

## 温度場の不均一性を考慮したガラスレンズのモールドプレス解析

PRESS-MOLDING ANALYSIS OF GLASS LENS CONSIDERING  
NONUNIFORMLY TEMPERATURE DISTRIBUTION荒井 政大<sup>1)</sup>, 中村 淳之介<sup>2)</sup>, 辰己 正和<sup>3)</sup>, 伊藤 寛明<sup>4)</sup>, 松倉 利顕<sup>5)</sup>, 杉本 公一<sup>6)</sup>Masahiro ARAI, Junnosuke NAKAMURA, Masakazu TATSUMI,  
Hiroaki ITO, Toshiaki MATSUKURA and Koh-ichi SUGIMOTO

- 1) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail : arai@shinshu-u.ac.jp)  
 2) 信州大学大学院工学系研究科 (院生) (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail : junnosuke@str1.shinshu-u.ac.jp)  
 3) 信州大学大学院工学系研究科 (院生) (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail : tatsumi@str1.shinshu-u.ac.jp)  
 4) 信州大学大学院工学系研究科 (院生) (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail : sugi003@gipwc.shinshu-u.ac.jp)  
 5) チノンテック (株) (〒392-0015 諏訪市中洲 4710, E-mail : t.matsukura@chinontec.co.jp)  
 6) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail : sugimot@shinshu-u.ac.jp)

In the present paper, numerical simulation about press-molding of glass lens is investigated. Since constitutive equation of glass depend on time-history and temperature, stress relaxation is observed on the glass subjected to applied loading, and these behaviors vary drastically depending on the temperature. In the present study, creep test has been conducted to determine the thermo-viscoelastic properties of glass. The creep function obtained by the experiment has been transformed into relaxation function employing Laplace transform. Shift factor which gives the relation between the time and temperature can be determined by creep test under several temperature. In the present analysis for press-molding of glass lens, history of the temperature and its distribution is computed by unsteady heat conduction analysis prior to the analysis of cooling sequence. The total FEM analysis for press-molding are executed taking into account the nonuniformly temperature distribution in the glass lens. Residual stresses under some processing conditions are estimated, and the optimal conditions of forming process are discussed in detail.

**Key Words:** Finite Element Method, Numerical Analysis, Thermo-Viscoelasticity, Creep Test, Laplace Transform, Constitutive Equation, Press Forming, Glass Lens

## 1. 緒 論

デジタルカメラや携帯電話, 医療機器, 分析機器など, ガラス製光学レンズの用途は年々拡大しつつある. 特に近年はガラスレンズの生産コストの低減, また非球面化などへの要請から, モールドプレス成形による製造法が開発され, 注目を集めるようになった<sup>(1)</sup>. モールドプレスによる成形法は, 研磨を用いる従来の工法と比べて大量生産が可能であり, 加工の後処理が少なくなるなど, 種々の利点がある. しかしながら, ガラスレンズのモールドプレス成形は, 成形時間や金型温度, プレス圧力など, 考慮すべきパラメータが多く, 成形条件の最適値を事前に予測することは極めて困難であり, 製造現場においては, 経験的知見をもとに成形条件を決定しているのが現状である.

ガラスレンズの成形過程の数値シミュレーションにおいては, 金型とガラス材の非線形接触・大変形問題となることはもちろん, ガラスの弾性係数が温度と時間に依存する熱粘弾性体<sup>(2)(3)</sup>であることを考慮する必要がある. また, ガラスレンズの冷却に伴って生じるレンズ内の温度場の不均一性も考慮することが望ましい.

これまで著者らのグループでは, 数値解析を可能するための幾つかの仮定を設けながらも, ガラスレンズのプレス成形を有限要素シミュレーションより評価し, 一連の成果を得てきた<sup>(4)</sup>. その結果, ガラスレンズのモールドプレス成形において生じる残留応力およびガラスレンズの成形精度は, ガラスの熱粘弾性特性<sup>(5)(6)</sup>に起因して, 成形圧力や加圧時間, 冷却速度といった種々の成形パラメータに強く依存することを見出している.

しかしながらこれまでの数値シミュレーションでは, 計算条件を単純化する必要性から, ガラスレンズと金型との間で生じる熱のやりとりを考慮せず, ガラス内部の温度分布が常に均一であると仮定して計算を行ってきた.

そこで本論文では, 新たにガラスレンズ内の温度分布を考慮した上で, ガラスレンズのモールドプレスに関する有限要素解析を実施した. モールドプレスに関する成形解析に先立ち, ガラスレンズの非定常熱伝導解析を実施した. 熱伝導解析により得られた各時刻の温度履歴をフィードバックした上でガラスレンズのプレス成形解析を行い, レンズ成形後の残留応力場に及ぼす冷却条件の影響および温度分布の影響について詳細な考察を行った.

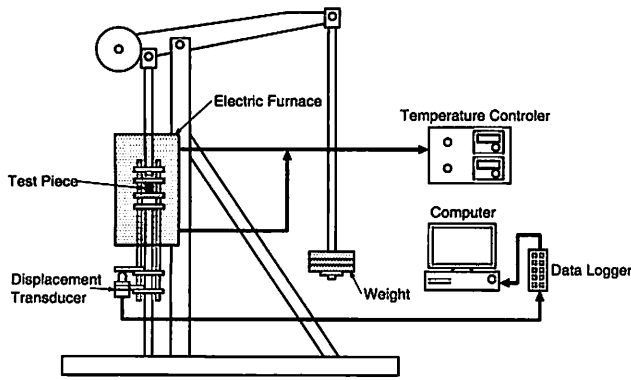


Fig.1 Schematic of creep test.

## 2. クリープ試験を用いた緩和弾性率の測定

著者らのグループでは、ガラス材料の熱粘弾性特性の測定に対し、一軸圧縮荷重を用いたクリープ試験を採用した。試験装置は図1に示すとおりであり、直径10mm、長さ10mmの円柱状のガラス試験片を電気炉の中で圧縮することにより行う。荷重は98.1[N]とし、変位の時刻歴を計測することにより、試験温度660[°C]、670[°C]、680[°C]および690[°C]におけるクリープ関数の計測を行った。なお、計測試料にはモールドプレス成形用の硝材として代表的なTaF-3を用いた。TaF-3のガラス転移温度は680[°C]、密度は4711[kg/m<sup>3</sup>]、ヤング率(瞬間弾性率)は124.8[GPa]、ポアソン比は0.298である。

さて、線形粘弾性理論によれば、粘弾性体に作用する応力 $\sigma(t)$ とひずみ $\varepsilon(t)$ の関係は以下のような畳み込み積分により記述することができる(4)(7)。

$$\sigma(t) = \int_0^t k(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \varepsilon(\tau) d\tau + k(t)\varepsilon(0) \quad (1)$$

ここで $k(t)$ は緩和弾性率であり、 $t=0[s]$ において単位ステップ状のひずみ入力作用したときの応力の時間変動を意味する。この式を、単位ステップ状の応力が作用したときのひずみ応答、すなわちクリープ関数 $J(t)$ を用いて書き直すと以下のようになる。

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \sigma(\tau) d\tau + J(t)\sigma(0) \quad (2)$$

式(1)および式(2)にLaplace変換を施すと次式を得る。

$$\bar{\sigma}(s) = s\bar{k}(s)\bar{\varepsilon}(s), \quad \bar{\varepsilon}(s) = s\bar{J}(s)\bar{\sigma}(s) \quad (3)$$

ここで、 $s$ はLaplace変換パラメータであり、各物理量のLaplace変換を上付き添字‘ $\bar{\cdot}$ ’にて示した。よって、式(3)よりクリープ関数のLaplace変換 $\bar{J}(s)$ と緩和弾性率のLaplace変換 $\bar{k}(s)$ には以下の関係が成立することがわかる。

$$\bar{k}(s) = \frac{1}{s^2\bar{J}(s)} \quad (4)$$

よって、実験により得られたクリープ関数にLaplace変換を適用した後、式(4)を用い、さらにLaplace逆変換を施せば、最終的に緩和弾性率 $k(t)$ が求められることがわかる。し

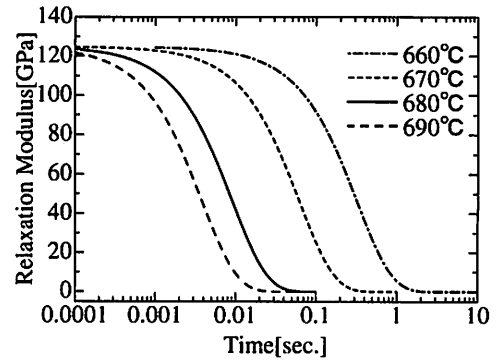


Fig.2 Relaxation modulus  $k(t)$  of TaF-3.

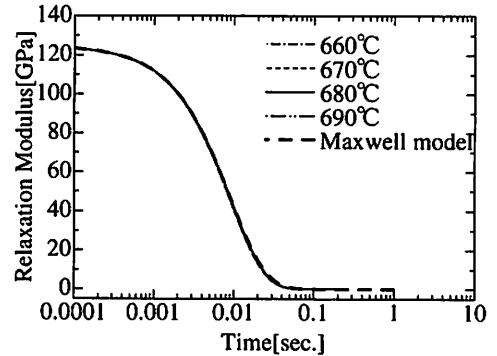


Fig.3 'Shifted' relaxation modulus for each temperatures and identified master curve using Maxwell model.

かしながら一般には、Laplace像空間上の演算および数値的なLaplace逆変換の過程を経るため、単純な数値演算では多くの誤差が重畳する結果となる。

そこで本論文では、Laplace変換に伴う数値誤差を回避するため、実験により得られたクリープ関数を次式のようにべき関数を用いて近似する方法を採用する。

$$J(t) = \sum_{i=1}^N a_i t^i + \frac{1}{k_0} \quad (5)$$

ただし、 $k_0$ は瞬間弾性率、すなわち室温環境におけるヤング率である。上式は解析的なLaplace変換が可能で、結果的に、

$$\bar{J}(s) = \sum_{i=1}^N a_i \frac{i!}{s^{i+1}} + \frac{1}{sk_0} \quad (6)$$

となる。最終的に式(6)より、緩和弾性率のLaplace変換 $\bar{k}(s)$ が以下のように求められる。

$$\bar{k}(s) = 1 / \left\{ s^2 \left( \sum_{i=1}^N a_i \frac{i!}{s^{i+1}} + \frac{1}{sk_0} \right) \right\} \quad (7)$$

上式により得られた $\bar{k}(s)$ に対して数値Laplace逆変換<sup>(8)</sup>を適用すれば、実時間上の緩和弾性率 $k(t)$ が得られる。

図2は、実験により得られた各温度のクリープ関数に対して以上の手順を適用し、各測定温度における緩和弾性率を求めた結果である。なお、式(5),(6),(7)における項数 $N$ は10とした。グラフに示されているように、各温度の緩和弾性係数は同一形となることが確かめられる。

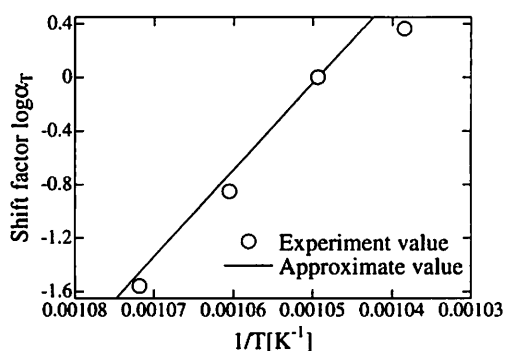


Fig.4 Shift factor of TaF-3 estimated by creep test.

図3のグラフは、680[°C](基準温度)の緩和弾性率を基準とし、その曲線に重なるように他の温度のグラフを平行移動させた場合の結果を示している。グラフに示されるように、これらの曲線群は一つの曲線に完全に重なることから、ガラスの変形挙動は線形熱粘弾性モデルにより近似し得ることが確かめられる。なお、図中には Maxwell モデル<sup>(9)</sup>により近似された曲線を併記しているが、それについては後節にて詳しく述べる。

図3における時間軸方向の移動量  $\log \alpha_{T_0}$  を縦軸に、絶対温度の逆数を横軸にとって整理した結果が図4である。グラフより、シフトファクターの測定データはほぼ一次直線的に並んでいることが確かめられる。よって、次式で定義される Narayanaswamy<sup>(10)</sup>の式を用いれば、粘性流動速度の活性化エネルギー  $\Delta H$  によりシフトファクター  $\alpha_{T_0}$  を定義することができる。

$$\ln \alpha_{T_0}(T) = \frac{\Delta H}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \quad (8)$$

ここで、 $R$  は気体定数 ( $= 8.31 \times 10^{-3} [\text{kJ/mol}]$ ) である。また、 $T_0$  は基準温度であり、本解析ではガラス転移温度 953[K] を基準温度として計算を行った。

図4の各点を最小二乗法により一次近似し、その傾きを求めた結果、活性化エネルギーは  $\Delta H = 539 [\text{kJ/mol}]$  となった。この結果を式(8)に代入することにより、任意の温度におけるシフトファクターを求めることができる。以上の手順により得られたシフトファクターを用いれば、解析における温度変化の影響を時間に置き換えることが可能となり、熱粘弾性体の数値解析が簡略化されることがわかる。

### 3. 緩和弾性率に対する Maxwell モデル

本論文では、前節の手順により求められた緩和弾性率を、Maxwell モデルを用いて近似する。今回用いた Maxwell モデルは、図5に示されるような弾性要素と粘性要素からなる5つのユニットが並列に接続され、さらに時刻無限大に対応する弾性要素  $k_\infty$  が付加された計 11 自由度のモデルである。このモデルの緩和弾性率  $k(t)$  は次式により表される。

$$k(t) = \sum_{i=1}^5 k_i \exp\left(\frac{-t}{\lambda_i}\right) + k_\infty \quad (9)$$

ここで  $k_1, k_2, \dots, k_5$  および  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5$  は未定係数であり、 $k_\infty$  は無限時間経過後の弾性率である。

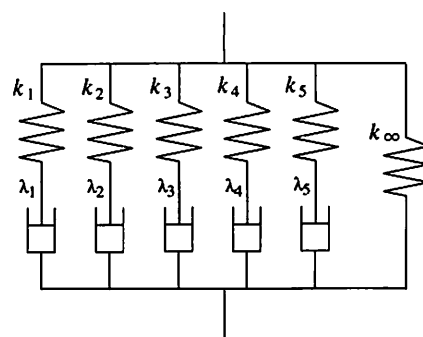


Fig.5 Maxwell model for viscoelastic materials.

今回は、区分的な弾性率の緩和に対応する  $k_1, k_2, \dots, k_5$  については既知量として与え、緩和速度に対応する  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5$  のみを未知パラメータとして探索を行った。なお、時刻無限大における弾性率  $k_\infty$  は、クリープ試験における試験片の最終形状より求めている。なお、弾性係数  $k_1, k_2, \dots, k_5$  および  $k_\infty$  と瞬間弾性率  $k_0$  との間には、以下の条件式が成立する。

$$k_0 = \sum_{i=1}^5 k_i + k_\infty \quad (10)$$

ガラス転移温度  $T_g = 680[°C] = 953[\text{K}]$  の緩和弾性率に対してカーブフィッティングを行うことにより求められた Maxwell モデルのマスターカーブを、先の図3のグラフ中に破線にて示す。同定された Maxwell モデルの曲線は、シフトされた各温度の緩和弾性率とほぼ一致していることから、本モデルにより高い近似精度が達成されていることがわかる。

最終的に同定された Maxwell モデルにおける諸定数は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} k_1 = k_2 = k_3 = k_4 &= 30.88 [\text{GPa}], \quad k_5 = 1.248 [\text{GPa}], \\ k_\infty &= 1.97 [\text{MPa}], \\ \lambda_1 &= 7.0 [\text{ms}], \quad \lambda_2 = 9.0 [\text{ms}], \quad \lambda_3 = 10.0 [\text{ms}], \\ \lambda_4 &= 11.0 [\text{ms}], \quad \lambda_5 = 30.0 [\text{ms}] \end{aligned}$$

## 4. 数値シミュレーション

### 4.1 球面レンズのプレス成形解析 (Model 1)

はじめに、図6で示されるような球面レンズの成形シミュレーションの結果について示す。解析モデルは図に示されるように、直径 8[mm] の球形のガラス試料と、上下2つの金型からなるモデルであり、上下方向から圧縮荷重を加えることにより、曲率半径 18.5[mm] の球面レンズを作成するプロセスを取り扱う。軸対称モデルを用い、四角形2次要素を用いてガラス材を 288 要素、金型部分を 588 要素にて分割した。また解析には汎用有限要素法コード ANSYS ver.9.0 を用いた。

温度条件と圧力条件は図7のシーケンスに示されるとおりである。本解析では、金型の上面に作用する圧力を制御することにより、ガラスレンズの成形過程を模擬する。成形圧力は  $P = 8 [\text{MPa}]$  とし、加圧時間は  $t_p = 30 [\text{s}]$ 、昇圧および降圧の時間は 1[s] とした。また、冷却過程において、1[MPa] の補圧を作用させることとした。

温度条件に関しては、はじめに金型とガラス材の温度を  $T =$

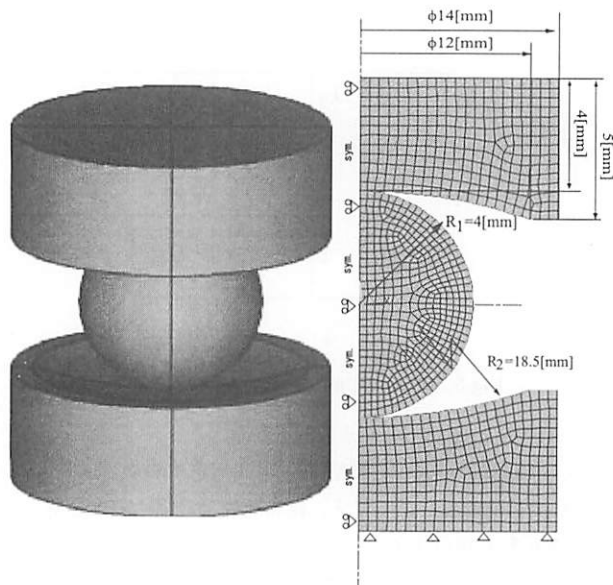


Fig.6 FEM model 1 (spherical lens ; R=18.5[mm])

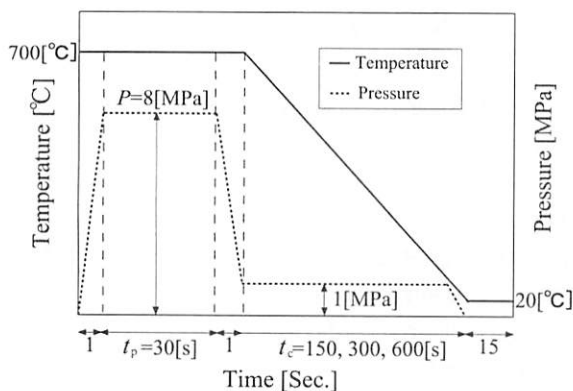


Fig.7 Pressure and temperature condition in forming process.

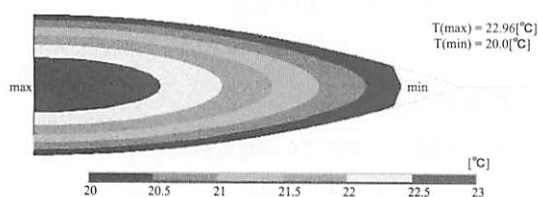


Fig.8 Temperature distribution in the glass lens (at  $t = 332[s]$ ,  $t_c = 300[s]$ , model 1)

700[°C] に保ち、その後一定の温度勾配にて室温まで冷却するプロセスとし、冷却時間  $t_c$  を 150[s], 300[s], 600[s] の 3 通りとして解析を行った。なお、冷却に際しては、ガラス材の表面温度と金型温度を一定に制御するものとした。

ガラスの熱粘弾性特性は、前節で導出したマスターカーブおよびシフトファクターを用いて与えた。また、ガラスの線膨張係数は、熱分析測定装置 (TA50-WS; 島津製作所) により測定した結果を用いて以下のように 4 次の線形多項式により近似した。

$$\rho(T) = \alpha_0 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2 + \alpha_3 T^3 + \alpha_4 T^4 \quad (11)$$

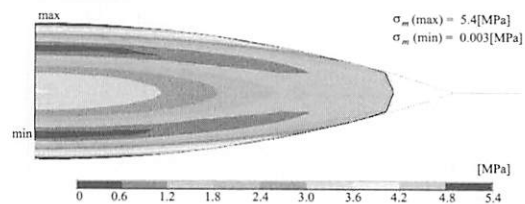


Fig.9 Residual stress (von Mises) in the spherical lens (model 1,  $t_c = 150[s]$ ).

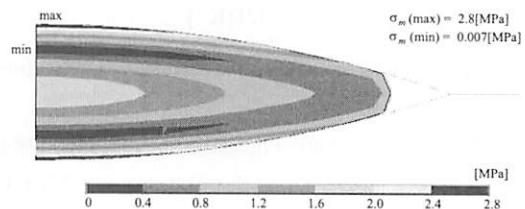


Fig.10 Residual stress (von Mises) in the spherical lens (model 1,  $t_c = 300[s]$ ).

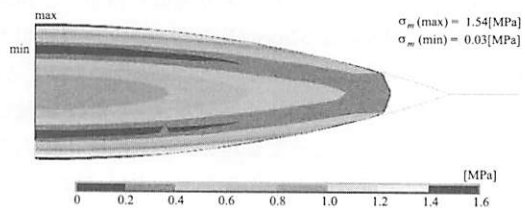


Fig.11 Residual stress (von Mises) in the spherical lens (model 1,  $t_c = 600[s]$ ).

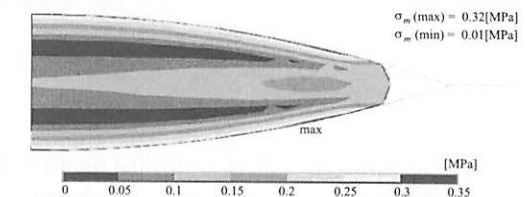


Fig.12 Residual stress (von Mises) in the spherical lens (model 1,  $t_c = 300[s]$ , uniformly temperature distribution).

ここで、係数  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_4$  には以下の値を用いた。

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 5.48 \times 10^{-6} [K^{-1}], \quad \alpha_1 = 3.16 \times 10^{-9} [K^{-2}] \\ \alpha_2 &= 4.87 \times 10^{-11} [K^{-3}], \quad \alpha_3 = -1.78 \times 10^{-13} [K^{-4}] \\ \alpha_4 &= 1.69 \times 10^{-16} [K^{-5}] \end{aligned}$$

また、上下の金型材料は超硬とし、ヤング率を 630[GPa]、ポアソン比を 0.2、線膨張係数は  $4.6 \times 10^{-6} [1/K]$  とした。熱伝導を考慮したガラスレンズのプレス成形をシミュレーションを行うにあたり、以下のような手順で数値計算を実行した。

- (1) STEP 1: 解析開始時点 ( $t = 0[s]$ ) から冷却開始 ( $t = 32[s]$ ) までの区間においては、ガラス材と金型の温度は均一 ( $T = 700[^\circ C]$ ) であるものと仮定してガラス材のプレス成形解析を行う。
- (2) STEP 2: 時刻  $t = 32[s]$  より、金型およびガラス材外部部の温度を、図 7 に示される温度条件にて降下させるものとし、レンズ内に生じる温度分布を非定常熱伝導問題として解析する。なお、ガラス材の比熱は 629[J/(kg·K)]、熱伝導率は 1.03[W/(m·K)] を用いた。

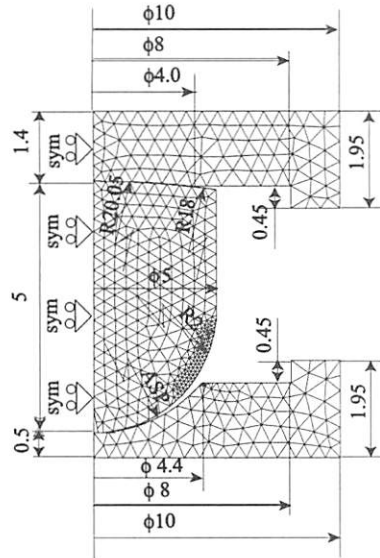


Fig.13 FEM model 2 (aspherical lens)

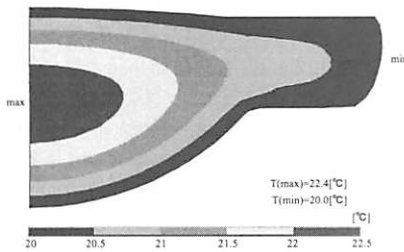


Fig.14 Temperature distribution in the glass lens (at  $t = 332[s]$ ,  $t_c = 300[s]$ , model 2)

(3) STEP 3: 時刻  $t = 32[s]$  以降のプレス成形解析においては、上記 (2) にて計算されたレンズ内の各節点位置における温度プロファイルをフィードバックすることにより成形解析を行う。なお、プレス成形解析は温度降下が終了した時刻からさらに 15 秒ほど保持し、ガラス内の温度がほぼ一様となった時点で終了する。

冷却時間の異なるいずれの解析においても、レンズ外表面と内部との温度差が最も大きくなる時刻は温度が降下して室温に達した時刻であった。図 8 は、 $t_c=300[s]$  の場合においてレンズ内の温度差が最も大きくなった時刻  $t_c=332[s]$  における温度分布の解析結果である。レンズ内部と表面点の温度差は約 3 度であった。この温度差は当然ながらレンズの冷却速度が増すほど大きくなる傾向にある。

図 9、図 10、図 11 は、冷却時間を 3 通りに変えた各々の場合について成形終了後の残留応力 (Mises 相当応力) の分布を示した結果である。 $t_c = 150[s]$ ,  $300[s]$ ,  $600[s]$  の各解析における残留応力の最大値は  $5.4[MPa]$ ,  $2.8[MPa]$ ,  $1.54[MPa]$  であり、ほぼ冷却時間に反比例する形で残留応力は減少する結果を示した。また、残留応力の最大値は、冷却速度によらずレンズの中心軸上の表面点にて発生していることがわかる。

なお、レンズ内の熱伝導を考慮せず、レンズ内の温度が均一であるものとして成形解析を行った結果が図 12 である。残留応力の最大値はレンズの外周よりやや内側の表面部に発生しており、熱伝導を考慮した場合と比べ、あきらかに応力分

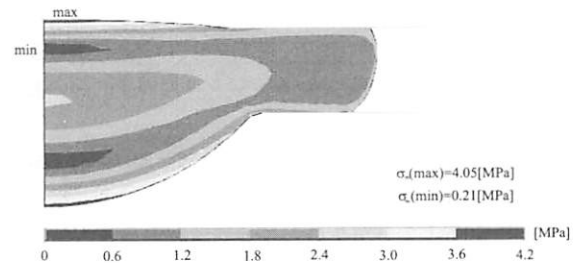


Fig.15 Residual stress (von Mises) in the aspherical lens (model 2,  $t_c = 150[s]$ ).

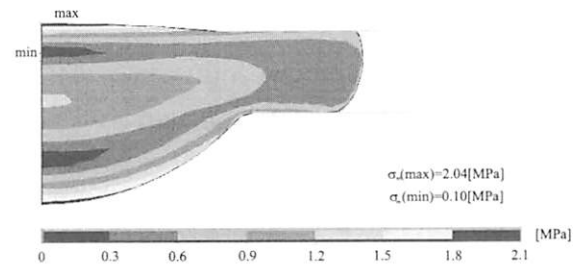


Fig.16 Residual stress (von Mises) in the aspherical lens (model 2,  $t_c = 300[s]$ ).

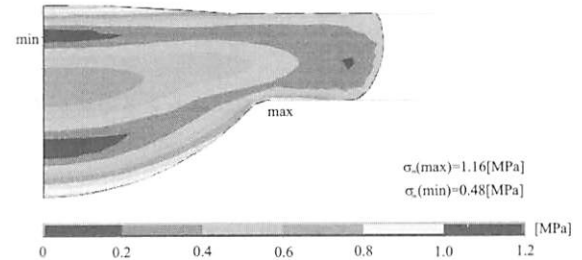


Fig.17 Residual stress (von Mises) in the aspherical lens (model 2,  $t_c = 600[s]$ ).

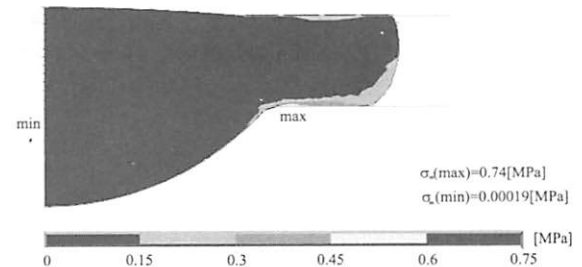


Fig.18 Residual stress (von Mises) in the aspherical lens (model 2,  $t_c = 300[s]$ , uniformly temperature distribution).

布が異なることが確かめられる。また、残留応力の最大値は  $0.32[MPa]$  と、熱伝導を考慮した場合と比べはるかに小さい値が見積もられていることが確かめられる。

#### 4・2 非球面レンズのプレス成形解析 (Model 2)

次に、図 13 で示されるような非球面レンズの成形シミュレーションの結果について示す。金型および被加工材の寸法は図に示されるとおりであり、砲弾型に一次加工されたガラス材をプレス加工することにより、非球面レンズの成形を行うプロセスについて数値解析を行った。圧力条件および冷却条件は、先の球面レンズの場合と同様に図 7 の条件に従った。ガラス材を 542 要素、金型を 323 要素にて分割し、材料の熱粘弾性特性をはじめとする種々の物性値については、すべて先の球面レンズの解析と同じ値を用いた。

図 14 は冷却時間が  $t_c = 300[s]$  の場合における非定常熱伝導解析の結果を示しており、時刻  $t = 332[s]$  におけるレンズ内部の温度分布を示している。レンズ外周と内部の温度差は約  $2.4[^\circ\text{C}]$  であった。

図 15, 図 16, 図 17 に、3 通りの冷却時間における成形終了後の残留応力 (Mises 相当応力) の分布を示した。  $t_c = 150[s]$ ,  $300[s]$ ,  $600[s]$  の各解析における残留応力の最大値はそれぞれ、  $4.05[\text{MPa}]$ ,  $2.04[\text{MPa}]$ ,  $1.16[\text{MPa}]$  であった。ただし、  $t_c = 150[s]$  と  $t_c = 300[s]$  の解析では、残留応力の最大値はレンズの中心軸上の表面点にて生じたが、  $t_c = 600[s]$  の結果においてはレンズ下面の角部 (負の曲率をもつ部分) で最大となった。

図 18 はレンズ内の温度分布を考慮しない場合 ( $t_c = 300[s]$ ) であり、この場合についても残留応力の値はレンズ下面の角部で最大となった。この結果より、レンズ内の温度差が比較的小さい場合には、レンズ下面の角部にて残留応力が最大となる傾向にあるといえる。他方、温度分布の影響が大きい場合、すなわち冷却過程においてレンズ内部と外周部の温度差が大きい場合には、レンズ中心軸上の表面点にて残留応力が最大となる傾向が認められる。

## 5. 結 論

本論文では、有限要素法よりガラスレンズのプレス成形に関する数値シミュレーションを実施し、温度降下条件とガラスレンズに発生する変形および残留応力の関係について詳細な検討を行った。

これまでの研究においては、冷却過程におけるレンズ内の温度分布の影響を考慮せずに解析を行ってきた。本論文では新たにガラスの非定常熱伝導解析を実施し、得られた解析結果をフィードバックすることにより、ガラスレンズ内の温度分布を考慮したモールドプレス成形の数値シミュレーションが可能となることを示した。

ガラスレンズの内部と外周部の温度差は、本解析における条件では  $3[^\circ\text{C}]$  以下と、比較的小さいながらも、それが結果としてガラスに発生する残留応力の値と分布形状に強い影響を与えることが確かめられた。よって冷却速度が比較的高い条件下においては、ガラス内の非定常熱伝導を考慮することが必須となることが明らかとなった。

今後は実際のガラスレンズとシミュレーション結果の比較を詳細に行うとともに、ガラスと金型の摩擦や接触熱伝導の条件をさらに詳細に与えることにより、解析精度の改善を図っていく予定である。

## 参 考 文 献

- (1) 梅谷 誠： プレス成形によるガラスレンズの作成, *NEW GLASS*, **13-2**, (1998), pp.32-37.
- (2) Morland, L. W. and Lee, E. H. : *Stress Analysis for Linear Viscoelastic Materials with Temperature Variation*, *Transaction of the Society of Rheology*, **4**, (1960), pp.233-263.
- (3) 村上 謙吉： レオロジー基礎論, (1991), 産業図書, pp.151-170.
- (4) 荒井政大, 山本和也, 松葉郁文, 松倉利顕, 杉本公一： 熱粘弾性モデルを用いたガラスレンズの成形シミュレーション, *日本計算数理工学論文集*, **3**, (2003), pp.39-44.
- (5) 例えば, クリュチニコフ他, 千野英春訳： *ガラスの科学*, 科学普及新書, (1972), 東京図書.
- (6) 例えば, Holloway, D. G., 大井喜久男訳： *ガラスの物理*, モダンサイエンスシリーズ, (1977), 共立出版.
- (7) 荒井政大, 柴田康二, 足立忠晴： 境界要素法による熱粘弾性材料の残留応力解析, *境界要素法論文集*, **15**, (1998), pp.29-34.
- (8) 細野敏夫： BASIC による高速ラプラス変換, (1984), 共立出版.
- (9) 例えば, 山田義昭： 塑性・粘弾性 (有限要素法の基礎と応用シリーズ 6), (1980), 日本機械学会編, 培風館.
- (10) O. S. Narayanaswamy : A Model of Structural Relaxation in Glass, *Journal of the American Ceramic Society*, **54-10**, (1971), pp.491-498.