

境界積分方程式法を用いたレーザ超音波非破壊評価に関する研究

APPLICATION OF BIEM TO LASER ULTRASONIC QNDE

吉川 仁¹⁾, 西村 直志²⁾

Hitoshi YOSHIKAWA and Naoshi NISHIMURA

1) 京都大学 工学研究科 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町, E-mail: yosikawa@mbox.ku.dpc.kyoto-u.ac.jp)

2) 京都大学 学術情報メディア (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町, E-mail: nchml@medi.a.kyoto-u.ac.jp)

Laser ultrasonic quantitative non-destructive estimate using time domain BIEM is investigated. Input waves from an ultrasonic source generated with a laser pulse determined with Green's function of elastodynamics. We compute the laser generated wave field of thermoelasticity in a aluminium test piece with time domain BIEM. The computed velocities and the measured velocities on the surface of the test piece are well agreed.

Key Words: QNDE, Laser generated ultrasound, Thermoelastic equation, Wave propagation, Green's function, Time domain BIEM

1. 研究背景・目的

近年、超音波の励起にパルスレーザを、超音波の計測にレーザ干渉計を用いるレーザ超音波非破壊試験 (Fig.1) が行われており、レーザ干渉計により計測される変位や速度といった物理量の波形データを利用した定量的非破壊評価法の確立が求められている。レーザ計測による波形データを用いた非破壊評価を行う上で、パルスレーザにより励起される超音波を定量的に同定する必要があり、関連する研究も行われている^(1, 2)。パルスレーザにより励起される弾性波動は2つのモードに分類され、供試体に照射されるパルスレーザの強度が弱ければ、照射部付近に熱膨張が起こり弾性波動が発生する (T モード) (Fig.2)。パルスレーザの強度が強くなると、供試体表面にアブレーションが生じ、アブレーションの影響により弾性波動が発生する (A モード) (Fig.3)。著者らは、これまで半無限弾性領域における熱伝導方程式と時間域の動弾性方程式の Green 関数を求め、Green 関数を用いてパルスレーザによる超音波励起 (T モード, A モード) に相当する初期値境界値問題を解き、超音波励起レーザのソースを同定した⁽³⁾。しかし、実際の非破壊試験では、Green 関数が簡単に求まる様な領域を対象とする事は稀である。定量的なレーザ超音波非破壊評価の実問題への適用を考える上で、複雑な形状の領域や、欠陥やクラックといった散乱体を内部に含む領域内のレーザ励起弾性波動場を、境界積分方程式法等の数値解法を用いて数値的に再現する必要がある。

本論文では、供試体を傷つけることなく繰り返しレーザ照射を行う事が可能な T モードの超音波励起に着目し、ソース同定により復元されたパルスレーザの供試体への影響を入射波とする初期値境界値問題を時間域動弾性 BIEM^(4, 5) を

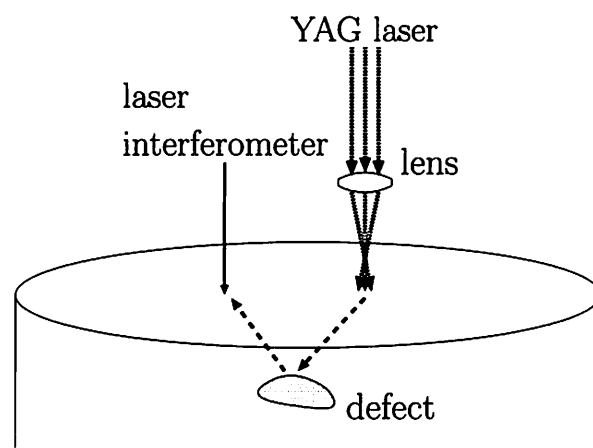


Fig. 1 レーザ超音波計測

用いて解く。また、時間域 BIEM により計算された供試体表面の粒子速度を計測値、Green 関数を用いて得られた解と比較し、その精度を検証する。

2. 熱膨張による弾性波動場の計算

2.1. 熱弾性方程式に支配される初期値境界値問題

パルスレーザの照射による供試体の熱膨張により弾性波動場が形成される。熱ひずみを ε_{kl}^T 、弾性ひずみを ε_{kl}^{ED} とし、等方性を仮定すると、

$$\begin{aligned}\varepsilon_{kl}^{ED} &= \varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^T \\ \varepsilon_{kl}^T &= \alpha^T T \delta_{kl}\end{aligned}$$

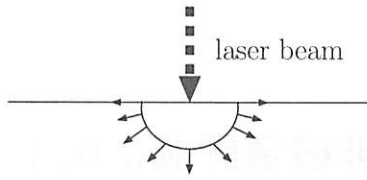


Fig. 2 Tモード

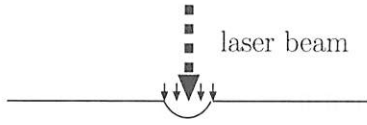


Fig. 3 Aモード

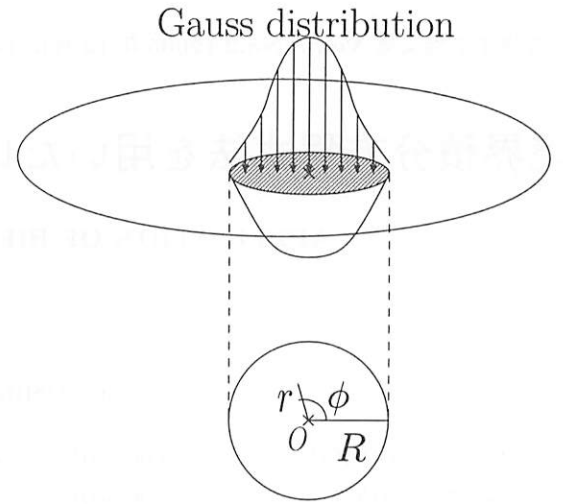


Fig. 4 パルスレーザーの強度分布

であり、熱応力は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{ED} \\ &= \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \alpha^T (3\lambda + 2\mu) T \delta_{ij}\end{aligned}$$

ここで、 α^T は線膨張率、 T は温度上昇、 C_{ijkl} は弾性定数である。

パルスレーザーは、ガウス型の空間強度分布を持つ事が知られている⁽⁶⁾。また、Qスイッチを用いた場合、パルスレーザーの照射時間は10~15 nsecと非常に短い。そのため、3次元半無限弾性領域 ($z \geq 0$) において、境界 $z = 0$ に空間分布 $\frac{q_{\text{abs}}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$ 、時間変動 $\delta(t)$ の熱量が与えられたときの弾性波動場を考える (σ^2 はガウス分布の分散)(Fig.4)。このとき、変位 $\mathbf{u}(r, z, t)$ は次の初期値境界値問題を解く事で得られる。

$$\begin{aligned}\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) &= \rho \ddot{\mathbf{u}} + \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \nabla T \quad (1) \\ \Delta T - \frac{1}{\kappa^2} \dot{T} &= -\frac{\delta(z)\delta(t)q_{\text{abs}}}{4\pi^2 r K \sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \\ \mathbf{u} &= \mathbf{0} \quad \text{for } t \leq 0 \\ \tau_{zz} = \tau_{zr} &= 0 \quad \text{on } z = 0, \text{ for } t \geq 0 \\ T &= 0 \quad \text{for } t \leq 0 \\ \frac{\partial T}{\partial n} &= 0 \quad \text{on } z = 0, \text{ for } t \geq 0 \quad (2)\end{aligned}$$

ここで、 λ, μ はラメ定数、 ρ は密度、 K は熱伝導率、 κ^2 は温度拡散率で $\kappa^2 = \frac{K}{\rho c}$ 、(c は比熱)、 \mathbf{n} は境界での外向き単位法線ベクトルで $(0, 0, -1)$ 、 $\frac{\partial}{\partial n}$ は法線微分を、 $(\dot{\quad})$ は時間微分を表す。なお、供試体(アルミニウム合金を想定)の熱伝導度が空気の熱伝導度に比べ極めて大きいため式(2)の境界条件を課す。

供試体内の温度分布 T は、熱伝導方程式の基本解を用いて次式で得られる。

$$\begin{aligned}T(r, z, t) &= \frac{2\kappa^2}{K} q_{\text{abs}} \left(\frac{1}{4\pi\kappa^2 t}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\kappa^2 t}\right) \\ &\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{(r - R \cos \phi)^2 + R^2 \sin^2 \phi}{4\kappa^2 t}\right) \\ &\exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right) R dR d\phi \quad (3)\end{aligned}$$

2.2. 時間域動弾性積分方程式

式(1)に対応する境界積分方程式は、 \mathbf{x} が領域 D の境界 ∂D 上にあるとき、次の様に書ける。

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) &= \int_{\partial D} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \mathbf{T} \mathbf{u}(\mathbf{y}, t) dS \\ &- \text{v.p.} \int_{\partial D} \Gamma_I(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \mathbf{u}(\mathbf{y}, t) dS \\ &+ \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \int_D \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \nabla T dV \quad (4)\end{aligned}$$

ここに、 $*$ は時間に関する畳み込み積分で

$$f(t) * g(t) = \int f(t-s)g(s)ds,$$

v.p. は Cauchy の主値を、 \mathbf{T} はトラクション作用素を表す。 $\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$, $\Gamma_I(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ はそれぞれ動弾性問題の基本解と二重層核であり、各々

$$\begin{aligned}\Gamma_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) &= \frac{1}{4\pi\mu} \left[\frac{\delta(t - r_0/c_T)}{r_0} \delta_{ij} \right. \\ &- c_T^2 \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} \left(\frac{(t - r_0/c_T)H(t - r_0/c_T)}{r_0} \right. \\ &\left. \left. - \frac{(t - r_0/c_L)H(t - r_0/c_L)}{r_0} \right) \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{Iij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) &= C_{jklm} \frac{\partial}{\partial y_l} \Gamma_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) n_k \\ &= -\lambda \Gamma_{i\ell, \ell}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) n_j \\ &- \mu \Gamma_{ik, j}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) n_k - \mu \Gamma_{ij, k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) n_k\end{aligned}$$

で表される。ここで、 $r_0 = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ 、 $H(t)$ は Heaviside 関数、 $(\quad)_{,i} = \frac{\partial}{\partial x_i}$ 、 c_L, c_T は、それぞれ縦波、横波の弾性波伝播速度で、

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

である。

Table 1 アルミニウム合金の諸量

密度 ρ	$2.70 \times 10^6 [\text{g}/\text{m}^3]$
比熱 c	$0.896 [\text{J}/\text{deg} \cdot \text{g}]$
線膨張率 α^T	$2.313 \times 10^{-5} [1/\text{deg}]$
熱伝導率 K	$203.9 [\text{J}/\text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{deg}]$
温度拡散率 κ^2	$8.432 \times 10^{-5} [\text{m}^2/\text{sec}]$
P 波速度 c_L	$6380 [\text{m}/\text{sec}]$
S 波速度 c_T	$3180 [\text{m}/\text{sec}]$

また、式 (3) より、供試体内の温度 $T(r, z, t)$ は z 方向の距離減衰が大きい。そのため、式 (4) 右辺第 3 項の領域積分を次の境界積分に近似しても構わない。

$$\int_D \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \nabla T dV \approx \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \int_{\partial D} \left\{ \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \int_z \nabla T dz \right\} dS \quad (5)$$

式 (4)、式 (5) により、境界上の変位 \mathbf{u} を境界積分のみで表現できる。

2.3. レーザ超音波計測とソース同定

YAG レーザ発生装置 (LOTUS TH LS-2135) に 14J の pump energy を加え、アルミニウム合金製の円筒形供試体にパルスレーザを照射した (Fig.5)。パルスレーザを焦点距離 200mm のレンズを用いて絞り、アブレーションが生じない様に供試体をレンズから 250mm の場所に設置した。また、照射の中心から 10mm、15mm、20mm 離れた 3 点 (計測点 M_1, M_2, M_3) での法線方向速度をレーザ干渉計 (小野測器 LV-1710 高周波計測用改良型、計測可能周波数 1Hz~5MHz) を用いて計測した。計測点 M_i において計測された鉛直方向速度 $V^i(t)$ を Fig.6 に示す。なお、解析に用いたアルミニウム合金の諸量を Table 1 に示す (7)。

また、アルミニウム供試体は十分大きく、計測時間内に供試体の側面・底面からの反射波の影響は現れない。このため、領域を半無限領域とみなせる。

計測点での計測速度波形は、半無限弾性領域における時間域の動弾性方程式の Green 関数を用いて次の様に表現できる。

$$V^i(t) = \int_V \alpha^T \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} T * g(r^i, \zeta, t) dV \quad (6)$$

$$g(r, z, t) = \left\{ \frac{\partial(\xi G_{zr})}{\xi \partial \xi} + \frac{\partial G_{zz}}{\partial \zeta} \right\} (r, z, t)$$

ここで、 r^i は原点と計測点 M_i との距離、 $G_{z\beta}(r, z, t)$ は、時間域の動弾性問題の Green 関数であり、時刻 $t = 0$ において円筒座標系の点 $(0, 0, z)$ に β 方向に $\delta(t)$ の時間変動を持つ大きさ 1 の集中荷重を加えた時の、点 $(r, 0, 0)$ での z 方向変位を表す。式 (6) を用いた逆解析を行いパルスレーザの強度分

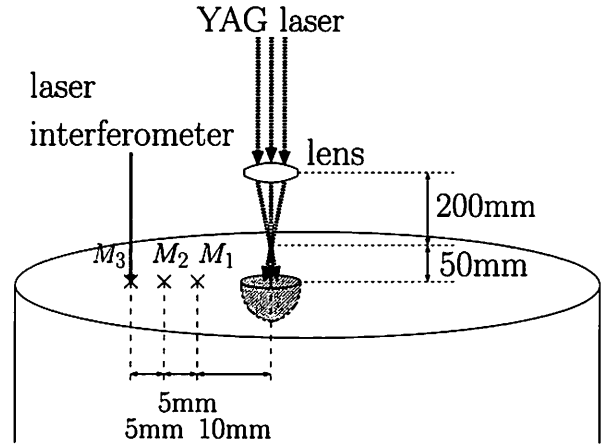


Fig. 5 レーザ超音波計測

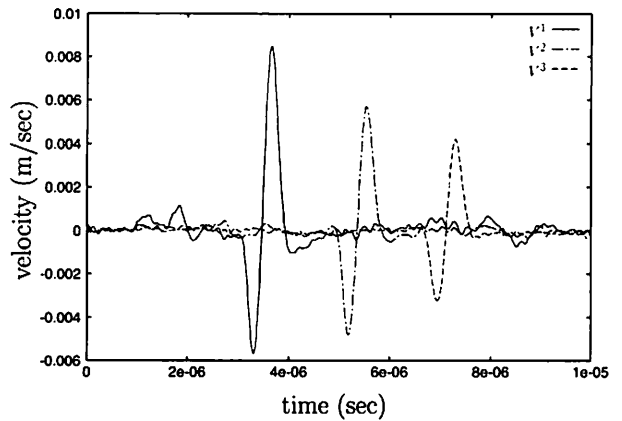


Fig. 6 法線方向速度波形 V^i
(pump energy = 14J)

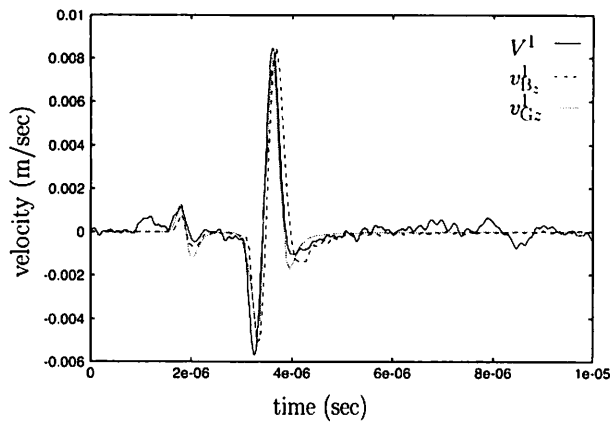


Fig. 7 法線方向速度波形 V^1 , $v_{B_z}^1$, $v_{G_z}^1$

(pump energy = 14J)

布の分散 σ^2 と、供試体に吸収される熱量 q_{abs} を求めたところ、 $(\sigma^2, q_{\text{abs}}) = (0.26\text{mm}^2, 3.1\text{mJ})$ と決定できた⁽³⁾。

2.4. 数値解析

区分一定の空間内挿関数、区分線形の時間内挿関数を用いて式(4)、式(5)を離散化し、供試体表面での粒子速度を時間域BIEMを用いて数値的に求めた。供試体表面の40mm×40mmの範囲を、1辺が約0.5mmの三角形要素、レーザ照射点付近は1辺が約0.125mmの三角形要素を用いて要素分割を行った。境界要素数は13610 (DOF: 40830)、時間ステップ幅0.075 μsec 、時間ステップ数134の問題を、京都大学学術情報メディアセンターのHPC2500を用いて並列計算により数値計算を実行した。

時間域BIEMにより計算された各計測点 M_i における法線方向速度 $v_{B_z}^i$ は、Green関数を用いて得られた解 $v_{G_z}^i$ 、計測値 V^i と高い精度で一致した。レーザ照射の中心から10mm離れた計測点 M_1 における $v_{B_z}^1, v_{G_z}^1, V^1$ を Fig.7 に示す。

3. 結論

パルスレーザの強度分布と供試体に吸収される熱量が決定できれば、パルスレーザ照射部の熱膨張により励起される弾性波動場を時間域のBIEMを用いて数値的に表現する事が可能となった。これにより、これまで半無限領域の様なGreen関数が比較的簡単に求められる領域でのみ復元できていた弾性波動場を、複雑な領域や、欠陥やクラック等の散乱体を含む様な領域においても数値的に復元可能となった。

定量的非破壊評価への実用を考えた場合、欠陥やクラック等の散乱体を含む領域を対象とする問題を検討する必要がある。散乱体を含む供試体を用いたレーザ計測と、散乱波動場の数値解析は本研究の今後の課題である。

謝辞: レーザ超音波計測に御協力頂いた京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 塚田和彦助教授、波多野浩司氏に感謝致します。

- (1) L.R.F. Rose: Point-source representation for laser-generated ultrasound, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.75, No.3, pp.723-732, 1984.
- (2) F. Schubert, A. Peiffer, B. Köhler and T. Ssanderson: The elastodynamic finite integration technique for waves in cylindrical geometries, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.104, No.5, pp.2604-2614, 1998.
- (3) 吉川仁, 西村直志: Green関数を用いた超音波励起レーザのソース同定, 計算数理工学論文集, vol. 5, pp.95-100, 2005.
- (4) 小林昭一 他: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.
- (5) H. Yoshikawa and N. Nishimura, An improved implementation of time domain elastodynamic BIEM in 3D for large scale problems and its application to ultrasonic NDE, *Electronic Journal of Boundary Elements*, Vol. 1, Issue 2, pp.201-217, 2003.
- (6) 大澤敏彦, 小保方富夫: レーザ計測, 裳華房, 1994.
- (7) 玉虫文一他: 理化学事典 第3版, 岩波書店, 1971.