

DRMに基づく境界要素法を用いたソース分布同定法の 欠陥検出への応用

APPLICATION OF SOURCE IDENTIFICATION TECHNIQUE BY MEANS OF DRM-BASED BEM TO DEFECT IDENTIFICATION PROBLEMS

松本敏郎¹⁾, 神谷恵輔²⁾, 石内隆史³⁾, 内藤孝広⁴⁾, 田中正隆⁵⁾

Toshiro MATSUMOTO, Keisuke KAMIYA, Takafumi ISHIUCHI, Takahiro NAITO, and Masataka TANAKA

- 1) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: t.matsumoto@nuem.nagoya-u.ac.jp)
 2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: kamiya@nuem.nagoya-u.ac.jp)
 3) 日本航空(株) (〒 140-8637 東京都品川区東品川 2-4-11)
 4) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: t.naito@nuem.nagoya-u.ac.jp)
 5) 信州大学工学部 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: dtanaka@gipwc.shinshu-u.ac.jp)

The boundary element method utilizing the dual reciprocity method (DRM) is applied to defect identification problems. In this approach, the source term is approximated with a linear combination of some sort of basis functions. The coefficients of this approximation are evaluated instead of the direct values of the source term in the domain from the boundary measurement data without discretizing the domain into internal cell. Identifications of surface defects or internal defects can be interpreted as that of heat source distribution or thermal conductivity distribution correspondingly. Effectiveness of the present approach is demonstrated through some numerical examples for detections of surface defects and internal defects in three-dimensional and two-dimensional bodies.

Key Words: Source Identification, Boundary Element Method, Dual Reciprocity Method, Defect Detection

1. 緒言

構造物における発熱源の同定⁽¹⁾や電荷の同定, 非均質材料の材料定数の分布や非弾性構成方程式の同定などはソース分布同定逆問題として取り扱うことができる。

ソース同定逆問題において, 境界で観測される量から集中ソースを同定する場合は, 境界要素法を用いた計算を用いることができる⁽²⁾。これらは主にソースパラメータを直接同定する方法であるが, ポテンシャルを多重極展開した展開係数を介した計算法も提案されている⁽³⁾。

一方, 領域内に分布するソースを同定する問題では, 境界要素法を用いる場合も, 領域内を内部セルに分割して領域積分を評価した上で分布パラメータを同定する方法が考えられる。ところで境界要素法では, ソース分布が既知量の場合, 二重相反法⁽⁴⁾(DRM)を用いることにより, ソース項に由来する領域積分を境界積分で評価することができる。また, 熱伝導問題における熱伝導率のような材料パラメータが不均一な場合には, 不均一性に由来する項を仮想的なソース項と見なし, このソース項の同定を介して熱伝導率の分布を同定することができる⁽⁵⁾。DRMでは, ソース項を Radial Basis

Function (RBF) を近似関数として, その線形結合で近似する。したがって, DRMを用いたソース分布の同定では, 未知量となるのはソースそのものの値ではなく, RBFの線形結合の係数となる。

本論文では, 境界要素法による定常熱伝導問題の Poisson 方程式に対するソース分布同定解析手法を, 欠陥の検出解析へ適用する。構造物境界に腐食等により欠陥が発生した場合には, 原形状よりも面積が増加しているために, 欠陥部分を通してより大きな熱流が発生するはずである。これを欠陥がないときの原形状について考えると, 欠陥が存在する位置に熱源が分布しているものと見なすことができ, 熱源分布の同定による表面欠陥の検出が可能であると考えられる。また内部欠陥の場合には, 欠陥の表面を通した熱の出入りは無視できると考えられるので, 欠陥が存在しない領域に対して, 欠陥が存在する範囲で熱伝導率が0となっている問題と同じ取り扱いが可能となる。これより, 欠陥が存在しないもの領域の熱伝導率の分布を同定すれば, 欠陥を検出できると考えられる。そこで本研究では, DRMを用いた境界要素法によって DRMの近似係数の同定するソース分布あるいは材料

パラメータ分布の同定手法をこのような欠陥同定問題に適用して、表面欠陥や内部欠陥の検出を試みる。

2. 定式化

領域内部に発熱源を持つ3次元定常熱伝導問題に対する支配微分方程式は、以下の Poisson 方程式となる。

$$\nabla^2 u(x) + b(x) = 0, \quad \text{in } \Omega \subset \mathbf{R}^3 \quad (1)$$

$u(x)$ は温度、 $b(x)$ は領域内に分布する熱源、あるいは熱伝導率などの材料パラメータの不均一性に由来するソース項である。熱源の分布に対する $b(x)$ は、単位時間、単位体積当たりの発熱量を $Q(x)$ 、熱伝導率を λ とすれば次式のようになる。

$$b(x) = \frac{Q(x)}{\lambda} \quad (2)$$

また、熱伝導率などの材料パラメータが不均一なときは、それを $\lambda(x)$ と書くと、 $b(x)$ は次のようになる。

$$b(x) = -\frac{1}{\lambda(x)} \nabla \lambda(x) \cdot \nabla u(x) \quad (3)$$

境界条件は次のように書くことができる。

$$u(x) = \bar{u}(x), \quad \text{on } \Gamma_u \subset \Gamma = \partial\Omega \quad (4)$$

$$q(x) = -\lambda \frac{\partial u}{\partial n}(x) = \bar{q}(x), \quad \text{on } \Gamma_q = \Gamma \setminus \Gamma_u \quad (5)$$

ただし、 n は境界 Γ 上の外向き単位法線ベクトル、 $\frac{\partial u}{\partial n}(x)$ は $u(x)$ の法線方向勾配である。

式(1)の基本解を用いると、Green の公式と境界積分方程式を次のように導出することができる。

$$u(y) + \int_{\Gamma} q^*(x, y) u(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u^*(x, y) \left(\frac{-1}{\lambda} \right) q(x) d\Gamma(x) + \int_{\Omega} u^*(x, y) b(x) d\Omega(x), \quad y \in \Omega \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} q^*(x, y) [u(x) - u(y)] d\Gamma(x) \\ &= \int_{\Gamma} u^*(x, y) \left(\frac{-1}{\lambda} \right) q(x) d\Gamma(x) + \int_{\Omega} u^*(x, y) b(x) d\Omega(x), \\ & \quad y \in \Gamma \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $u^*(x, y)$ と $q^*(x, y)$ はそれぞれ Laplace 方程式の基本解とそれに関係づけられる流束であり、2次元問題の場合は次のようになる。

$$u^*(x, y) = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{r} \right) \quad (8)$$

$$q^*(x, y) = \frac{-1}{2\pi r} \frac{\partial r}{\partial n} \quad (9)$$

ただし、 $r = |x - y|$ である。また3次元問題の場合は、 $u^*(x, y)$ と $q^*(x, y)$ は次のようになる。

$$u^*(x, y) = \frac{1}{4\pi r} \quad (10)$$

$$q^*(x, y) = \frac{-1}{4\pi r^2} \frac{\partial r}{\partial n} \quad (11)$$

式(6)と(7)には、ソース項に由来する領域積分項が残っている。ソース項 $b(x)$ は一般には点ソースや不連続あるいは連続な分布ソースである。この領域積分項は、点ソースに関しては $b(x)$ を Dirac のデルタ関数で表すことにより、点ソースが存在する位置における基本解の値に点ソースの強度を掛けたものの和として表現される。本研究では、欠陥による影響をソース分布と見なすので領域積分を取り扱う必要があるが、二重相反法を用いてそれを境界積分へ変換することができる。二重相反法では、 $b(x)$ を次のように近似する。

$$b(x) = \sum_{l=1}^{N+L} \alpha^l f(x, z^l) \quad (12)$$

ここで、 N は境界上の総選点数、 L は領域内の総選点数である。また $f(x, z^l)$ としては、2点 x, z^l の距離だけに依存する関数を用いる。通常は $b(x)$ は既知量であるから、境界および領域内に置いた選点におけるその値を用いて、連立方程式を係数 $\alpha^l, l = 1, \dots, N+L$ について解くことにより、 $b(x)$ の近似式を決定する。

本研究では、近似式で用いる関数 $f(x, z^l)$ には次の関数(6)を用いた。

$$f(x, z^l) = \begin{cases} (1-r^l)^6 [35(r^l)^2 + 18r^l + 3], & r^l \leq 1 \\ 0, & r^l \geq 1 \end{cases}, \quad (l = 1, \dots, N+L) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} f(x, z^{N+L+1}) &= \frac{x_1}{a}, & f(x, z^{N+L+2}) &= \frac{x_2}{a}, \\ f(x, z^{N+L+3}) &= \frac{x_3}{a}, & f(x, z^{N+L+4}) &= 1 \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 r^l は次式で定義される。

$$r^l = \frac{|x - z^l|}{a} \quad (15)$$

ここで、 a はサポート半径である。以上の $f(x, z^l)$ は $r = a$ で5回微分まで連続である。このような近似関数を用いることはソース分布をなだらかな関数の線形結合で近似することになり、実際の欠陥の不連続性を表現できないことになるが、数値計算例で示すように欠陥の検出という点で機能すればよい。

ここで、次の微分方程式の特解を $\hat{u}(x, z^l)$ を導入する。

$$\nabla^2 \hat{u}(x, z^l) = f(x, z^l) \quad (16)$$

式(16)を式(12)に代入した式を式(6)、(7)に代入して部分積分を繰り返すと、最終的に次式が得られる。

$$\begin{aligned} u(y) + \int_{\Gamma} q^*(x, y) u(x) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} u^*(x, y) \left(\frac{-1}{\lambda} \right) q(x) d\Gamma(x) \\ = \sum_{l=1}^{N+L} \alpha^l \left(\hat{u}(y, z^l) + \int_{\Gamma} q^*(x, y) \hat{u}(x, z^l) d\Gamma \right. \\ \left. - \int_{\Gamma} u^*(x, y) \left(\frac{-1}{\lambda} \right) \hat{q}(x, z^l) d\Gamma \right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\Gamma} q^*(x, y) [u(x) - u(y)] d\Gamma(x) \\
& \quad - \int_{\Gamma} u^*(x, y) \left(\frac{-1}{\lambda} \right) q(x) d\Gamma(x) \\
& = \sum_{l=1}^{N+L} \alpha^l \left(\int_{\Gamma} q^*(x, y) [\hat{u}(x, z^l) - \hat{u}(y, z^l)] d\Gamma \right. \\
& \quad \left. - \int_{\Gamma} u^*(x, y) \left(\frac{-1}{\lambda} \right) \hat{q}(x, z^l) d\Gamma \right) \quad (18)
\end{aligned}$$

式(17)と(18)を離散化してまとめると、次の形の連立一次方程式が得られる。

$$Hu - Gq = [H\hat{U} - G\hat{Q}]\alpha \quad (19)$$

ここで、 H 、 G 、 \hat{U} 、 \hat{Q} は形状に依存するマトリクスであり、 u は境界節点での温度、 q はその温度の法線方向勾配を表すベクトルである。また、 α は式(12)の展開係数からなるベクトルである。

式(19)において境界節点値のすべてまたは一部を与えれば、残りの未知量と α を計算することができる。未知量を含む項を左辺に、既知量を含む項を右辺に移項すると、式(19)は次の形の式に帰着する。

$$F\alpha + Ax = By \quad (20)$$

ただし、 x は境界の未知節点値と内部選点の温度からなる未知量ベクトル、 y は境界の既知量からなるベクトルである。この式から α と x を求め、式(12)より $b(x)$ を求めた後、式(2)より熱源分布 $Q(x)$ を同定することができる。この際、領域における熱源分布の一部や領域内の温度分布などが予め既知である場合は、それらを先見情報として用いることにより同定精度を向上することができる。ただし、式(20)は式の数より未知量の方が多く、右辺の計算に際しては境界の温度や流束には誤差が含まれており、Tikhonovの正則化と特異値分解を用いる。正則化のパラメータはL-Curve法⁽⁷⁾を組み込んで自動的に決定した。

欠陥を有する均質材料を非均質材料として扱い、材料パラメータを同定することによって欠陥を同定する場合には、式(20)より α^l 、 $l=1, \dots, N+L$ を求めることによりまず $b(x)$ を求め、次に式(3)を何らかの方法で $\lambda(x)$ について解くことにより $\lambda(x)$ の分布を求める。得られた $\lambda(x)$ の値が相対的に低いところを欠陥と見なすことができる。

ここでは $\lambda(x)$ を $b(x)$ から計算するために、式(3)に基づく次式を用いて反復計算を行う。

$$-\frac{1}{\lambda_i} \nabla \lambda_{i+1} \nabla u = \sum_{l=1}^{N+L} \alpha^l f(x, z^l) = b(x) \quad (21)$$

ここで、 λ_i は*i*回目の計算で求められた熱伝導率、 λ_{i+1} は(*i*+1)回目の計算で求める熱伝導率を表している。 λ_1 は境界上の点におけるFourierの法則から次式で求めることができる。

$$\lambda_1 = -\frac{q}{q_n} \quad (22)$$

ただし、 q は境界上の熱流束、 $q_n = \partial u / \partial n$ である。断熱条件 $q = 0$ が与えられている点や内部選点では、この式で λ_1 を求めることができないので、他の点で求めた λ_1 を以下のように補間して求める。まず、式(22)で求めた λ_1 をRBFを用いて以下のように近似する。

$$\lambda_1(x) = \sum_{l=1}^P \rho^l g(x, z^l) \quad (23)$$

ここで P は式(22)より λ_1 を求めることができた節点数である。上式において点 x を、式(22)で λ_1 を求めることができたすべての節点にとり未知係数 ρ^l を求める。さらに求めた ρ^l を用いて式(23)よりすべての境界節点、内部選点の λ_1 を計算する。

また、 $\lambda_{i+1}(x)$ と $u(x)$ も、RBFを用いて以下のように近似しておく。

$$\lambda_{i+1}(x) = \sum_{l=1}^{N+L} \beta_{i+1}^l g(x, z^l) \quad (24)$$

$$u(x) = \sum_{l=1}^{N+L} \gamma^l g(x, z^l) \quad (25)$$

$b(x)$ が求まっているので式(6)により、すべての内部選点において $u(x)$ を計算することができ、係数 γ^l 、 $l=1, \dots, N+L$ を計算することができる。このように近似すると、 $\nabla \lambda_{i+1}(x)$ 、 $\nabla u(x)$ はそれぞれ以下ようになる。

$$\nabla \lambda_{i+1}(x) = \sum_{l=1}^{N+L} \beta_{i+1}^l \nabla g(x, z^l) \quad (26)$$

$$\nabla u(x) = \sum_{l=1}^{N+L} \gamma_{i+1}^l \nabla g(x, z^l) \quad (27)$$

結局、式(21)により、 $\lambda_{i+1}(x)$ の近似係数を計算する式が次式のように得られる。

$$\sum_{l=1}^{N+L} \beta_{i+1}^l \nabla g(x, z^l) \cdot \nabla u(x) = -\lambda_i(x) b(x) \quad (28)$$

式(28)を点 $x = z^l$ 、 $l=1, \dots, N+L$ で考えて β_{i+1}^l 、 $l=1, \dots, N+L$ について解くと $\lambda_{i+1}(x)$ が求められる。ただし、断熱境界以外の境界上の節点では式(22)が良い近似となっているので、繰り返し計算の過程で常に $\lambda_{i+1}(x) = \lambda_1(x)$ を用いるものとする。

以上の計算を λ_i と λ_{i+1} との差が十分小さくなるまで繰り返し、熱伝導率を同定する。ここでは、以下の条件が満足されたとき計算を打ち切る。

$$\frac{\|\lambda_{i+1} - \lambda_i\|}{\|\lambda_i\|} \leq 1.0 \times 10^{-2} \quad (29)$$

また、 $\lambda(x)$ や $u(x)$ を近似するための近似関数には次式を用いている。

$$g(x, z^l) = \begin{cases} (1-r^l)^5 \{8(r^l)^2 + 5r^l + 1\} & r^l \leq 1 \\ 0 & r^l \geq 1 \end{cases}, \quad (l=1, \dots, N+L) \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
g(x, z^{N+L+1}) &= \bar{x}_1, \quad g(x, z^{N+L+2}) = \bar{x}_2, \quad g(x, z^{N+L+3}) = \bar{x}_3, \\
g(x, z^{N+L+4}) &= 1
\end{aligned}
\tag{31}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
\bar{x}_1 &= \frac{x_1}{a}, \quad \bar{x}_2 = \frac{x_2}{a}, \quad \bar{x}_3 = \frac{x_3}{a}, \\
r^l &= \frac{|x - z^l|}{a}
\end{aligned}
\tag{32}$$

である.

3. 数値解析例

本論文の計算はソース分布の同定に基づいているので、まず3次元の熱源分布同定の解析例を示す。Fig.1に示すような立方体モデルの発熱源分布の同定問題を解析した。立方体の各面はそれぞれ16個の8節点2次アイソパラメトリック要素で均等に分割した。このとき全要素数は96要素、全節点数は290節点となる。DRMで用いる内部選点は x_1 方向と x_3 方向に7点、 x_2 方向に3点ずつ均等に取り、合計147点配置した。求めたい熱源分布に対する境界上の温度と熱流束は順問題を解いて求めた。その際の境界条件は $x_1 = 0$ の面で温度 $u = 100$ [°C]、 $x_1 = 0.2$ の面で温度 $u = 500$ [°C]、その他の面で断熱境界条件 $q = 0$ [W/m²]である。

求めるべき熱源分布は、点(0.1, 0.1, 0.1)を重心とする一辺0.1 [m]の立方体領域において $Q(x) = 1000$ [W/m³]、その他の領域では $Q(x) = 0$ [W/m³]として解析を行った。また、領域における熱伝導率は一様に60 [W/mK]とした。熱源分布の同定に際しては、境界上の温度と熱流束をすべて既知量として与えて計算した。またその際「境界部では熱源は存在しない」ものとして解析を行った。このときの $x_3 = 0.1$ の断面における同定結果をFig.2に示す。実際の不連続な関数で表される熱源分布を連続な関数で近似して同定しているため、なだらかな関数による同定結果となっており、その最大値も実際の値より20%程度低くなっているものの、実際のソース分布を反映した結果が得られた。

次にソース分布同定の表面欠陥検出への適用例を示す。配管の腐食による減肉部分を想定し、Fig.3に示すような直方体の $x_2 = 0.1$ [m]の面に直方体形状の欠陥がある問題を考える。熱伝導率は領域内で一様に60 [W/mK]とし、欠陥の位置と大きさは $x_2 = 0.1$ の面の領域($0.1 \leq x_1 \leq 0.2$, $0.1 \leq x_3 \leq 0.2$)に深さ 5.0×10^{-2} [m]とした。この物体の境界を8節点2次アイソパラメトリック要素を用いて34要素に分割した。そのときの境界の総節点数は104個となる。この要素分割に対して、境界条件を $x_2 = 0$ の面で温度 $u = 100$ [°C]、 $x_2 = 0.1$ の面で温度 $u = 500$ [°C]、その他の面で断熱境界条件 $q = 0$ [W/m²]として、境界上の温度と熱流束を求めた。この条件下で得られた $x_2 = 0$, $x_1 = 0$, $x_1 = 0.3$, $x_3 = 0$, $x_3 = 0.3$ の各面の温度と熱流束を用いて、今度はFig.4のモデルについて $x_2 = 0.1$ の面の温度と熱流束、および物体全体の内部発熱項の分布を求めた。解析に際しては、Fig.4のモデルの境界を8節点2次

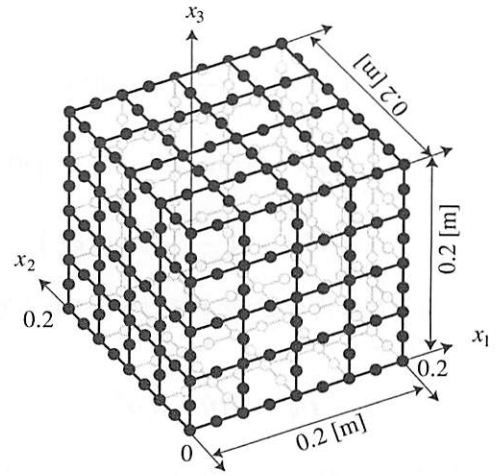


Fig.1 A cube and its boundary mesh.

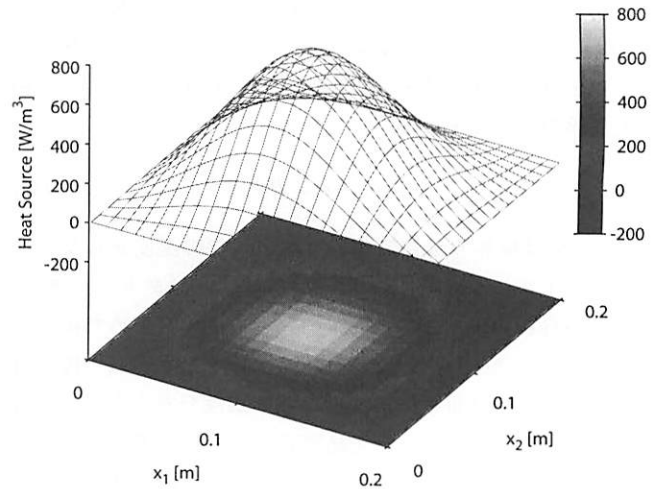


Fig.2 Results for heat source distribution in x_1 - and x_2 -directions.

アイソパラメトリック要素を用いて30要素(境界節点を92個)に分割した。また、内部選点は x_1 , x_2 , x_3 方向にそれぞれ 2.0×10^{-2} [m]間隔で784点配置した。発熱項の分布の同定に際しては、 $x_2 = 0$ の面には明らかに欠陥がないこと、すなわち $x_2 = 0$ の面の内部発熱項の値は0となることを条件に追加して用いた。Fig.5に、このとき得られた $x_3 = 0.15$ の断面における内部発熱項の値の分布を示す。欠陥がある部分に対応して発熱項の値が高くなっていることが分かり、この部分に欠陥が存在することが推定できる。

最後に2次元問題における内部欠陥の同定問題の解析結果を示す。Fig.6に示すような円形領域の内部に存在する欠陥を検出する問題の解析結果を示す。計算に用いる境界上の測定データは、Fig.6に対する順解析で得られる解を用意した。すなわち熱伝導率は領域内で一様に60 [W/mK]とし、点 $(x_1, x_2) = (0.2, 0.1)$ と点 $(x_1, x_2) = (0.2, 0.3)$ を中心に半径 2.5×10^{-2} [m]の2つの円形の欠陥を設定した。解析に際しては外側の境界を32個の2次アイソパラメトリック要素(64節点)に等分割し、内部の円形欠陥の境界をそれぞれ8要素

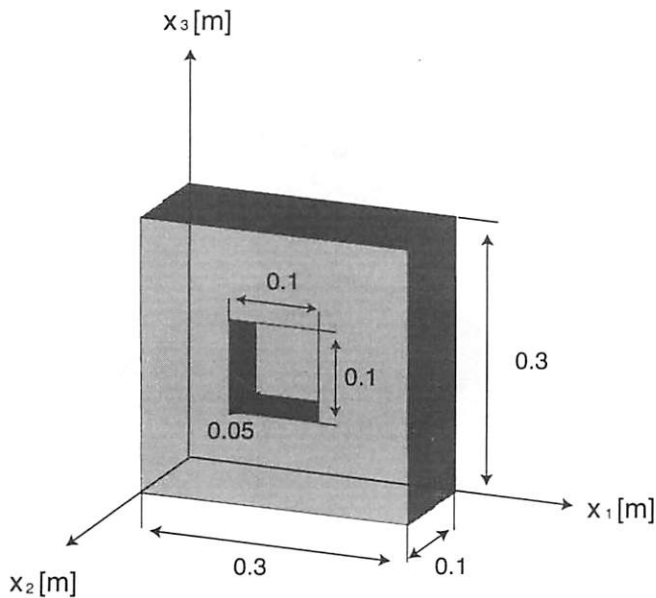


Fig. 3 A rectangular solid having a rectangular defect.

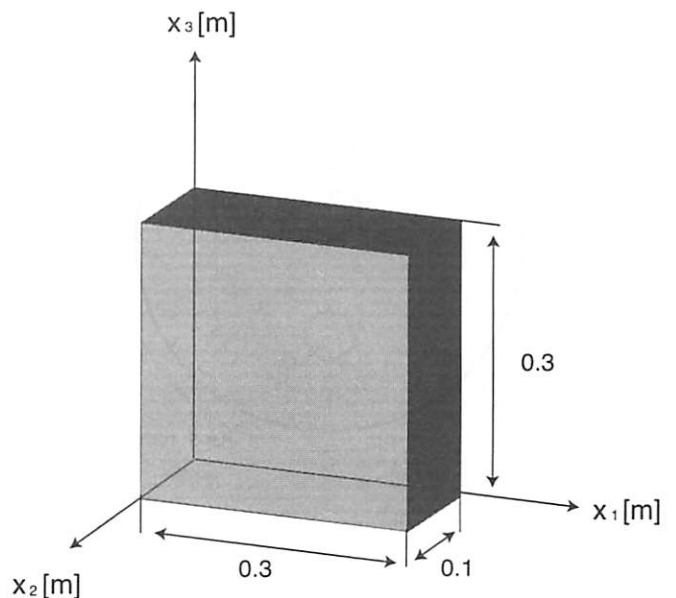


Fig. 4 Actual model for identifying the defect.

(16 節点)に分割した。このモデルに対して、順問題を以下の2種類の境界条件下で解き、得られた外部境界上の全節点の温度と熱流束を測定データと見なした。

- (i) Γ_1 の面で温度 $u = 200$ [°C], Γ_3 の面で温度 $u = 100$ [°C],
その他の面で断熱境界条件 $q = 0$ [W/m²]
- (ii) Γ_2 の面で温度 $u = 200$ [°C], Γ_4 の面で温度 $u = 100$ [°C],
その他の面で断熱境界条件 $q = 0$ [W/m²]

ただし、欠陥の境界における境界条件は断熱境界条件 $q = 0$ [W/m²]とした。

境界条件 (i) を課した問題では境界 Γ_1 から境界 Γ_3 の方向へ熱が移動し、境界条件 (ii) を課した問題では境界 Γ_2 から境界 Γ_4 の方向へ熱が移動する。

順解析によって得られた境界の解を測定データとして用い、Fig.7の欠陥が存在しない円形領域について、境界を32個の2次元アイソパラメトリック要素(64節点)に分割し、内部選点は x_1, x_2 方向にそれぞれ 1.25×10^{-2} [m] 間隔で681点配置し、熱伝導率が不均一であると仮定して熱伝導率の分布を同定した。なお温度と熱流束の測定データは、順解析で得られた結果を平均値として、全ての点でそれぞれ標準偏差 $\sigma_u = 0.1$ [°C], $\sigma_q = 100$ [K/m²] の正規分布となるように乱数で誤差を加えた。

Fig.8には、 Γ_1 から Γ_3 の方向に熱流が発生している場合の熱伝導率の同定結果を示す。欠陥に遮られている部分で熱流が小さくなるので、熱伝導率が低く評価されていることが分かる。同様に Fig.9には Γ_2 から Γ_4 の方向に熱流が発生している場合の熱伝導率の同定結果を示す。この場合は、欠陥が熱流の方向に沿って1列に並んでいるので、2個の欠陥が大きな1個の欠陥となって評価されてしまうこととなる。Fig.8と Fig.9の熱伝導率の結果の論理和を取ると、このようなことを避けられると考えられる。Fig.10にはこれらの論理和を

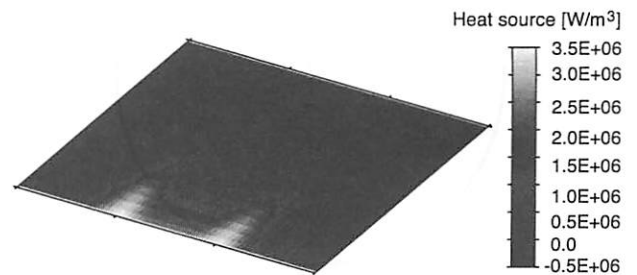


Fig. 5 Results for equivalent heat source distribution in the cross section $x_3 = 0.15$ [m] for the defect of the rectangular solid model.

取った結果を示す。2個の円形欠陥の位置に対応して熱伝導率が低くなっており、欠陥が検出できていることが分かる。

4. 結言

本論文では、境界要素法による Poisson 方程式のソース分布同定解析手法を用いた、物体の表面欠陥や内部欠陥の検出を試みた。構造物の表面欠陥の場合は、熱源分布を同定することにより、また内部欠陥の場合には、熱伝導率の分布を同定することにより欠陥を検出できると考えられる。3次元構造物の表面欠陥の解析例や2次元領域での内部欠陥の解析例より、境界要素法に基づくソース分布同定法の欠陥検出への有効性を示した。

参考文献

- (1) 久保司郎, 大中幸三郎他: 境界積分に基づく物体内の発熱源および荷重の同定, 日本機械学会論文集 (A 編), 54-503, (1988), pp. 1329-1334.
- (2) 久保司郎, 逆問題, 培風館, 1992.
- (3) 奈良高明, 安藤繁: ポアソン方程式ソース項同定逆問題の射影解法, 計算数理工学論文集, 2, (2002), pp. 21-26.

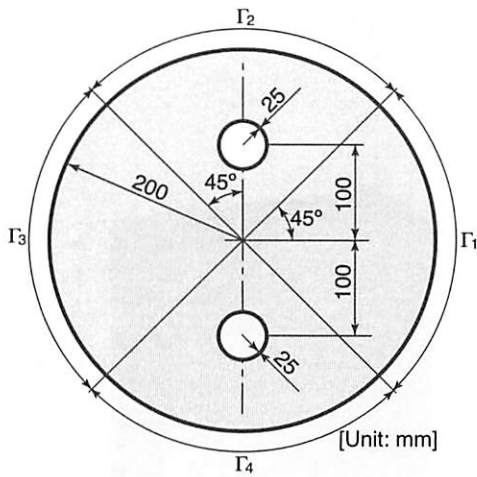


Fig. 6 A circular medium having two circular defects

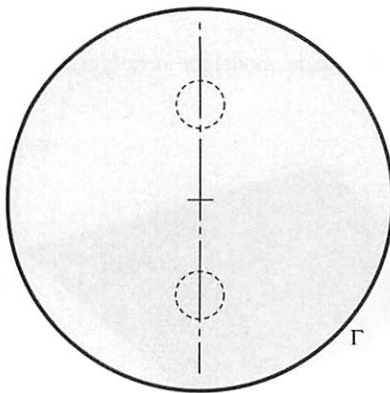


Fig. 7 Actual model for detecting the defect

- (4) P. W. Partridge, C. A. Brebbia, L. C. Wrobel, *The Dual Reciprocity Boundary Element Method*, Computational Mechanics Publication, 1992.
- (5) 松本敏郎, 田中正隆, 末吉耕平, A. Guzik: 二重相反法に基づくBEMを用いた非均質材料の熱伝導率同定解析, 計算数理工学論文集, 4, 論文 No.04-070919, (2004), pp. 91-94.
- (6) H. Wendland: Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, *Advances in Computational Mathematics*, 4, (1995), pp. 389-396.
- (7) P.C. Hansen: Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve, *SIAM Review*, 34, (1992), pp. 561-580.

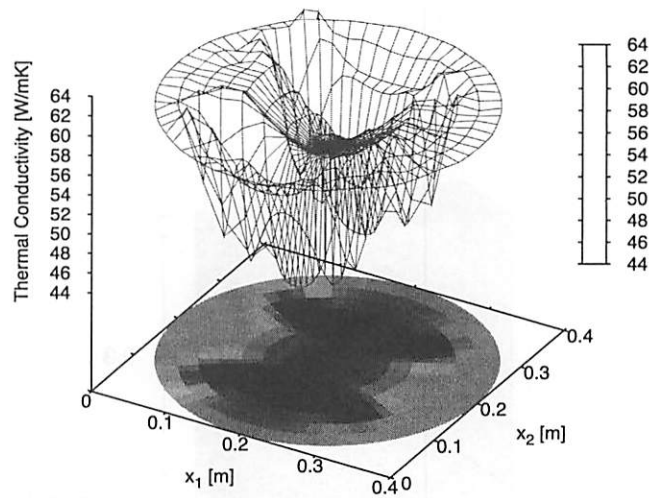


Fig. 8 Results for the equivalent thermal conductivity distribution of the circular model for the boundary measurement data corresponding to heat flow from Γ_1 to Γ_3

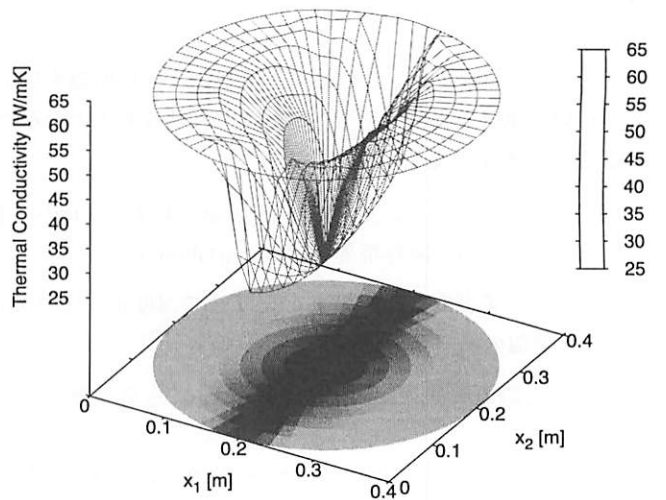


Fig. 9 Results for the equivalent thermal conductivity distribution of the circular model for the boundary measurement data corresponding to heat flow from Γ_2 to Γ_4

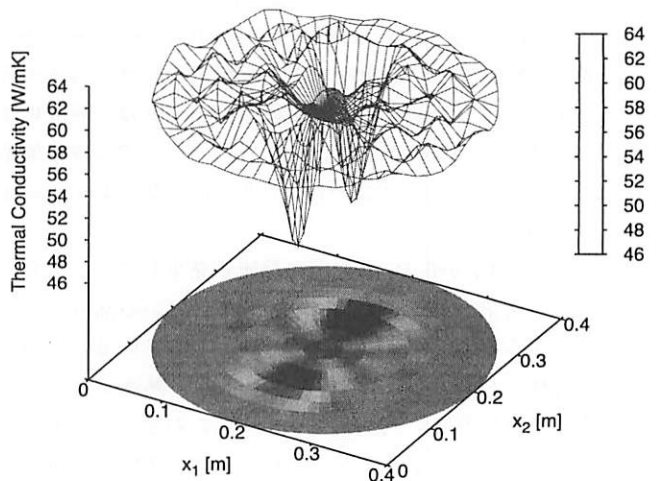


Fig. 10 Results for the equivalent thermal conductivity distribution of the circular model