計算数理工学論文集 Vol. 6, No. 1 (2006 年 6 月), 論文 No.06-063001 JASCOME

有限体積格子ボルツマン法による
非構造格子を用いた３次元キャビティ流れの解析

SIMULATION OF THE THREE-DIMENSIONAL LID-DRIVEN CAVITY FLOW BY THE FINITE VOLUME LATTICE BOLTZMANN METHOD WITH UNSTRUCTURED GRID

望月　一正[1)]，蔦原　道久[2)]，近藤　崇匡[3)]

Kazumasa MOCHIZUKI, Michihisa TSUTAHARA, Takamasa KONDO

1) 株式会社アメリオ　（〒431-3125　浜松市半田山 2-24-3,　E-mail: kmochi@amelio.co.jp）
2) 神戸大学大学院自然科学研究科（〒657-8501　神戸市灘区六甲台町 1-1,　E-mail: tutahara@mech.kobe-u.ac.jp）
3) 神戸大学大学院自然科学研究科（〒657-8501　神戸市灘区六甲台町 1-1,　E-mail: t.kondo@mh-1.scitec.kobe-u.ac.jp）

In this paper, we describe a computational formulation of the finite volume lattice Boltzmann method (FVLBM) for three-dimensional flow simulations with unstructured grid. We also propose a new upwind scheme for evaluating fluxes using quadratic polynomials interpolating two distribution functions and a first differential coefficient of distribution function. The formulation is applied to a numerical simulation of the three-dimensional lid-driven cavity flow that gives the result that is in good agreement with that given by N-S equation. We also describe a parallel-processing scheme for three-dimensional calculations by FVLBM, and apply it to the simulation of the three-dimensional cavity flow. The simulation using the parallel-processing scheme is successfully performed.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Lattice Boltzmann Method, Finite Volume Method, Three-Dimensional Cavity Flow, Unstructured Grid

1. はじめに

近年，数値流体解析の新しい手法として格子ボルツマン法（LBM: Lattice Boltzmann Method）[(1)]が注目されている．LBMは流体を衝突と並進を繰り返す多数の離散的粒子の集合体と考え，それらの規則的な運動を計算することで巨視的な流体運動を模擬する計算法であり，非常に単純なアルゴリズムで計算を行うことができるのがひとつの特徴である．しかしLBMによる解析を行う場合には，等間隔の規則的に配置された格子を用いる必要があるため，複雑な境界形状を持つ物体周りの流れ解析など，適用が困難な場合も多い．このような場合には格子生成の自動化も進んでいる非構造格子を利用することが有効な解決策のひとつになるものと考えられる．また，LBMには計算プログラムの並列処理化が比較的容易に行えるという特徴があるが，計算領域を広くとって空間に多数のセルを配し，LBMの圧縮性流体モデルを用いてより多くの変数を処理しながら計算を行う必要のある音場の解析などを行なう場合，とりわけ3次元解析の場合においてはこれが有効になるものと思われる．

そこで本研究では，LBMに有限体積法のスキームを導入することで非構造格子に適用できるようにした有限体積格子ボルツマン法（FVLBM: Finite Volume Lattice Boltzmann Method）[(4)(5)(6)]に対して，LBMにおいて流れの状態を決定する量である分布関数とその1階微分係数を補間する2次多項式を用いたスキームを提案し，これを流束評価方法として組み込んだ形で計算方法を定式化する．そしてこれにより，非構造格子を用いて3次元キャビティ流れの計算を行い，3次元非構造格子に対するFVLBMの適用性について検討する．またこの計算を分散メモリ型の並列処理によって行い，本研究でのFVLBMの並列処理方法の妥当性を確認する．FVLBMでの計算方法の確立により，混相流や空力音の計算[(2)]に有利であること等も含めたLBMの長所をそのまま生かしながら複雑物体周りの流れの計算を行うことも容易になると期待される．

2. 有限体積格子ボルツマン法

2-1. 基礎方程式

本研究では格子BGKモデルに修正項を付加したモデル[(3)]を使用する．基礎方程式は式(1)で表される．

$$\frac{\partial f_i}{\partial t}+\mathbf{c}_i\cdot\nabla f_i-a\mathbf{c}_i\cdot\nabla\frac{f_i-f_i^{(0)}}{\phi}=-\frac{1}{\phi}\left(f_i-f_i^{(0)}\right) \tag{1}$$

ここでiは離散化された速度の方向を表す．f_i と$\mathbf{c}_i$はそれぞれi

方向の仮想粒子の分布関数と速度である．ϕ は単一時間緩和係数，$f_i^{(0)}$は局所平衡分布関数である．∇は空間に対する勾配を表す．右辺の衝突演算は，衝突により粒子分布が平衡状態に向かうことを表している．修正項である左辺第3項は，巨視的な式としてのN-S方程式には負の粘性項として現れ，この項を加えることにより高レイノルズ数流れにおいても計算を安定的に行うことができる．修正項の係数であるaには任意の正の値を与えることができるが，本研究ではaを時間刻みΔtと等しくとる．この修正項と式(1)の移流項である左辺第2項をまとめると式(2)のように書ける．

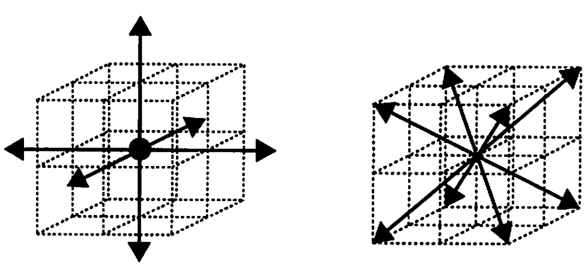
$$\frac{\partial f_i}{\partial t}+\mathbf{c}_i\cdot\nabla f_i^{*}=-\frac{1}{\phi}\left(f_i-f_i^{(0)}\right) \tag{2}$$

ここでf_i^{*}は式(3)で与えられる．以下これを修正分布関数と呼ぶことにする．

$$f_i^{*}=f_i-\frac{a}{\phi}\left(f_i-f_i^{(0)}\right) \tag{3}$$

2-2. 3次元15速度(3D15V)モデル

本研究では Fig.1 に示す 15 種類の離散的粒子速度をもつ，3 次元 15 速度(3D15V)モデルを用いる．離散的粒子速度は Table 1 に示すように定義される．



(a) i=1-7　　(b) i=8-15

Fig.1 Distribution of particles in 3D15V model

Table 1 Velocity set in 3D15V model

i	Velocity vector	$\lvert\mathbf{c}\rvert$
1	(0,0,0)	0
2-7	(2, 0, 0), (-2, 0, 0), (0, 2, 0), (0,-2, 0), (0, 0, 2), (0, 0,-2)	2
8-15	(1, 1, 1), (-1, 1, 1), (-1,-1, 1),(1,-1, 1), (1, 1,-1), (-1, 1,-1), (-1,-1,-1),(1,-1,-1)	$\sqrt{3}$

$$\left.\begin{aligned}
&f_i^{(0)}=\rho\left[A_n+B_n c_{i\alpha}u_\alpha+C_n\left(c_{i\alpha}u_\alpha\right)^2+D_n u^2\right]\\
&A_0=\frac{1}{23},\quad B_0=0,\quad C_0=0,\quad D_0=-\frac{7}{24}\\
&A_1=\frac{1}{23},\quad B_1=\frac{1}{24},\quad C_1=\frac{1}{32},\quad D_1=-\frac{1}{48}\\
&A_2=\frac{2}{23},\quad B_2=\frac{1}{12},\quad C_2=\frac{1}{16},\quad D_2=-\frac{1}{24}
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

3D15V モデルでは，各セルにおける局所平衡分布関数は巨視的な流れ場の変数である密度ρと流速$\mathbf{u}$により式(4)のように与えられる．ここで n=0,1,2 であり，それぞれ静止粒子、速度 2 の運動粒子、速度$\sqrt{3}$の運動粒子を表している．また圧力P及び粘性係数μはそれぞれ式(5)，(6)で与えられる．

$$P=\frac{24}{23}\rho \tag{5}$$

$$\mu=\frac{2}{3}\rho(\phi-a) \tag{6}$$

2-3. マクロ量

FVLBM では LBM 同様，離散的粒子の分布関数を変数として解析が行われる．流体の密度及び運動量は分布関数を用いてそれぞれ次のように表される．

密度；

$$\rho=\sum_i f_i=\sum_i f_i^{(0)} \tag{7}$$

運動量；

$$\rho\mathbf{u}=\sum_i f_i\mathbf{c}_i=\sum_i f_i^{(0)}\mathbf{c}_i \tag{8}$$

2-4. 方程式の離散化

3 次元の有限体積法では，計算領域をいくつかの検査体積に分割し，その検査体積への流束の出入りを評価することによって空間の離散化を行なう．FVLBM ではセル節点型の有限体積法による計算が多く行なわれているが，本研究では，プログラムへの実装が比較的容易なセル中心型の有限体積法を用いる．セル中心型の有限体積法では，分布関数や流速，密度等の変数は全てセルの代表値としてセルの中心に与えられる．3 次元で離散化された式(2)の積分形の方程式は次のようになる．FVLBM ではこれを解くことになる．

$$V\frac{\partial f_i}{\partial t}+\sum_m f_{mi}^{*}A_m\mathbf{c}_i\cdot\mathbf{n}_m=-\frac{V}{\phi}\left(f_i-f_i^{(0)}\right) \tag{9}$$

ここで，Vはセルの体積，A_m，$\mathbf{n}_m$はそれぞれセルを構成する各面の面積と外向き法線ベクトルを表す．添え字mは面のインデックスである．f_{mi}^{*}は各面上における修正分布関数の代表値であり，次項で説明するスキームによりセル中心に与えられた修正分布関数f_i^{*}から求める。時間発展は 2 段階 Runge-Kutta法により次式で計算する。

$$\left.\begin{aligned}
f_i^{n+1/2}&=f_i^n-\frac{\Delta t}{2V}\left(\sum_m f_{mi}^{*n}A_m\mathbf{c}_i\cdot\mathbf{n}_m+\frac{V}{\phi}\left(f_i^n-f_i^{(0)n}\right)\right)\\
f_i^{n+1}&=f_i^n-\frac{\Delta t}{V}\left(\sum_m f_{mi}^{*n+1/2}A_m\mathbf{c}_i\cdot\mathbf{n}_m\right.\\
&\qquad\left.+\frac{V}{\phi}\left(f_i^{n+1/2}-f_i^{(0)n+1/2}\right)\right)
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

2-5. 2次多項式を用いたスキーム

有限体積法における空間の離散化精度は各面を通過する流束をいかに評価するかによって左右される．本研究では，セル中心型の有限体積法において，補間関数の局所性を維持しつつ空間の離散化精度を高める方法として，隣接する2つのセルに与えられた修正分布関数と，そのうち離散的粒子の運動方向に対して風上側に存在するセルにおける1階微分係数を補間する2次多項式を決定し，これを2つのセルの共有面における流束評価に用いるスキームを考えた。

いまFig.2に示す2つのセル A, Bの共有面上の修正分布関数$f_{mi}^{\bullet}$を求める方法を説明する．この図でP_mはセルA, Bの中心を結ぶ線分とセルA, Bの共有面との交点であり，その位置での修正分布関数として$f_{mi}^{\bullet}$を得るものとする．なお，ここでは離散的粒子速度c_iの方向に対してセルA が風上側にあるものとして話を進める．

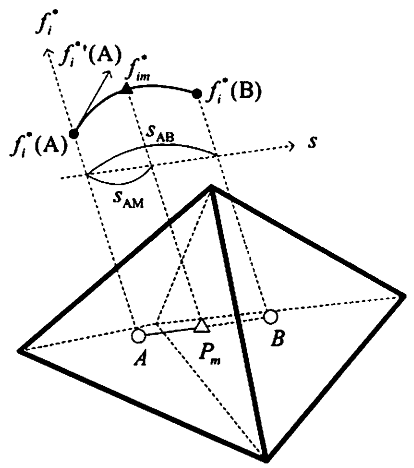


Fig.2 Quadratic polynomial scheme

まず，セルAの中心を基点として，Bの中心に向かう線分に沿った距離パラメータsを考え，修正分布関数$f_i^{\bullet}$が式(11)に示すsの2次式で表されるものとする。このとき$f_i^{\bullet}$の1階導関数は式(12)のようになる．

$$f_i^{\bullet}(s) = \alpha_0 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 \tag{11}$$

$$\frac{\partial f_i^{\bullet}(s)}{\partial s} = \alpha_1 + 2\alpha_2 s \tag{12}$$

ここでセルA, Bにおける修正分布関数をそれぞれ$f_i^{\bullet}(\mathrm{A})$, $f_i^{\bullet}(\mathrm{B})$, セルAにおける1階微分係数を$f_i^{\bullet}{}'(\mathrm{A})$とすると，これらと2次式の係数$\alpha_0$, α_1, α_2との間には式(13)のような関係がある．ただしs_{AB}はセルA, Bの中心点間の距離である．

$$\left.\begin{aligned} f_i^{\bullet}(\mathrm{A}) &= f_i^{\bullet}(0) = \alpha_0 \\ f_i^{\bullet}(\mathrm{B}) &= f_i^{\bullet}(s_{\mathrm{AB}}) = \alpha_0 + \alpha_1 s_{\mathrm{AB}} + \alpha_2 s_{\mathrm{AB}}^2 \\ f_i^{\bullet}{}'(\mathrm{A}) &= \frac{\partial f_i^{\bullet}(0)}{\partial s} = \alpha_1 \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

式(13)より，2次式の係数α_0, α_1, α_2が次のように決定される．

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= f_i^{\bullet}(\mathrm{A}) \\ \alpha_1 &= f_i^{\bullet}{}'(\mathrm{A}) \\ \alpha_2 &= \left(f_i^{\bullet}(\mathrm{B}) - f_i^{\bullet}(\mathrm{A}) - f_i^{\bullet}{}'(\mathrm{A}) s_{\mathrm{AB}}\right) / s_{\mathrm{AB}}^2 \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

これらを用いて，共有面上の修正分布関数$f_{si}^{\bullet}$を次式で評価できる．ただしs_{AM}はセルAの中心からP_mまでの距離である．

$$f_{mi}^{\bullet} = f_i^{\bullet}(s_{\mathrm{AM}}) = \alpha_0 + \alpha_1 s_{\mathrm{AM}} + \alpha_2 s_{\mathrm{AM}}^2 \tag{15}$$

なお，セルAにおける修正分布関数のsに対する微分係数は次式から求める．

$$\begin{aligned} f_i^{\bullet}{}'(\mathrm{A}) &\equiv \frac{\partial f_i^{\bullet}(\mathrm{A})}{\partial s} \\ &= \frac{\partial f_i^{\bullet}(\mathrm{A})}{\partial x}\frac{dx}{ds} + \frac{\partial f_i^{\bullet}(\mathrm{A})}{\partial y}\frac{dy}{ds} + \frac{\partial f_i^{\bullet}(\mathrm{A})}{\partial z}\frac{dz}{ds} \end{aligned} \tag{16}$$

ここで$\left(\dfrac{dx}{ds}, \dfrac{dy}{ds}, \dfrac{dz}{ds}\right)$はセルAの中心からBの中心に向かう単位ベクトルである．また Gauss の積分定理から式(17)の関係が成り立つが，修正分布関数の勾配はこれから導いた式(18)により求めることができる．

$$\iiint_V \left(\frac{\partial f_i^{\bullet}}{\partial x}, \frac{\partial f_i^{\bullet}}{\partial y}, \frac{\partial f_i^{\bullet}}{\partial z}\right) dxdydz = \iint_S f_i^{\bullet} \mathbf{n} dS \tag{17}$$

$$\nabla f_i^{\bullet} \equiv \left(\frac{\partial f_i^{\bullet}}{\partial x}, \frac{\partial f_i^{\bullet}}{\partial y}, \frac{\partial f_i^{\bullet}}{\partial z}\right) = \frac{1}{V}\sum_m g_{mi}^{\bullet} \mathbf{n}_m A_m \tag{18}$$

上式で$g_{mi}^{\bullet}$はセルを構成する各面上での修正分布関数で，次式のようにその面の両側のセルA, Bの中心における修正分布関数から次式により求める．

$$g_{mi}^{\bullet} = \frac{f_i^{\bullet}(\mathrm{A}) + f_i^{\bullet}(\mathrm{B})}{2} \tag{19}$$

このスキームでは，2次多項式の係数算出や値の評価に伴い，通常の LBM に比べて多少計算時間を要するが，非構造格子のメリットを活かして不必要なところではセル数を減らすことにより全体として計算時間を減らすことも期待できる．

2-6. 境界条件

本研究では，境界に接するセルも式(10)により時間発展させるものとする．しかし，境界に接するセルの場合，境界面を共有する隣接セルが存在しないため，式(9)の$f_{mi}^{\bullet}$を前項で説

明した2次多項式によるスキームにより求めることができない．そこでそのような場合には特別に次式によりf_{mi}^*を決定することにする．

$$f_{mi}^* = \begin{cases} f_i^*(\mathrm{A}) + \nabla f_i^*(\mathrm{A}) \cdot \left(\mathbf{r}_{\mathrm{P}_m} - \mathbf{r}_{\mathrm{A}}\right) & (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{n}_m \geq 0) \\ f_{(b)i}^* & (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{n}_m < 0) \end{cases} \tag{20}$$

上式の$f_{(b)i}^*$は，境界の状態によって式(21)，(22)のように与える．ここで，境界面が固定壁の場合は，境界面上の粒子分布が十分平衡状態に近いものと仮定し，分布関数が局所平衡分布関数に等しいとした．一方，境界面が移動壁の場合は，境界面上の分布関数の非平衡成分が，境界セルの中心における分布関数の非平衡成分に等しいものとした．

固定壁の場合；

$$f_{(b)i}^* = f_{(b)i}^{(0)} \tag{21}$$

移動壁の場合；

$$\left.\begin{aligned} f_{(b)i}^* &= f_{(b)i}^{(0)} + f_i^{neq}(\mathrm{P}) - \frac{a}{\phi} f_i^{neq}(\mathrm{P}) \\ f_i^{neq}(\mathrm{P}) &= f_i(\mathrm{P}) - f_i^{(0)}(\mathrm{P}) \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

式(22)の$f_i^{neq}(\mathrm{P})$は境界セルの中心における分布関数の非平衡成分を表す．なお，境界面上での局所平衡分布関数$f_{(b)i}^{(0)}$は，境界面上における流体のマクロ量から式(4)により求める．本研究では壁面境界に粘着条件を適用するものとし，そこでのマクロ量ρ_b，$\mathbf{u}_b$を次のように与える．$\mathbf{u}_w$は境界壁の移動速度である．

$$\rho_b = \rho(\mathrm{P}), \quad \mathbf{u}_b = \mathbf{u}_w \tag{23}$$

また，式(18)により修正分布関数の勾配を求める際も，境界部分のセルについては隣接セルが存在しないために，式(19)により境界面上の修正分布関数g_{mi}^*を求めることができない．この場合は代わりに次式でg_{mi}^*を与える．

$$g_{mi}^* = f_{(b)i}^* \tag{24}$$

3. 3次元キャビティ流れの計算

ここまで説明してきた手法により，Fig.3に示す立方体内部を計算領域とする3次元キャビティ流れの解析を行った．計算領域内の流体は最初静止しており，計算開始と同時に上方の壁のみが一定速度で面の接線方向に動き出す．このとき粘性力により計算領域内に対流が発生する．上壁の速度を代表速度Uとし，立方体の1辺の長さを代表長さLとする．座標原点は立方体の重心にとった．このとき計算領域は$-0.5L \leq x \leq 0.5L$，$-0.5L \leq y \leq 0.5L$，$-0.5L \leq z \leq 0.5L$となる．計算格子としてFig.4に示すような，3次元非構造格子（テトラメッシュ）を用いた．なおこの流れ場はz=0 平面に対して対称になると考えられるため，格子はz=0 平面に対して対称にセルが配置されたものを用意した．総セル数は122996，セル重心間の最小距離は$\Delta s_{\min}$=0.00713である．

3-1. 計算条件

代表速度である上壁速度はU=0.2，代表長さである立方体の1辺の長さはL=1.0とし，それらを基準としたReynolds数をRe=100とした．初期密度はρ_0=1.0とする．時間刻みはΔt=0.004とした．

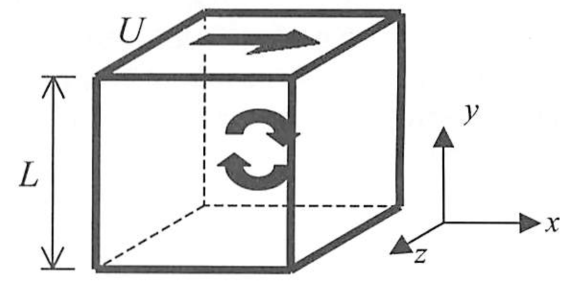


Fig.3 Calculation diagram

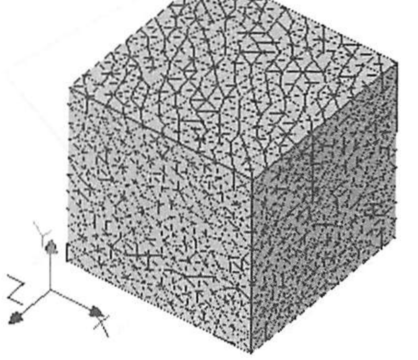


Fig.4 Computational grid

3-2. 計算結果

Fig.5にz=0.0L，0.1L，0.2L，0.3L，0.4L，0.5Lの各平面を通過する流線を示す．速度は代表速度Uで無次元化している．なおここでは図は省略したが，z<0.0の領域についてはこれらと対称的な流れが得られた．領域全体として3次元的な流れ場が形成されており，y=0.5Lの位置にある壁の移動によって発生した大きな対流が，計算領域内の外縁を大きく旋回しながら，z=0.5Lの方に向かって螺旋状に流れている様子が確認できる．またその大きな対流の影響によって，z=0.5Lの面から計算領域中央に向かう2次的な螺旋状の小さな対流が発生していることが確認できる．

次に，z=0.0L平面上での，x=0.0Lにおけるx方向速度成分，及びy=0.0Lにおけるy方向速度成分の分布をFig.6に示す．白丸が本計算の結果であり，KuらによるN-S方程式による数値解析結果[7]を実線で示してある．本計算が非常に良くN-S解と一致していることがわかる．

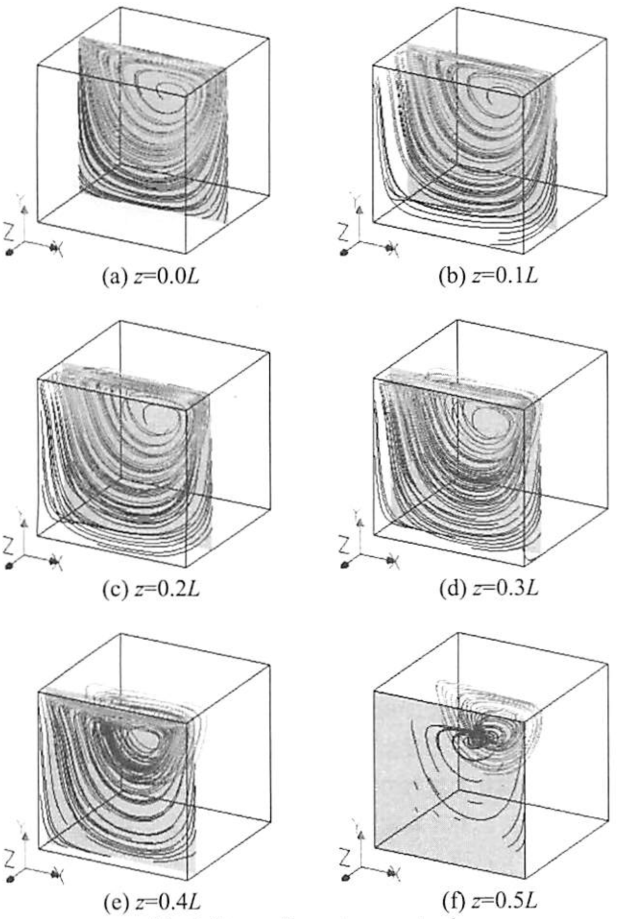

(a) z=0.0L (b) z=0.1L (c) z=0.2L (d) z=0.3L (e) z=0.4L (f) z=0.5L

Fig.5 Stream lines at z-const. plane

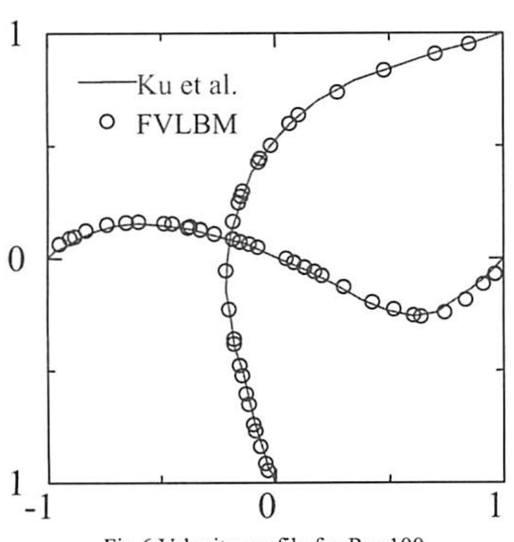


Fig.6 Velocity profile for Re=100

4. 並列計算処理

構造格子の場合，格子が規則正しく配列されているため，並列計算を行う上で重要な計算領域の分割，各 CPU 間のデータ通信の処理を比較的容易に行うことができる．しかし非構造格子の場合は，セルが不規則に並んでいるため，これらに工夫を要する．本研究では分散メモリ型の並列化処理をFVLBM に適用して計算を行う．

4-1. 計算格子の分割方法

並列処理のための計算格子の分割方法について簡単に説明する．Fig.7 に示すような格子を分割する場合を考える．まず，それぞれのCPUに振り分けるセル数がほぼ等しくなるように適当な分割面（Fig.7 の太線）を決め，格子を分割する．この結果得られた各分割格子の中で分割面に面したセルをタイプ-1，それ以外のセルをタイプ-0 とする．次に，もともとタイプ-1 のセルの隣接セルであり分割処理によって切り離されてしまったセルをタイプ-2 として各分割格子に追加する．このようにして計算格子をFig.8 に示すように分割できる．ここで，タイプ-1 とタイプ-2 のセルは並列計算時にデータの通信に使用するセルであり，B1(b)，B2(a)，B2(b)，B3(a)のタイプ-1 のセルは，それぞれB2(a)，B1(b)，B3(a)，B2(b)のタイプ-2 のセルと，元の格子において同じセルである．

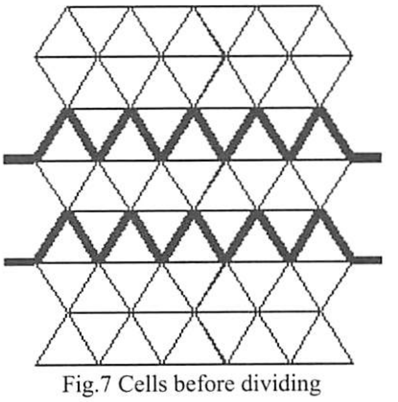


Fig.7 Cells before dividing

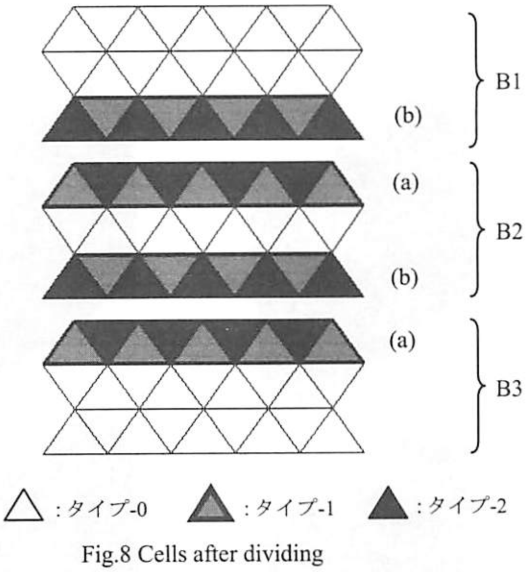


Fig.8 Cells after dividing

4-2. 並列処理方法

前述の方法で分割した計算格子に対する計算を各CPUに割り振ることで並列処理を行う．ここでは，下記手順に示すように，1 回の衝突計算のために各分割格子間で 2 度のデータ通信を行う．

1) タイプ-0 とタイプ-1 のセルにおいて修正分布関数の勾配∇f_i^{*n}を求める．

2) タイプ-1 のセルの∇f_i^{*n}を，対応するタイプ-2 のセルへと受け渡す. 即ち勾配のデータをB1(b), B2(a), B2(b), B3(a)のタイプ-1 のセルから，それぞれB2(a), B1(b), B3(a), B2(b)のタイプ-2 のセルへと転送する.（1 回目の通信）

3) タイプ-0 とタイプ-1 のセルにおいて時間発展計算を行い, f_i^{*n+1} (2 段階Runge-Kutta法の場合, 厳密には$f_i^{*n+1/2}$)を求める.

4) タイプ-1 のセルのf_i^{*n+1}を，対応するタイプ-2 のセルへと受け渡す. 即ち 2)と同様のセル間でf_i^{*n+1}のデータ転送を行う.（2 回目の通信）

本研究では時間発展計算に 2 段階 Runge-Kutta 法を用いるので，1 タイムステップごとに上記の手続きを 2 回行うことになる.

4-3. 並列処理による 3 次元キャビティ流れの計算

上述の並列計算方法の妥当性を確認するため，3 次元キャビティ流れの計算を, 並列計算と単独 CPU による計算の両方で行い，結果を比較した. 単独 CPU 計算には Fig.4 の計算格子を用い，並列計算ではこれを Fig.9 のように 4 つに分割したものを用いた. 上壁速度 U=0.2 を代表速度とし，立方体の 1 辺長さ L=1.0 を代表長さとして，レイノルズ数 Re=100 の計算を行った. 計算の結果得られた流線図を Fig.10 に示す. (a)が並列計算によるもの，(b)が単独 CPU での計算によるものである. 両者は全く同じ流線となっており，本計算に用いた並列処理が正しく動作することを確認できた.

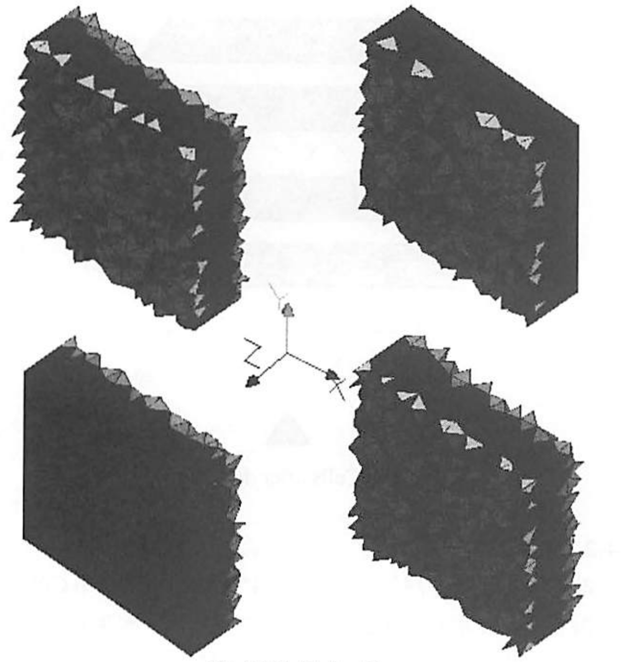
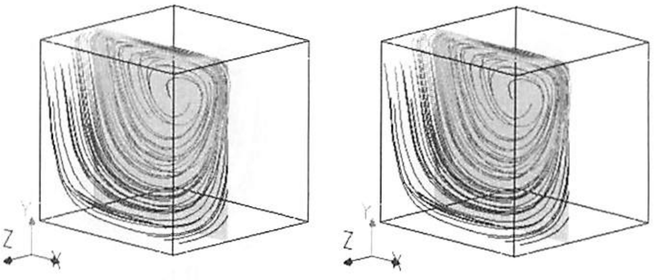


Fig.9 Divided grids



(a) Parallel processing　　(b) Non-parallel processing

Fig.10 Comparison of stream lines

5. 結言

有限体積格子ボルツマン法に，分布関数とその微分係数を補間する 2 次多項式を用いたスキームを適用し，非構造格子（テトラメッシュ）を用いて 3 次元キャビティ流れの解析を行った. この結果，3 次元的な対流を伴う流れ場の様子を捉えるとともに，N-S 方程式による解析結果と良く一致する解を得ることができた. また, 並列計算による 3 次元キャビティ流れの計算を行い, 単独 CPU 計算の場合と等しい結果を得た. これにより，本研究で用いた有限体積格子ボルツマン法における並列計算方法の妥当性を確認し，3 次元的に複雑な形状をもつ物体周りの流れや，より広い計算領域を対象とする解析など，多くのセルを必要とする問題への本手法の適用可能性を示すことができた.

参考文献

(1) Tsutahara, M., et al., *Lattice Gas and Lattice Boltzmann Methods*, (1999), Corona Publishing Co., Ltd.

(2) Tsutahara, M., et al., Direct Simulation of Acoustic Waves by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.69, No.680 (2003).

(3) Tsutahara, M., et al., A Study of New Finite Difference Lattice Boltzmann Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.68, No.665 (2002), pp.15-21.

(4) Ozawa, T., et al., Numerical Analysis of Fluid Dynamics by Finite Volume Lattice Boltzmann Method, *Transactions of the Japan Society for Computational Engineering and Science*, No.20040005.

(5) H. Xi, G. Peng, So-H.Chou, Finite-Volume Lattice Boltzmann Method, *Physical Review E*, Vol.59 (1999), pp.6202-6250.

(6) Ubertini, S., et al., Lattice Boltzmann Method on Unstructured Grids: Further Developments, *Physical Review E*, Vol.68 (2003), pp.016701-1-016701-10.

(7) Ku, H. C., et al., A Pseudospectral Method for Solution of the Three-Dimensional Incompressible Navier-Stokes Equations, *Journal of Computational Physics*, 70, pp.439-462, (1987).