があるといえる。帯域通過フィルタの適用はほとんどのケースで有効であると考えられるが、その適用範囲はやはり慎重に決定する必要があると考えられる。

正解の圧力分布の時刻歴に関するコンター図をFig.6(左)に、逆解析により同定された同様の結果をFig.6(右)にそれぞれ示す。時間が経過するにつれ、全体的に誤差振動が重畳している。また、本来圧力値が0となる板の周辺部において、やや誤差が生じていることが確かめられる。

しかしながら、全体としては二つの山を持つ圧力分布の概形は得られており、精度的な課題を残しながらも本論文で検討された逆解析手法ならびに解の適切化法は、一定の成果を収めたものと判断される。

6. 結 論

本論文では、弾性薄板に作用する動的な圧力分布を、圧力分布作用面の裏側に計測されるひずみの時刻歴を付加情報として逆解析的に同定する手法について、境界要素法を用いた数値シミュレーションにより基礎的な検討を行った。以下に本論文で得られた成果を総括する。

- (1) 離散化された圧力分布とひずみの付加情報の関係式は、Laplace変換領域において境界要素法を適用することにより求められる。両者の関係は係数マトリクスを用いて簡潔に記述できる。
- (2) 圧力分布のLaplace像空間解を算出する際、Tikhonovの方法を適用して解の適切化を図った。また、久保らにより提案された許容条件数法を適用することにより、付加情報の誤差レベルに応じた適切化パラメータの算出が可能であることを示した。
- (3) 時間変動解の算出プロセス、すなわち数値Laplace逆変換に際して、帯域分割フィルタを適用した。遮断周波数の決定に対しては、先のTikhonovの方法と同様に誤差率による判定を有効に用いることができる。

- (4) 矩形板に作用する面外分布圧力の同定シミュレーションを実施した。時間後半および解析領域の周辺部にやや誤差波形が重畳するものの、本論文の圧力分布同定法では、概ね一次の共振周波数の5倍程度の周波数領域までの圧力変動の同定が可能であることが確かめられた。

参 考 文 献

- (1) Morita, H., Adachi, T., Tateishi, Y. and Matsumoto, H., *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol.16, No.2, (1997), pp.376-385.
- (2) 尾田十八, 本 悟, 井上次郎, 多保田純, 日本機械学会論文誌 (A), Vol.55, No.513, (1989), pp.1230-1235.
- (3) 宇治橋貞幸, 渡辺純一, 足立忠晴, スポーツ産業学研究, Vol.1, (1992), pp.19-30.
- (4) 井上裕嗣, 渋谷寿一, 小泉堯, 福地淳一, 非破壊検査, Vol.37, No.11, (1988), pp.874-878.
- (5) 井上裕嗣, 岸本喜久雄, 渋谷寿一, 小泉堯, 日本機械学会論文誌 (A), Vol.57, No.543, (1991), pp.2727-2734.
- (6) Doyle, J.F., *Experimental Mechanics*, Vol.24, No.1, (1984), pp.10-16.
- (7) Doyle, J.F., *Experimental Mechanics*, Vol.27, No.1, (1987), pp.68-72.
- (8) 放生明廣, 茶谷明義, 上村文人, 日本機械学会論文誌 (A), Vol.55, No.511, (1989), pp.477-482.
- (9) Chang, C., and Sun, C. T., *Experimental Mechanics*, Vol.29, No.4, (1989), pp.414-419.
- (10) 荒井政大, 西田徹, 足立忠晴, 弾性薄板に作用する面外圧力分布の同定, 日本機械学会論文誌 (A), No.67, No.655, (2001), pp.405-412.
- (11) 荒井政大, 西田徹, 足立忠晴, 弾性薄板に作用する衝撃圧力分布の同定, 日本機械学会論文誌 (A), No.67, No.662, (2001), pp.1680-1687.
- (12) 久保司郎, 計算力学と CAE シリーズ 10 逆問題, (1992), 培風館.
- (13) Hansen, P.C., *SIAM Review*, Vol.34, No.4, (1992), pp.561-580.
- (14) 久保司郎, 桑山真二郎, 大路清嗣, 日本機械学会論文誌 (A), Vol.61, No.581, (1995), pp.169-176.
- (15) Kubo, S., Takahashi, T. and Ohji, K., *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, Eds., Tanaka, M. and Dulikravich, G. S., (1998), pp.337-344.
- (16) Arai, M., Adachi T. and Matsumoto, M., *JSME International Journal*(A), Vol.40, No.1, (1997), pp.65-74.
- (17) 例えば, 柳井春夫・竹内啓, UP 応用数学選書 10 射影行列・一般逆行列・特異値分解, (1990), 東京大学出版会.
- (18) 荒井政大, 古田剛, 石川智哉, 岡崎羊平, 日本機械学会論文誌 (A), Vol.72, No.713, (2006), pp.69-76.
- (19) 荒井政大, 古田剛, 石川智哉, 岡崎羊平, 日本機械学会論文誌 (A), Vol.72, No.715, (2006), pp.340-345.
- (20) Krings, W. and Waller, H., *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.14, (1979), pp.1183-1196.