

高温超伝導薄膜の臨界電流密度に対する非接触測定法の 数値シミュレーション

NUMERICAL SIMULATION OF NONCONTACT MEASUREMENT METHOD FOR CRITICAL CURRENT DENSITY IN HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTING THIN FILM

高山 彰優¹⁾, 神谷 淳²⁾

Teruou TAKAYAMA and Atsushi KAMITANI

- 1) 山形大学工学部情報科学科 (〒992-8510 山形県米沢市城南 4-3-16, E-mail: takayama@yz.yamagata-u.ac.jp)
2) 山形大学工学部情報科学科 (〒992-8510 山形県米沢市城南 4-3-16, E-mail: kamitani@yz.yamagata-u.ac.jp)

The numerical code has been developed for analyzing the time evolution of the shielding current density in the axisymmetric High-Temperature Superconducting (HTS) thin film. In the code, singular integrals are accurately evaluated by means of the double exponential formula. By using the code, the noncontact measurement method for the critical current density can be reproduced numerically. The results of computations show that the critical current density is roughly proportional to the maximum repulsive force. These results are in qualitative agreement with the experimental ones.

Key Words: Finite Element Method, Numerical Integration, Nonlinear Simultaneous Equations, High-Temperature Superconducting Thin Film, Critical Current Density

1. はじめに

高温超伝導体 (HTS) は磁気浮上システムや磁気シールド装置などに応用されており, 超伝導機器の開発には HTS 内に流れる遮蔽電流密度の解析が必要不可欠となる. 空間と時間に関して離散化すると, 遮蔽電流密度の時間発展問題は, 各時間ステップにおいて連立非線形方程式に帰着する [1]. しかしながら, 連立非線形方程式の係数には特異積分が現れる. 特に, HTS が薄膜の場合, 被積分関数は強い特異性を示す. 上記問題を解決するためには, 特異積分の値を高精度に評価する数値積分法を用いる必要がある.

近年, 大嶋等は HTS 薄膜に働く電磁力から HTS 薄膜の臨界電流密度を非接触・非破壊で測定する方法を提案した [2], [3]. 同法では, まず, HTS 薄膜上方に配置した永久磁石を上下に移動させ, その間に HTS 薄膜に働く電磁力を測定する. 次に, 電磁力から最大反発力を求めることによって, 臨界電流密度との関係を調べている. その結果, 最大反発力は臨界電流密度にほぼ比例することが判明した. この関係は, 電磁力の測定値から HTS の臨界電流密度を見積もることができることを意味している.

本研究の目的は, 軸対称 HTS 薄膜内に流れる遮蔽電流密度の時間発展を解析するための高精度有限要素法コードを開発することである. さらに, 同コードを用いて大嶋等の実験結果を再現し, 非接触測定法の正当性も数値的に検証する.

2. 支配方程式

非接触測定法の方法概念図を Fig. 1 に示す. 半径 R , 厚み 2λ のディスク型 HTS 薄膜の上方に半径 r_C , 高さ h_C の円柱状永久磁石を配置する. また, 永久磁石の下面と HTS 薄膜表面との距離を L とする. 永久磁石の動きは距離 L と時間の関数として表されており, その関数を Fig. 2 に示す. 同図では, 距離 $L = L_{\max}$ から $L = L_{\min}$ まで永久磁石を等速で近づけた後, 距離 $L = L_{\max}$ まで同じ速さで遠ざける様子を表している. 本研究では, 中心対称軸を z 軸とし, HTS 薄膜の重心を原点とする円柱座標 (r, θ, z) を用いることにし, r, θ, z 方向の単位ベクトルをそれぞれ e_r, e_θ, e_z で表す.

よく知られているように, 溶融法で作られた YBCO 超伝導体では, 結晶学的 c 軸方向に遮蔽電流密度が流れない. 本研究では, この実験事実を考慮して薄層近似 [1] を採用する. また, 永久磁石の生成磁場を再現するために, 定常電流が流れている p 回巻きのコイルを永久磁石の代わりに配置する. さらに, 永久磁石の強さを表すために $L = L_{\min}$ の場合の $(z, r) = (\lambda, 0)$ における磁束密度 B_F を与えることにする.

上記仮定の下で, HTS 内に流れる遮蔽電流密度の支配方程式を導こう. 遮蔽電流密度 j はスカラー関数 $S(r, t)$ を用いて

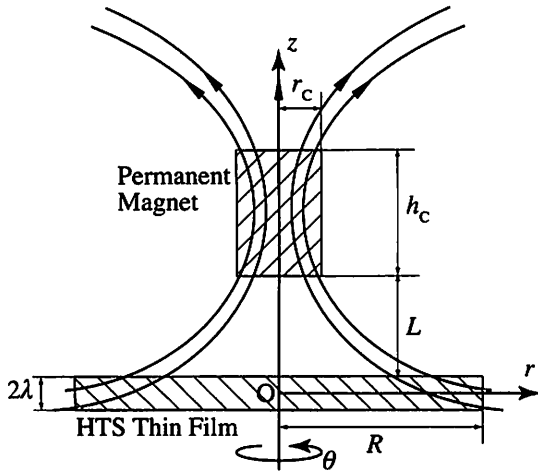


Fig. 1 A schematic view of the noncontact measurement method for the critical current density in a HTS thin film.

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\lambda} \nabla S \times \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

で書き表される。但し、 $S(r, t)/\lambda$ は電流ベクトル・ポテンシャルの z 成分を表し、遮蔽電流密度 \mathbf{j} は θ 成分 j_θ のみをもつ。スカラ関数 $S(r, t)$ の振る舞いは微積分方程式 [1] :

$$\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_0^R Q(r, r') S(r', t) r' dr' + \frac{S}{\lambda} \right) + \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_\theta) = 0, \quad (2)$$

で書き表される。但し μ_0 , \mathbf{B} 及び \mathbf{E} はそれぞれ真空の透磁率、永久磁石の生成磁束密度及び電界であり、 $\langle \rangle$ は厚み方向の平均化演算子を示す。(2) 中に現れる $Q(r, r')$ は

$$Q(r, r') = -\frac{1}{4\pi\lambda^2\sqrt{rr'}} \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 (-1)^{m+n} k_{mn} K(k_{mn}), \quad (3)$$

で表される関数である。但し、 $K(x)$ は第 1 種完全楕円積分であり、その母数 k_{mn} は

$$(k_{mn})^2 \equiv \frac{4rr'}{(r+r')^2 + 4\lambda^2(1-\delta_{mn})}, \quad (4)$$

で定義され、 δ_{mn} はクロネッカーのデルタである。(2) の初期条件及び境界条件は $S(r, 0) = S(R, t) = 0$ である。

(2) の初期値・境界値問題は、 $J-E$ 構成方程式：

$$\mathbf{E} = E(|j|) \frac{\mathbf{j}}{|j|}, \quad (5)$$

と共に解かれることになる。ここで、 $E(j)$ は HTS の巨視的

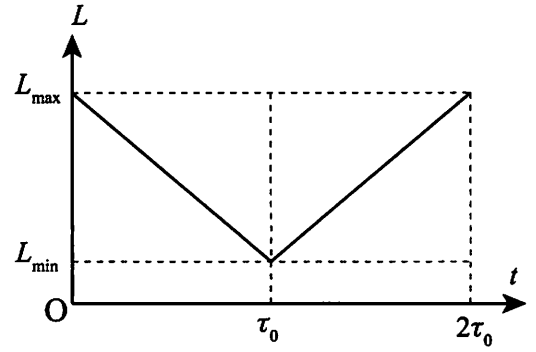


Fig. 2 The time dependence of the distance L between the coil and the HTS thin film.

電磁特性を表す関数である。本研究では、関数 $E(j)$ として、磁束フロー・磁束クリープ・モデル [1] :

$$E(j) = \begin{cases} E_C \frac{\sinh\left(\frac{U_0}{k_B T} \frac{j}{j_C}\right)}{\sinh\left(\frac{U_0}{k_B T}\right)} & ; j \leq j_C \\ E_C + \rho_f(j - j_C) & ; j > j_C \end{cases} \quad (6)$$

を採用する。但し、 E_C , ρ_f , U_0 , k_B , j_C 及び T は、それぞれ臨界電界、フロー抵抗率、ピン止めポテンシャル、ボルツマン定数、臨界電流密度及び温度である。(2) の初期値・境界値問題を解けば、遮蔽電流密度 \mathbf{j} の時間発展を解析できる。

本研究を通して、物理的及び幾何学的パラメタを以下の値に固定する： $R = 20$ mm, $2\lambda = 200$ nm, $E_C = 0.1$ mV/m, $\rho_f = 7.62 \times 10^{-10}$ $\Omega \cdot \text{m}$, $U_0 = 96$ meV, $T = 77$ K, $\tau_0 = 39$ s, $p = 30$, $L_{\max} = 20$ mm, $L_{\min} = 0.5$ mm, $r_c = 2.5$ mm, $h_c = 3$ mm, $B_F = 0.3$ T.

3. 数値解法

本節では、まず、(2) の初期値・境界値問題の離散化法を説明する。次に、特異積分の積分法を詳述した後、数値積分の精度が遮蔽電流密度解析に与える影響を調べる。

3.1. 離散化

本研究では、(2) の初期値・境界値問題の離散化に有限要素法及び後退 Euler 法を採用する。本研究では、軸対称 HTS 薄膜を扱っているため、空間変数は r のみである。それゆえ、空間に関する離散化を行うには、区間 $[0, R]$ を N_e 個の有限要素に分割すれば良い。しかしながら、すべての要素に 1 次要素を採用すると、各要素内で j_θ が一定となるため、 $j_\theta(0, t) = 0$ が厳密には満足できないことになる。ゆえに、本研究では、原点を含む要素には、 $S(r, t) = a_0 + a_2 r^2$ (a_0, a_2 は定数) となる 2 次要素を採用して恒等的に $j_\theta(0, t) = 0$ を満足させた。また、それ以外の要素には 1 次要素を用いた。

離散化を行うと、(2) の初期値・境界値問題は各時間ステップにおいて連立非線形方程式 $\mathbf{G}(\mathbf{s}) = \mathbf{0}$ を解く問題に帰着される。ここで、 $\mathbf{G}(\mathbf{s})$ は $\mathbf{G}(\mathbf{s}) \equiv \mathbf{W}\mathbf{s} - \Delta t \mathbf{e}(\mathbf{s}) - \mathbf{u}$ で定義されるベクトル値関数であり、 $\mathbf{s}, \mathbf{e}(\mathbf{s})$ はそれぞれ $S(r, t)$, \mathbf{E} に

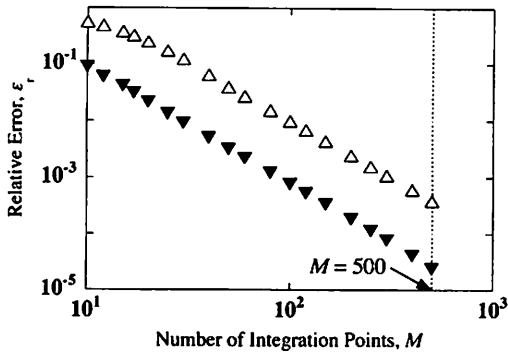


Fig. 3 Dependence of the relative error ε_r on the number M of the integration points for the case with $r_1 = 0.09$ and $r_2 = 0.10$. Here, the symbols, \triangle and \blacktriangledown , denote the values for the Gauss-Legendre formula and those for the DE formula, respectively.

対応する節点ベクトルを示す。また、 \mathbf{u} は 1 ステップ前の時刻に定まる既知ベクトルである。さらに、 W は関数 $Q(r, r')$ と形状関数から得られる対称密行列であり、 Δt は時間刻み幅である。本研究では、同方程式の解法として減速 Newton 法を採用する。減速 Newton 法では、連立非線形方程式の解を反復法によって求めている。第 k 回目の反復では以下に示す 2 つのステップが実行される。

- Step1: 連立 1 次方程式 $J(\mathbf{s}^{(k-1)})\delta\mathbf{s} = -\mathbf{G}(\mathbf{s}^{(k-1)})$ を解くことにより、修正ベクトル $\delta\mathbf{s}$ を求める。
 Step2: 不足緩和 $\mathbf{s}^{(k)} = \mathbf{s}^{(k-1)} + \gamma\delta\mathbf{s}$ を用いて近似解 $\mathbf{s}^{(k)}$ を更新する。

但し、 $J(\mathbf{s})$ 及び γ はそれぞれ $\mathbf{G}(\mathbf{s})$ の Jacobi 行列及び不足緩和係数であり、上付き添え字 (k) は反復回数を示す。上記 2 つのステップは停止条件：

$$\text{Max} \left(\frac{\|\mathbf{G}(\mathbf{s}^{(k)})\|}{\|\mathbf{G}(\mathbf{0})\|}, \frac{\|\delta\mathbf{s}\|}{\|\mathbf{s}^{(k-1)}\|} \right) \leq \varepsilon^*, \quad (7)$$

が満たされるまで、繰り返される。但し、 ε^* は定数であり、ノルムには最大値ノルムを採用する。

本研究を通して、有限要素法の要素数 N_e 、時間刻み幅 Δt 及び収束判定子 ε^* をそれぞれ $N_e = 100$, $\Delta t = \tau_0/150$, $\varepsilon^* = 10^{-8}$ に固定する。

3.2. Gauss-Legendre 積分による特異積分

(3) より明らかなように、 $r = r'$ の場合、関数 $Q(r, r')$ は特異性を示す。それゆえ、非線形方程式 $\mathbf{G}(\mathbf{s}) = \mathbf{0}$ の係数は特異積分：

$$\psi_{ij} = \int_{r_1}^{r_2} dr \int_{r_1}^r dr' rr' Q(r, r') \times [N_i(r)N_j(r') + N_j(r')N_i(r)] \quad (i, j = 1, 2), \quad (8)$$

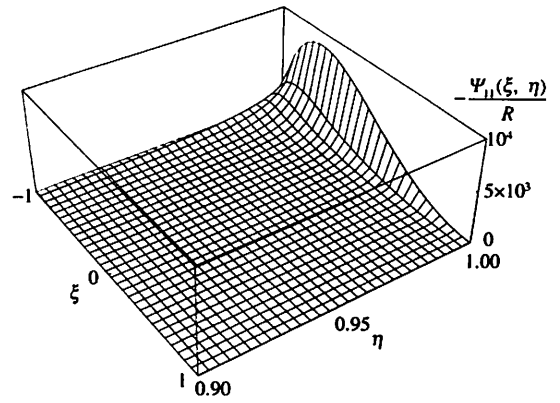


Fig. 4 The behavior of the integrand ψ_{11} for the case with $r_1 = 0.09$ and $r_2 = 0.10$.

を含むことになる。但し、 $N_i(r)$ は 1 次形状関数である。(8) に Gauss-Legendre 積分を適用するには、(8) を

$$\psi_{ij} = \int_{-1}^1 d\xi \int_{-1}^1 d\eta \psi_{ij}(\xi, \eta), \quad (9)$$

の形に変形しなければならない。この際、被積分関数 $\psi_{ij}(\xi, \eta)$ は

$$\psi_{ij}(\xi, \eta) = \frac{(r_2 - r_1)^2}{4} \phi_2(\xi) r(\xi) r'(\xi'(\eta)) \times Q(r(\xi), r'(\xi'(\eta))) [\phi_i(\xi) \phi_j(\xi'(\eta)) + \phi_j(\xi) \phi_i(\xi'(\eta))], \quad (10)$$

となり、 $\phi_i(\xi)$, $\xi'(\eta)$, $r(\xi)$ 及び $r'(\xi)$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \phi_i(\xi) &= [1 + (-1)^i \xi] / 2, \\ \xi'(\eta) &= -\phi_1(\eta) + \xi \phi_2(\eta), \\ r(\xi) &= \sum_{l=1}^2 r_l \phi_l(\xi), \\ r'(\xi) &= \sum_{l=1}^2 r_l \phi_l(\xi'(\eta)) \end{aligned}$$

である。

数値積分の精度の尺度として相対誤差 ε_r を

$$\varepsilon_r \equiv \frac{\text{Max}_{i,j} |\psi_{ij}^N - \psi_{ij}^A|}{\text{Max}_{i,j} |\psi_{ij}^A|}, \quad (11)$$

で定義する。但し、 ψ_{ij}^A と ψ_{ij}^N はそれぞれ適応的自動積分と他の数値積分法を用いて特異積分 (8) を評価した値を示す。適応的自動積分は指定した有効桁数で積分値を得ることができるが、積分の評価に膨大な時間を浪費する。それゆえ、本研究では、 ε_r を求めるという目的以外には適応的自動積分を用いないことにする。

Gauss-Legendre 積分の相対誤差 ε_r が積分点数へどのように依存するかを調べよう。Fig. 3 に相対誤差 ε_r の積分点数 M

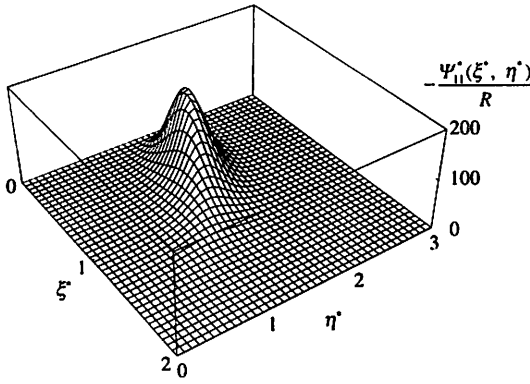


Fig. 5 The behavior of the integrand Ψ_{ij}^* for the case with $r_1 = 0.09$ and $r_2 = 0.10$.

への依存性を示す。同図より明らかなように、積分点数 M の増加と共に相対誤差 ϵ_r は減少するが、積分点数を $M = 500$ としても Ψ_{ij}^N は 3 桁精度しか得られない。これは被積分関数 $\Psi_{ij}(\xi, \eta)$ の強い特異性に起因する。Fig. 4 に被積分関数 $\Psi_{11}(\xi, \eta)$ のグラフを示す。被積分関数 $\Psi_{11}(\xi, \eta)$ は、 $\eta = 1$ 上で強い発散を示している。それゆえ、Gauss-Legendre 積分では、積分点数 M を増加させても十分に高精度な積分値が得られないのである。

3.3. 特異性の除去と積分精度

特異性をもつ被積分関数に有効な数値積分法として、二重指数関数型数値積分 (DE) 公式が知られている [4], [5]。DE 公式では、被積分関数の積分区間を変数変換によって無限区間に変換する。DE 公式を (9) に適用することを考えよう。 ξ, η をそれぞれ $\xi = -1 + 2\zeta(\xi^*)$, $\eta = 1 - 2\zeta(\eta^*)$ で変数変換する。但し、 $\zeta(x) = \exp(-\frac{\pi}{2} \sinh x) / \cosh(\frac{\pi}{2} \sinh x)$ である。その結果、(9) は

$$\psi_{ij} = \int_0^\infty d\xi^* \int_0^\infty d\eta^* \Psi_{ij}^*(\xi^*, \eta^*), \quad (12)$$

に変形される。但し、被積分関数 $\Psi_{ij}^*(\xi^*, \eta^*)$ は

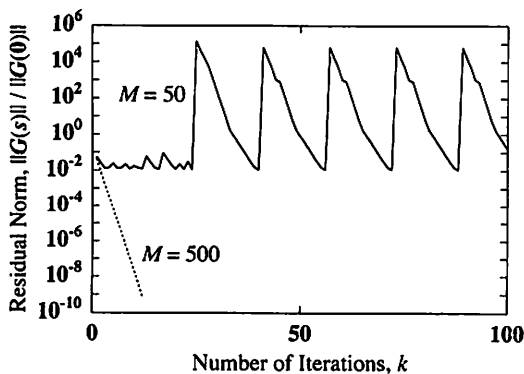


Fig. 6 The residual history for the case with $\gamma = 0.8$ and $j_c = 3.85\text{MA}/\text{cm}^2$. Here, the nonlinear system $G(s) = 0$ is solved at time $t/\tau_0 = 2/75$.

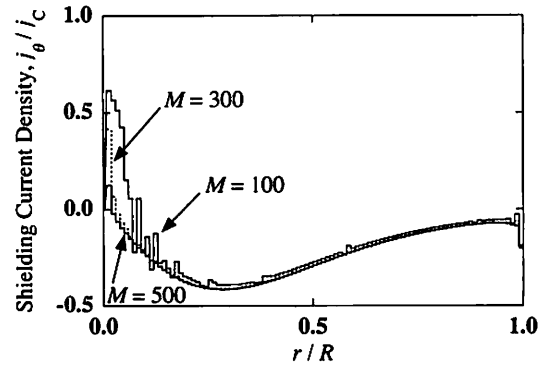


Fig. 7 The spatial distributions of the shielding current density j_θ/j_c for the case with $j_c = 3.85\text{MA}/\text{cm}^2$ at time $t/\tau_0 = 0.5$. Here, the underrelaxation factor γ of the decelerated Newton method is fixed as $\gamma = 0.5$.

$$\Psi_{ij}^*(\xi^*, \eta^*) = 4 \Psi_{ij}(-1 + 2\zeta(\xi^*), 1 - 2\zeta(\eta^*)) \frac{d\psi(\xi^*)}{d\xi^*} \frac{d\psi(\eta^*)}{d\eta^*}, \quad (13)$$

で書き表される。関数 $\Psi_{11}^*(\xi^*, \eta^*)$ の振る舞いを Fig. 5 に示す。同図より明らかなように、関数 $\Psi_{11}^*(\xi^*, \eta^*)$ は $\xi^* \gg 1, \eta^* \gg 1$ で急激に減衰している。すなわち、(12) の積分領域を有界領域で近似しても、積分値を高精度に求めることができる。本研究では、有界領域を $\{(\xi^*, \eta^*) \mid 0 \leq \xi^* \leq \xi_L, 0 \leq \eta^* \leq \eta_L\}$ とし、その数値積分には台形則を用いている。但し、 ξ_L 及び η_L は被積分関数 $\Psi_{ij}^*(\xi^*, \eta^*)$ の減衰を探索して決定される [5]。

まず、DE 公式の積分点数が積分精度に及ぼす影響を調べよう。Fig. 3 に相対誤差 ϵ_r の積分点数への依存性も示す。Gauss-Legendre 積分と同様に DE 公式の相対誤差 ϵ_r も M の増加とともに減少する。特に、 $M = 500$ の場合の DE 公式は 4 桁以上の精度を示しており、これは Gauss-Legendre 積分よりもはるかに高い精度である。

次に、積分精度が非線形方程式 $G(s) = 0$ の反復解法に及ぼす影響を調べる。遮蔽電流密度の解析では、減速 Newton 法が収束せず、ある時間ステップで連立非線形方程式の解が求まらないという現象が生じる [1]。Fig. 6 に減速 Newton 法の残差履歴を示す。同図よりわかるように、積分点数が $M = 50$ の場合、 $k \geq 24$ で一定周期の残差振動が現れ、減速 Newton 法が収束していない。これに対して、 $M = 500$ の場合、わずか 12 回反復で減速 Newton 法は収束している。さらに、計算結果によれば、 $\gamma = 0.02$ の場合にも、残差履歴は $\gamma = 0.8$ と同様の振る舞いを示す。上記の結果より、減速 Newton 法の残差振動の直接的な原因は積分精度にあるといえる。

最後に、積分精度が遮蔽電流密度の空間分布に及ぼす影響を調べる。 $\gamma = 0.5$ の場合、 $M = 100$ 以上の積分点数をとれば減速 Newton 法は 24 回前後の反復回数で収束する。しか

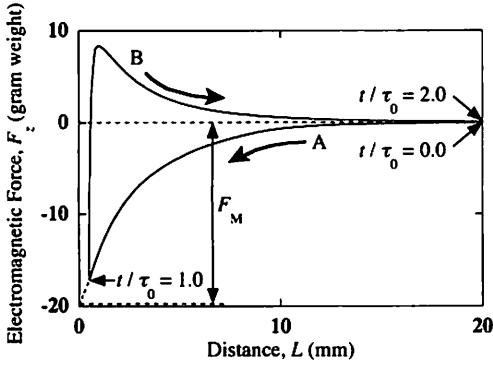


Fig. 8 Dependence of the electromagnetic Force F_z on the distance L for the case with $j_c = 3.85 \text{ MA/cm}^2$.

しながら、たとえ非線形方程式 $G(s) = 0$ の解が求まっても積分精度が遮蔽電流密度の空間分布に多大な影響を与えることがある。Fig. 7にDE公式の積分点数を変化させた場合の遮蔽電流密度の空間分布を示す。DE公式の積分点数が $M = 100$ の場合、 $0.0 \leq r/R \leq 0.4$ での遮蔽電流密度は短波長の誤差を含んでいる。しかしながら、積分点数が増加するにつれて誤差の短波長モードは減衰し、遮蔽電流密度の空間分布は全区間で滑らかになる。以上の結果から、DE公式の積分点数 M を多く与えなければ、高精度で遮蔽電流分布を決定できない。それゆえ、今後、DE公式の積分点数を $M = 500$ に固定する。

4. 電磁力解析

前節で解説した数値計算法に基づいて、HTS薄膜内に流れる遮蔽電流密度の時間発展を解析する数値シミュレーションコードを開発した。本節では、同コードを用いて大嶋等の実験結果 [2], [3] の再現を行い、臨界電流密度に対する非接触測定法の正当性を検証する。

4.1. 実験結果の再現

HTS薄膜に働く電磁力 F_z は

$$F_z = -4\pi\lambda \int_0^R j_\theta(B \cdot e_r) r dr, \quad (14)$$

で計算できる。Fig. 8に電磁力 F_z の距離 L への依存性を示す。同図より明らかなように、 $0.0 \leq t/\tau_0 \leq 1.0$ の場合 (Fig. 8中のA) は、斥力がHTS薄膜に働いているのに対して、 $1.0 < t/\tau_0 \leq 2.0$ の場合 (Fig. 8中のB) は、引力がHTS薄膜に働いている。上記の電磁力 F_z の振る舞いはヒステリシスを示しており、この結果は大嶋等の実験結果と定性的に一致している。また、ヒステリシス曲線の反発力分枝を補外すれば、 $L = 0$ のときの電磁力を求めることができる (Fig. 8参照)。以下では、この補外値を最大反発力 F_M と呼ぶことにする。

大嶋等の実験結果では、臨界電流密度 j_c と厚みで規格化された最大反発力 $F_M/(2\lambda)$ の関係は $j_c = 1.7 \times 10^{-7} [F_M/(2\lambda)] \text{ MA/cm}^2$ で表された (Fig. 9のインセット参照)。本研究の

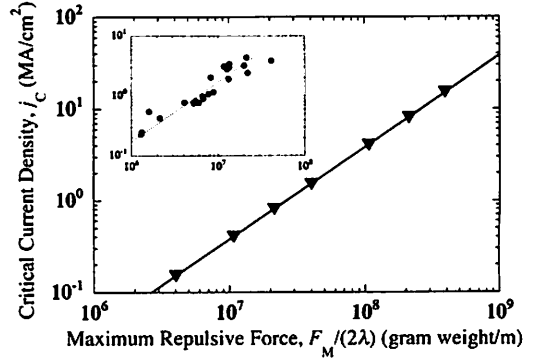


Fig. 9 Dependence of the critical current density j_c on the maximum repulsive force F_M . The inset shows Ohshima's experimental results [3].

数値シミュレーションでも同様の関係式が得られるか調べてみよう。臨界電流密度 j_c の最大反発力 F_M への依存性を Fig. 9に示す。同図から明らかなように、臨界電流密度 j_c は最大反発力 $F_M/(2\lambda)$ にほぼ比例している。また、臨界電流密度 j_c と最大反発力 $F_M/(2\lambda)$ の当てはめ曲線より、 $j_c = 3.8 \times 10^{-8} [F_M/(2\lambda)] \text{ MA/cm}^2$ が得られた。この結果は大嶋等の実験結果と定性的な一致を示している。なお、大嶋等の実験では臨界電界及びフロー抵抗率を測定していないため、本論文では、参考文献 [1] の臨界電界とフロー抵抗率と同じ値を使用した。そのため、実験結果とシミュレーション結果では、 j_c と $F_M/(2\lambda)$ の比例係数が一致しないのである。

4.2. 非接触測定法の正当性

4.1.の結果から、臨界電流密度 j_c と最大反発力 F_M は比例関係にあることが示された。その比例関係 $j_c \propto F_M$ から非接触測定法の正当性を数値的に検証することを考える。(14)から明らかなように、規格化した遮蔽電流密度 $j_\theta(r,t)/j_c$ の空間分布が臨界電流密度 j_c に依存しないならば、 $j_c \propto F_M$ が満たされることがいえる。また、 $j_c \propto F_M$ の正当性をさらに深めるため、遮蔽電流密度 j_θ の割合を求める。そのために、不等式: $j_c(1-\kappa) \leq |j_\theta| \leq j_c(1+\kappa)$ を満たすHTS薄膜内の領域の体積率 β を計算する。但し、 κ は定数である。 κ の値を大きくすることによって、体積率 β も大きくなることは明らかである。したがって、体積率 β も臨界電流密度 j_c に依存しないことが示せば、 $j_c \propto F_M$ が満たされることがいえる。

以下では、遮蔽電流密度 $j_\theta(r,t)/j_c$ の空間分布から $j_c \propto F_M$ が満たされるか調べる。まず、Fig. 10に遮蔽電流密度 j_θ/j_c の空間分布を示す。 j_θ/j_c の空間分布は $0.0 \leq r/R < 0.5$ の場合、臨界電流密度 j_c に依存していない。これに対して、 $0.5 \leq r/R \leq 1.0$ では、強い j_c 依存性を示している。この結果から、 $0.0 \leq r/R < 0.5$ の場合、遮蔽電流密度 j_θ/j_c が定性的に臨界電流密度に依存しないことが示された。また、Fig. 11に規格化した電磁力密度の空間分布を示す。 $0.5 \leq r/R \leq 1.0$ では、電磁力密度が0付近で分布していることがわかる。さ

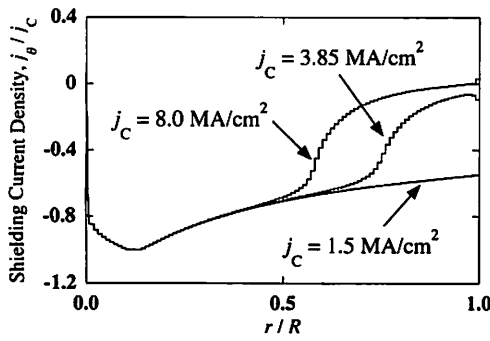


Fig. 10 The spatial distributions of the normalized shielding current density j_θ/j_c at time $t/\tau_0 = 1.0$.

らに、全区間の電磁力密度の振る舞いは臨界電流密度 j_c を変化させても、ほとんど変化しない。Fig. 10 と Fig. 11 の結果より、電磁力は HTS 薄膜内の $0.5 \leq r/R \leq 1.0$ でほとんど働いていないことがわかる。すなわち、HTS 薄膜内の $0.5 \leq r/R \leq 1.0$ で臨界電流密度 j_c に依存していた遮蔽電流密度 j_θ/j_c は電磁力の計算に影響を与えないことを示している。

次に、体積率 β の臨界電流密度への依存性を Fig. 12 に示す。 $\kappa = 0.4$ の場合、臨界電流密度の増加につれて体積率 β が減少している。Fig. 10 から明らかなように、この理由は臨界電流密度を変化させたとき、遮蔽電流密度 j_θ/j_c の分布が $0.5 \leq r/R \leq 1.0$ で大きく変化していたためである。一方、 $\kappa = 0.2, 0.05$ の場合、体積率 β は臨界電流密度に依存していないことがわかる。この結果から、遮蔽電流密度 j_θ/j_c の空間分布が定量的に臨界電流密度に依存していないことが示された。

以上の結果から、遮蔽電流密度 j_θ/j_c の分布に依存しない。この結果は $j_c \propto F_M$ が満たされることを意味する。したがって、非接触測定法は HTS 薄膜の臨界電流密度を測定する有効な方法であるといえる。

5. 結言

本研究では、軸対称 HTS 薄膜の遮蔽電流密度を求める高精度有限要素法コードの開発を行い、同コードを用いて大嶋

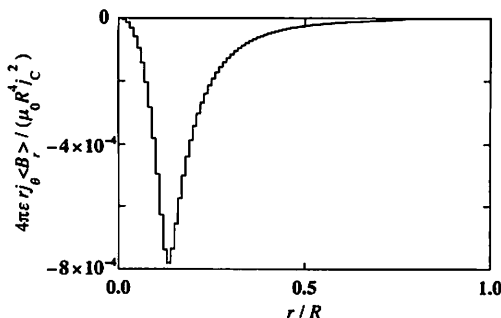


Fig. 11 The spatial distribution of the electromagnetic force per unit length for the case with $j_c = 3.85 \text{ MA/cm}^2$ at time $t/\tau_0 = 1.0$. Here, B_r denotes r -component of B .

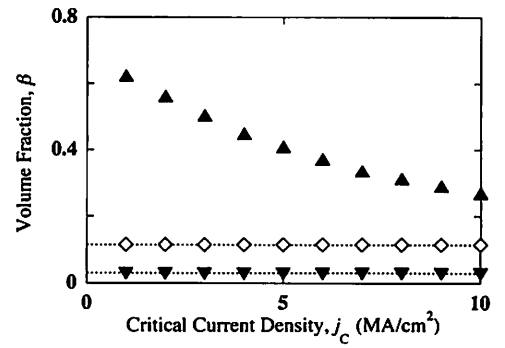


Fig. 12 Dependence of the volume fraction β on the critical current density j_c at time $t/\tau_0 = 1.0$. Here, \blacktriangle : $\kappa = 0.4$, \diamond : $\kappa = 0.2$ and \blacktriangledown : $\kappa = 0.05$.

等の実験結果を再現した。さらに、非接触測定法の正当性も数値的に検証した。本研究で得られた結論を要約すると、以下のようになる。

- 1) 非線形方程式の係数として現れる特異積分の精度が低い場合、減速 Newton 法は不足緩和係数を変化させても収束しない。たとえ収束したとしても、遮蔽電流密度の空間分布に短波長モードの誤差が現れる。したがって、特異積分を高精度に計算する必要がある。
- 2) 臨界電流密度は最大反発力にほぼ比例する。この結果は大嶋等の実験結果と定性的に一致する。
- 3) 最近接時刻での遮蔽電流密度 j_θ/j_c の空間分布は臨界電流密度にほとんど依存しない。この結果は臨界電流密度が最大反発力にほぼ比例することを示唆している。

参考文献

- (1) A. Kamitani, S. Ikuno and T. Yokono: High performance method for calculating shielding current density in HTS plate –application of adaptively decelerated Newton method–, IEICE Trans. Electron, **E87C(1)**(2004) pp. 101–108.
- (2) S. Ohshima, K. Takeishi A. Saito, M. Mukaida, Y. Takano, T. Nakamura, I. Suzuki and M. Yokoo: A simple measurement technique for critical current density by using a permanent magnet, IEEE Trans. Appl. Supercond., **15(2)**(2005) pp. 2911–2914.
- (3) A. Saito, K. Takeishi, Y. Takano, T. Nakamura, M. Yokoo, M. Mukaida, S. Hirano and S. Ohshima: Rapid and simple measurement of critical current density in HTS thin films using a permanent magnet method, Physica C, **426–431**(2005) pp. 1122–1126.
- (4) H. Takahashi and M. Mori: Double exponential formulas for numerical integration, Publ. RIMS. Kyoto Univ., **10**(1974) pp. 721–741.
- (5) 森正武: FORTRAN77 数値計算プログラミング, 第 11 章, (1986), 岩波書店.