

遺伝的アルゴリズムと境界要素法による防音壁の最適形状推定

OPTIMAL SHAPE DESIGN OF A NOISE BARRIER BY MEANS OF BOUNDARY ELEMENT METHOD AND GENETIC ALGORITHM

田中 正隆¹⁾, 荒井 雄理²⁾, 林 久志³⁾

Masataka TANAKA, Youri ARAI, Hisashi HAYASHI

- 1) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: dtanaka@shinshu-u.ac.jp)
 3) 信州大学大学院工学系研究科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: youri@artist.shinshu-u.ac.jp)
 3) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: hhayashi@str1.shinshu-u.ac.jp)

This paper is concerned with optimal shape design of a noise barrier for traffic noises. The 2-dimensional half space governed by the Helmholtz equation is assumed for a traffic noise model. It can be very important to reduce the traffic noises in highways by creating a new shape of the noise barrier. The this paper presents the optimal shape design of the noise barrier by using the boundary element method and a genetic algorithm. BEM is very effective numerical analysis method in acoustic problem, since BEM divide only boundary of physical object into an element. And, GA is learning algorithm modeled after biotic evolution, besides, applicable scope of GA is very broad. Through numerical computation of several examples it is demonstrated that the proposal technique is method of using BEM and GA.

Key Words: Computational Mechanics, Inverse Problem, Boundary Element Method, Genetic algorithm, Optimal shape design, Acoustics, Noise Barrier

1. 緒言

環境問題に関心が高まる現代において、我々の身近にある問題に交通騒音問題がある。快適な居住環境を作るためには騒音の低減・制御が不可欠である。これらの技術開発は工学上重要な課題の1つであり、騒音低減効果の高い新しい防音壁形状の開発、吸音材料の開発、別の音源から逆位相の音を与えて騒音を能動的に消音する方法など様々な研究開発が行われている。本研究では、防音壁形状を変化させることで道路交通騒音に対し騒音低減効果のある形状を探索することを目的とする。

この種の音響問題は、無限領域を解析対象として取り扱う場合が多く、無限遠までの領域の要素分割が困難な領域型解析手法では厳密に解析することができない。本研究では、波動の無限遠方における放射条件を理論的に考慮した、境界要素法(BEM)⁽¹⁾を音場の解析に適用する。BEMでは対象物の境界表面のみを要素分割するだけで済むため、音響問題に対して極めて有効な数値解析手法といえる。ここで、本研究で取り扱う音場の問題において、見かけの固有振動数問題が生じる。この問題に対して、本報では以前著者らが提案した手法⁽²⁾をより回避するものとした。

最適化手法としては、感度解析に基づく手法やセルオートマトン法などを用いる手法が提案され種々の問題に応用され成果が得られている⁽³⁾。本研究では、防音壁の最適化にまで適用可能と考えられる遺伝的アルゴリズム(GA)⁽⁴⁾を適用する。GAは、適用範囲の非常に広い、生物の進化を模倣とした学習的アルゴリズムである。また、GAは感度解析を必要とせず、適切なGAパラメータを設定することで最適解、また好適な解が得られる可能性がある。

本論文では、道路用防音壁の2次元モデルを想定し、半無限平面上に防音壁が設置されているものと仮定する。防音壁の指定部分をセルに分割して形状を変化させ、いくつかの評価点の音圧の絶対値の平均値が小さくなる防音壁形状を探索し、これを最適または好適形状とする。騒音低減の測度としては、防音壁から外側に離れた地上に位置する数点での音圧の絶対値の平均値を用いる。本報ではまず、防音壁最適化に対してGAを適用し、数値解析を行うことでその有効性を確認する。次にセルの分割数を増やすことでビット数を増やし、探索範囲を広げた場合の解析を行う。最後に単純な騒音モデルとして音源が複数の周波数成分を含む場合を考え検討を行う。

前報⁽⁵⁾では、防音壁が複数部分に分かれることを許容し

ない条件で探索したが、本報ではこの制限を外す工夫をした結果について報告する。

2. 理論

2.1. 2次元定常音響問題に対する境界要素法

2.1.1 境界積分方程式

音響問題は空气中を伝播する音波に関する波動問題である。媒質中において微小振幅の振動を考えるものとし、角振動数 ω で定常振動している場合には、音場の支配微分方程式は次の非同次 Helmholtz 方程式となる⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

$$\nabla^2 p(x) + k^2 p(x) + f(x) = 0 \quad (1)$$

ただし、 p は音圧、 f は内部音場の集中音源等を表すソース項である。また、 k は波数であり c を音速とすれば次式で表される。

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (2)$$

式(1)において、境界条件は以下のように与えられる。

$$p(x) = \bar{p}(x) \quad x \in \Gamma_p \quad (3)$$

$$q(x) = \frac{\partial p}{\partial n}(x) = \bar{q}(x) \quad x \in \Gamma_q \quad (4)$$

ただし、 $q(x)$ は境界の外向き法線方向の粒子速度 $v(x)$ と媒質密度 ρ を用いて以下のように表すことができる。

$$q(x) = -i\omega\rho v(x) \quad (5)$$

境界要素法による定式化は支配微分方程式(1)に対して基本解 $p^*(x, y)$ を乗じ、考察領域全体で積分した以下の恒等式を出発点とする。

$$\int_{\Omega} \{\nabla^2 p(x) + k^2 p(x) + f(x)\} p^*(x, y) d\Omega = 0 \quad (6)$$

定式化の際に必要な基本解 $p^*(x, y)$ とその外向き法線方向微分 $q^*(x, y)$ 、Laplace 方程式の基本解の外向き法線方向微分 $Q^*(x, y)$ はそれぞれ2次元問題の場合次式となる。

$$p^*(x, y) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr) \quad (7)$$

$$q^*(x, y) = \frac{\partial p^*(x, y)}{\partial n} = \frac{i}{4} k H_1^{(2)}(kr) \frac{\partial r}{\partial n}(x) \quad (8)$$

$$Q^*(x, y) = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial r}{\partial n}(x) \quad (9)$$

なお、上式における $H_0^{(2)}$ と $H_1^{(2)}$ はそれぞれ0次と1次の第2種 Hankel 関数、 r はソース点と観測点との距離である。式(6)に対して部分積分を2回行い、Dirac デルタ関数の性質を考慮し、一様ポテンシャル条件により正則化することで以下の境界積分方程式が導出される⁽¹⁾⁽⁷⁾。ただし、式(1)において関数 $f(x)$ は集中音源と仮定した。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \{q^*(x, y) - Q^*(x, y)\} p(x) d\Gamma(x) \\ & + \int_{\Gamma} Q^*(x, y) \{p(x) - p(y)\} d\Gamma(x) \\ & + i\omega\rho \int_{\Gamma} p^*(x, y) v(x) d\Gamma(x) = I p^*(x^s, y) \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)において x^s は集中音源の座標であり、 I はその強さを表している。Cauchy の主値積分が存在しない式(10)を用いることで、すべての積分を直接数値的に評価することが可能となる。

2.1.2 見かけの固有振動数問題の回避

この種の音響問題を解く際に見かけの固有振動数問題が生じる。見かけの固有振動数問題が生じる原因は、外部問題や、領域に穴が開いていて補領域に有界な孤立部分がある問題では、積分方程式がそれらの領域における音圧が0となることを保証しないことである。本研究では、この問題を回避する手法として境界上の全節点に対して Burton-Miller 型の結合境界積分方程式 (OBIE+ α NDBIE) を適用するのではなく、要素を構成する節点で結合境界積分方程式とその結合係数を乗じた導関数境界積分方程式 (α NDBIE) の2式をソース点 y の位置で使い分けることで見かけの固有振動数問題を回避する⁽²⁾。本研究で用いる導関数境界積分方程式は、境界積分方程式(10)をソース点 y で微分した関係を、音圧勾配が一様である場を考慮して正則化した次式である。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \{\bar{q}^*(x, y) - \bar{Q}^*(x, y)\} p(x) d\Gamma(x) \\ & + \int_{\Gamma} \bar{Q}^*(x, y) \{p(x) - p(y) - r_m(x, y) p_{,m}(y)\} d\Gamma(x) \\ & = -i\omega\rho \int_{\Gamma} \{\bar{p}^*(x, y) - \bar{u}^*(x, y)\} v(x) d\Gamma(x) \\ & - i\omega\rho \int_{\Gamma} \bar{u}^*(x, y) \{v(x) - n_m(x) p_{,m}(y)\} d\Gamma(x) \\ & + I \bar{p}^*(x^s, y) \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、 $r_m = x_m - y_m$ であり、 n_m は外向き単位法線ベクトルの成分である。また $\bar{() } = \partial()/\partial n(y)$ である。基本解の各成分は以下ようになる。

$$\bar{u}^*(x, y) = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial r}{\partial n}(y) \quad (12)$$

$$\bar{Q}^*(x, y) = \frac{1}{2\pi r^2} \left\{ 2 \frac{\partial r}{\partial n}(x) \frac{\partial r}{\partial n}(y) + n_j(x) n_j(y) \right\} \quad (13)$$

$$\bar{p}^*(x, y) = \frac{i}{4} k H_1^{(2)}(kr) \frac{\partial r}{\partial n}(y) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \bar{q}^*(x, y) = & \frac{i}{4} k \left[k H_0^{(2)}(kr) \frac{\partial r}{\partial n}(x) \frac{\partial r}{\partial n}(y) \right. \\ & \left. - H_1^{(2)}(kr) \frac{1}{r} \left\{ n_j(x) n_j(y) + 2 \frac{\partial r}{\partial n}(x) \frac{\partial r}{\partial n}(y) \right\} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

結合境界積分方程式と結合係数を乗じた導関数境界積分方程式の2式の適用法に関して、図1に示す。本研究では境界2次要素を用いているため、要素端点で結合境界積分方程式を適用し、中間節点で結合係数を乗じた導関数境界積分方程式を適用する。本報では、この手法を用いることで見かけの固有振動数問題を回避した。

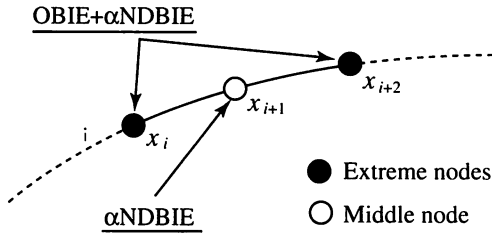


Fig.1 Boundary element

2.2. 防音壁最適化に対する遺伝的アルゴリズムの適用

2.2.1 対象領域の分割

GAを適用する領域は防音壁設置部分の変化可能範囲であり、この部分を均一な正方形セルで図2のように一様に分割する。その際、防音壁の外側に1個分セルを余分に想定し、それを仮想セルとした。

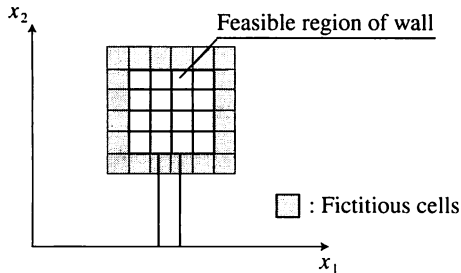


Fig.2 Feasible region divided into square cells

2.2.2 遺伝的アルゴリズムを適用した計算の流れ

解析の手順を以下に示す。

- Step1 初期集団の個体を発生

図3のように遺伝子0と1の並びを1行ランダムに個体数 N 個分発生させる。本研究では0,1の並びを染色体とする。

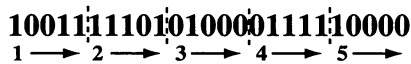


Fig.3 A random 0 or 1 series of number to produce barrier shape

次にその1行の並びの左から順に、図4に示すように1から5の順に下から上に向かって並べ替え、対象領域を分割したセルに格納する。ここで、遺伝子0を

Dead (存在しないセル)、遺伝子1をAlive (存在するセル)とする。このような手順で個体を N 個作成し、初期集団となる0世代目が完成する。

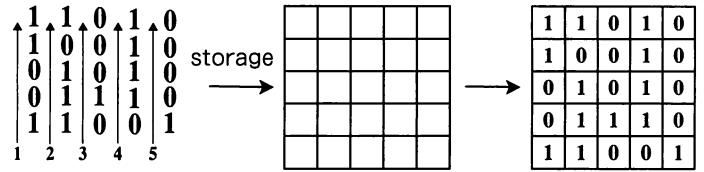


Fig.4 Alignment sequence of numbers

- Step2 各個体に対しローカルルールを適用

セルの状態がある特定のパターンになった時に、図5のルールを適用する。このルールは、Target cellの状態とその近傍のセルとの関係に基づいて設定したものであり、Target cellがDeadの場合に適用する。このルールは、防音壁形状を作る際において空洞がある場合それを埋めるルールである。

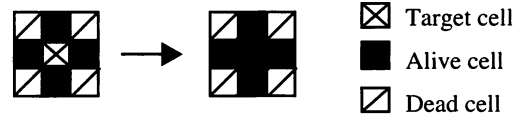


Fig.5 Local rule

- Step3 各個体の適応度をBEM解析により計算

ルールを適用した後、BEMによって数値解析を行い、各個体の適応度を計算する。本研究での適応度は音場内のいくつかの観測点でBEM解析によって得られた音圧の絶対値の平均値をとり、それを以下の式を用いて音圧レベルとしたものを用いる。

$$SPL = 20 \log_{10} \frac{p}{2.0 \times 10^{-5}} \quad (16)$$

また、音源が複数の周波数成分をもつ場合は、重ね合わせにより音圧 p を計算する。

- Step4 適応度に従い淘汰・増殖し次世代に残す個体を決定

本研究ではルーレット選択と適応度の高い個体を優先的に選定するエリート選択の両方を行う。まずエリート選択を行い N 個の個体の中から適応度の良い個体をいくつか次世代に残す。このエリート選択で選ばれる数は、個体数 N に対して $N/4$ 個である。次にルーレット選択で現世代の N 個の個体から、重複を許し M 個をランダムに選択する。ただし $M < N$ である。

● Step5 交叉・突然変異により次世代の集団の決定

交叉とはランダムに親の世代から2つの個体を選び出し、遺伝子を図6のように部分的に入れ替える操作である。本研究では、交叉箇所はランダムに選択される。

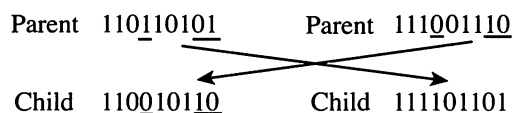


Fig.6 Crossover in generation

突然変異とは、図7のように0を1、1を0のように対立なものに変更する操作である。

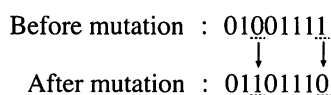


Fig.7 Mutation in generation

これらの操作は局所的な解にとらわれそうになった時に、そこから脱出する働きを持っている。しかし、交叉・突然変異率を大きくしすぎると親の遺伝の特徴が失われ、小さくしすぎると局所的な解にとらわれるのでGAパラメータを設定する際、十分に注意する必要がある。

ここで、Step2~Step5までの一連の操作を行ったものを1世代とした。本研究はStep1から始まり、指定した世代までStep2からStep5の計算を繰り返し行い最適形状を推定する。

3. 数値解析と考察

3.1. 例題1

解析対象を図8とする。Aは点音源であり、路面と壁面は完全反射とする。点音源Aの音圧を、(2.0, 0.0) [Pa]、音速 $c = 340$ [m/s]、媒質密度は $\rho = 1.2$ [kg/m³] とする。斜線の部分が防音壁の変化可能範囲とし、受音点は地表面に4個設置した。周波数は250 [Hz]の純音とする。防音壁の変化可能範囲を1個のセルの大きさが0.2 [m] × 0.2 [m]で、6 × 6の36個にセルに分割した。GAを適用するにあたって、個体数、交叉率、突然変異率、世代数などのGAパラメータを適切に設定する必要がある。本研究では、個体数を50、突然変異率を5%、交叉率を40%とし、世代数を2000として計算を行った。このGAパラメータは様々な条件で解析を行った上で決定した。また、比較対象として図9のような幅0.2[m]、高さ4.0[m]の直壁を用いる。以降の数値解析例においてもこのGAパラメータを用い、比較対象を直壁とした。以上の条件により得られた音圧レベルの推移を図10に、最も良い適

応度の得られた結果の形状の変化を図11に示す。ここで数値計算を実行する際に各例題に対して、同じ条件でそれぞれ単独に5回試行するものとした。

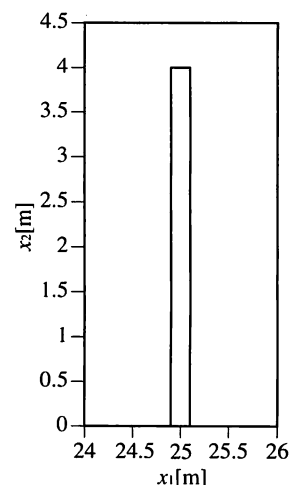


Fig.9 The linear wall

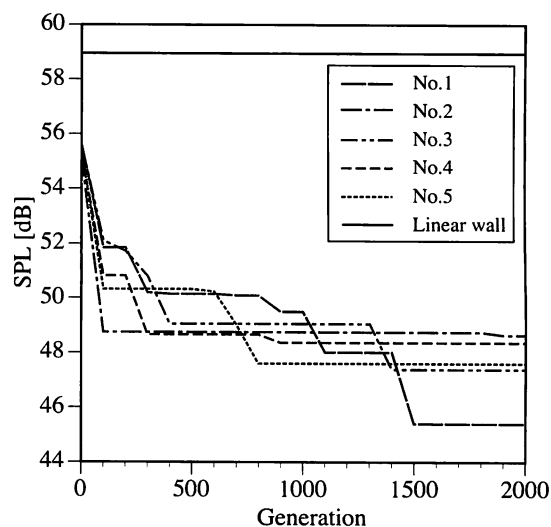


Fig.10 Convergence properties

数値解析結果より、防音効果が認められる最適または好適形状を推定していることがわかる。また、図10に示すように、どの初期集団においても最終的に得られる形状は直壁の場合よりも音圧が下がっている。さらに、図11からわかるように、防音壁に連結していない部分が存在することが確認できる。この連結していない部分を許容して解析可能となったために、この結果のような防音効果の大きい形状を推定できたのだと考える。

3.2. 例題2

セルの分割数を多くすることでビット数を増やし、例題1よりも探索範囲を広げて解析を行う。解析対象を図8、解析条件は例題1と同じとする。ただし、防音壁の変化可能範囲を1個のセルの大きさを0.15 [m] × 0.15 [m]とし、8 × 8の64個のセルに分割した。以上の条件により得られた音圧レベル

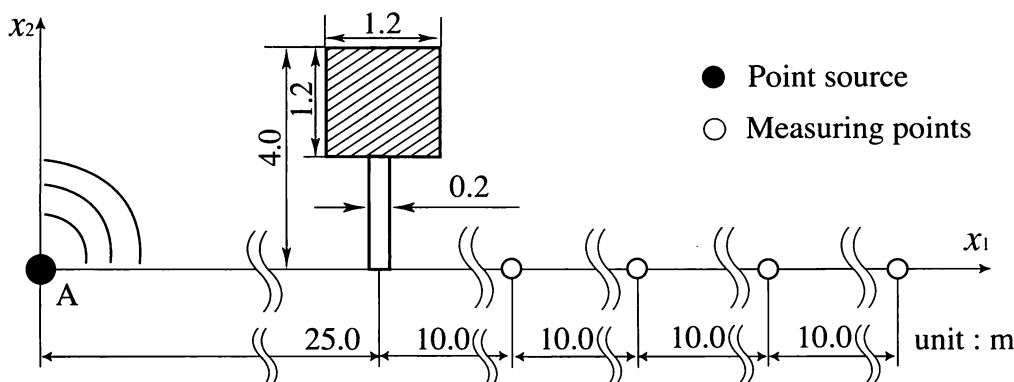


Fig. 8 Analysis model

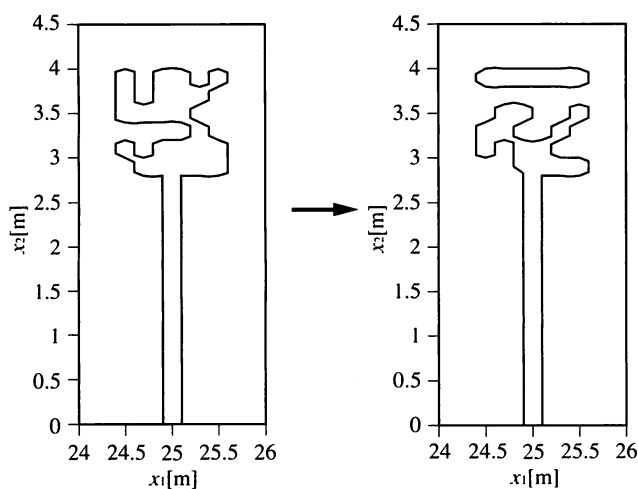


Fig. 11 Initial and optimal or most favorite shapes

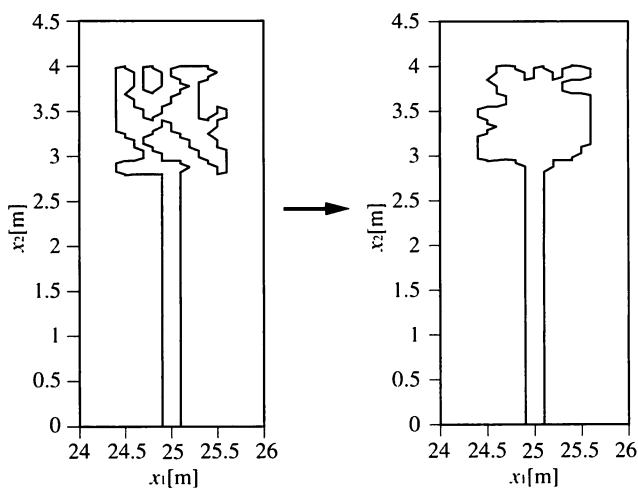


Fig. 13 Initial and optimal or most favorite shapes

の推移を図 12 に、最も良い適応度の得られた結果の形状の変化を図 13 に示す。

行くと、例題 2 での音圧レベルが例題 1 での音圧レベルに比べ大きいことがわかる。これは分割数を増やしたことにより、探索範囲が広がったこと、その探索範囲に対して個体数が少ないことで生じたものだと考えられる。例題 2 で、例題 1 のような結果を得るためには、個体数を現在の解析条件の倍以上にする必要があると考える。今回の解析条件では、例題 1 での分割数の方が良い結果が得られたため、次の例題 3 では、例題 1 の条件を用いる。

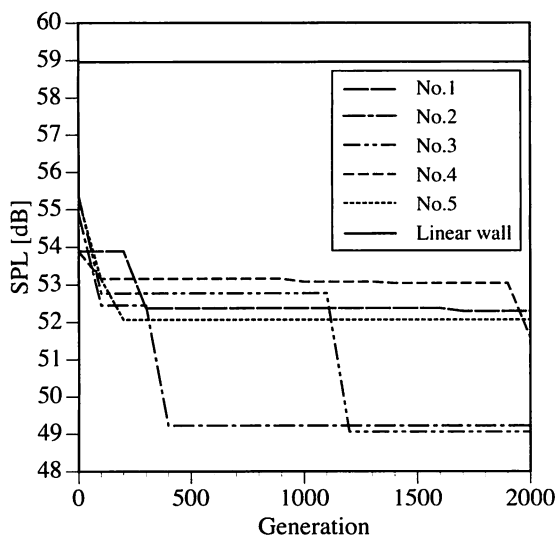


Fig. 12 Convergence properties

3.3. 例題 3

この解析では単純な騒音モデルとして、音源が 2 種類の周波数成分を含む場合の計算を行った。解析対象を図 8 とし、解析条件は例題 1 と同じとする。ただし、集中音源は 250 [Hz] と 400 [Hz] の 2 つの周波数成分を含んでいるものとする。以上の条件により得られた音圧レベルの推移を図 14 に、最も良い適応度の得られた結果の形状の変化を図 15 に示す。

数値解析結果より、防音効果が認められる最適または好適形状を推定していることがわかる。しかし、例題 1 と比較を

数値解析結果より、音源が 2 つの周波数成分を含む場合においても例題 1.2 と同様に防音効果が認められる最適または好適形状を推定していることがわかる。

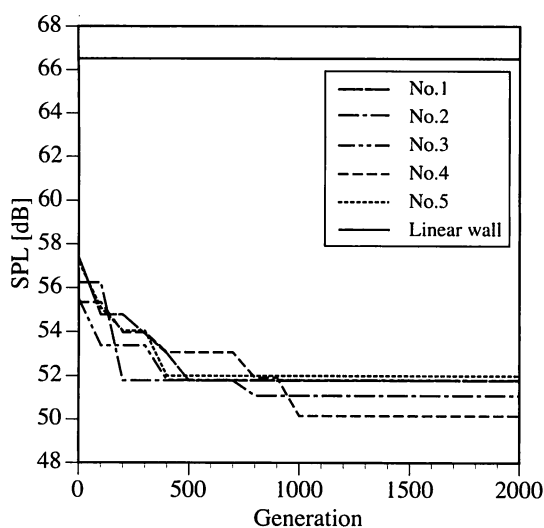


Fig. 14 Convergence properties for simple noise model

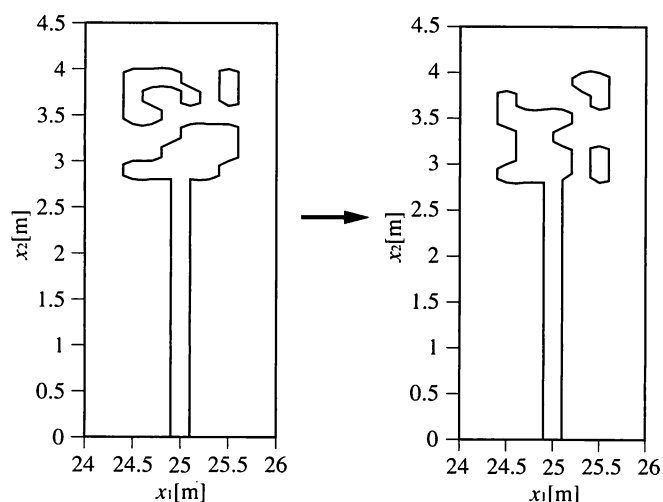


Fig. 15 Initial and optimal or most favorite shapes

4. 結 言

最適形状推定問題に対して、境界要素法と遺伝的アルゴリズムを適用する方法を提案した。この2つの手法を適用した最適形状探索アルゴリズムに基づいた数値解析プログラムを開発した。さらに、防音壁に連結していない部分を含む場合も許容した条件で探索を行った。本論文では、まずこの提案手法を道路用防音壁の2次元モデルに適用し、その有効性を確認した。また、探索範囲を広げた場合の解析でも防音効果の大きな好適形状を推定することできた。さらに、単純な騒音モデルとして音源が2つの周波数成分を含む場合に対しても、提案手法の有効性を確認した。本研究では、防音壁に連結していない部分を含む場合も許容した条件で探索を行ったことで、解の探索範囲が広がり、前報⁽⁵⁾での報告よりも音圧が下がる好適形状が推定できたと考える。今後、実際の騒音状態に近づけて検討を行う。

参考文献

- (1) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行, 境界要素法, 培風館, (1991).
- (2) 田中正隆, 松本敏郎, 荒井雄理, 音場の見かけの固有振動数問題を回避するための境界要素解析法(第2報, 改訂版), 日本機械学会論文集, **72**-719,C(2006), pp.84-89.
- (3) 山川宏, 最適化デザイン, 培風館, (1993).
- (4) メラニーミッチェル 著, 伊庭斉志 訳 遺伝的アルゴリズムの方法 東京電機大学出版局(1997).
- (5) 田中正隆, 荒井雄理, 田中洋輔, GA とセルオートマトン法を用いた防音壁形状の最適化, 計算工学講演会論文集 Vol11, (2006年6月).
- (6) 一宮亮一, 機械系の音響工学, コロナ社, (1992).
- (7) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行: 境界要素法, 培風館, (1991).
- (8) 田中正隆, 荒井雄理 (共訳); J.T. Katsikadelis (著), 境界要素法—基本と応用—, 朝倉書店, (2004).
- (9) 田中正隆, 松本敏郎, 荒井雄理, セルオートマトン法とBEMによる新しい防音壁の創成, 境界要素法論文集 Vol19, (2002年12月), 論文 No. BEM2002 4
- (10) 登坂宣好, 大西和營, 偏微分方程式の数値シミュレーション, 東京大学出版会, (1991).
- (11) 荻原将文, ニューロ・ファジー・遺伝的アルゴリズム, 産業図書, (1994).
- (12) 北野宏明, 遺伝的アルゴリズム, 産業図書(1993).
- (13) 小橋豊, 音と音波, 裳華房, (1968).
- (14) 日本音響学会(編), 騒音・振動, コロナ社, (1998).
- (15) 早坂寿雄 技術者のための音響工学, 丸善株式会社, (1986).
- (16) 五十嵐寿一, 山下充康 騒音工学, コロナ社, (1988).
- (17) 荒井雄理, セルオートマトン法と境界要素法による防音壁のトポロジー最適化 信州大学大学院修士論文, (2002).
- (18) 久保司郎, 逆問題, 培風館, (1992).
- (19) 登坂宣好, 大西和栄, 山本昌宏, 逆問題の数理と解法, 東京大学出版会, (1990).
- (20) 武者利光, 岡本良夫, 逆問題とその解き方, オーム社, (1992).
- (21) A. J. Burton, and G. F. Miller: The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems, *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, **323** (1971), pp.201-210.