# 動的応答を用いた骨組構造の損傷部材の同定 (実験計画法の適用)

# DETECTION OF DAMAGED COMPONENTS IN A FRAME STRUCTURE USING DYNAMIC RESPONSES (APPLICATION OF EXPERIMENTAL DESIGN)

田中 正隆1), 向後 智弘2)

Masataka TANAKA, Tomohiro KOUGO

- 1) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: dtanaka@gipwc.shinshu-u.ac.jp)
- 2) 筑波大学第三学群工学システム学類

This paper is concerned with detection of damaged components in a 3-D frame structure with dynamic response. Detection of damaged components is pursued by the experimental design. In this paper, damage is indicated by reduction of rigidity for a structural component, such as extensional rigidity. Three levels of rigidity are assumed, and the components having larger probabilities for damage indication are estimated by the experimental design. After some iterations of the above approach, the damaged components are finally detected. It is demonstrated through numerical computation of a few examples that the proposed procedure is rather robust and can be used for damage detection, even if plural components of the structure are damaged.

Key Words: Frame Structure, Elastodynamics, Integral Equation Method, Damage Identification, Experimental Design, Inverse Problem

#### 1. はじめに

機械構造物や土木建築構造物が3次元骨組構造としてモデル化できることが多い。このような骨組構造の構成部材の一部が損傷を受けていることを把握し、短期的または長期的な保護対策を的確かつ迅速に施すことが、安全上極めて重要である。本研究では、損傷部材は剛性が低下すると仮定して、3次元骨組構造の動的変位応答を用いて損傷部材の位置と損傷度の同定法について検討した。

著者ら(1) は以前に、3次元骨組構造に衝撃荷重が作用するときの弾性応答の境界積分方程式法解析のプログラムを開発している。本研究では、この解析プログラムと実験計画法とを用いて損傷部材の位置と損傷度の同定を行う。このような逆問題の解析にフィルタ理論を用いることができるが、損傷部材の位置と損傷度の概略値を本手法等で求め、それを先験情報として使うならば、高精度の逆解析を行うことが出来るであろう。本研究では、損傷部材の位置と損傷度の同定に実験計画法(2,3,4)を適用する。実験計画法は実用的価値が高く評価されてきており、与えられた情報を効率良く判断する手法として最適設計などにも多用されている。特に直交表を用いた実験計画法は、評価特性値に対する要因の影響を分析する際、効率的で数多くの要因の解析を少ないデータで行

うことが可能である<sup>(2)</sup>. 本研究では, 先験情報無しに構成 する全ての部材を対象とし, 実験計画法を適用して損傷部材 の同定を行う.

本研究では、損傷を部材剛性の低下としてとらえ、損傷 度にいくつかの水準を仮定する。例題についての数値シミュ レーションにより、ここで提案する実験計画法による損傷部 材と損傷度の同定法の妥当性を確認する。評価特性値には解 析モデル(損傷部材の同定を目的とする骨組構造)と比較モ デル(直交表により各部材の損傷度が割り当てられた骨組構 造)のいくつかの節点に関する動的変位応答の残差自乗和を 用い、残差自乗和が小さくなる損傷部材と損傷度の組み合わ せを探索する。なお実用性を高めるために、動的変位応答の 測定点及び測定成分を減らす努力を行う。

本解法は、損傷箇所が1箇所しか無いときばかりでなく、 複数の箇所で損傷がある場合にも適用できることを示す。な お、本研究の実験計画法を用いる同定法では、損傷部材の概 要が把握できるに過ぎないので、損傷の詳細を把握したい場 合は、このデータをもとにカルマンフィルタ等を用いる逆解 析を行えば良い。

#### 2. 実験計画法の適用

損傷度を部材剛性の低下と考えて、3次元骨組構造の損傷部位と損傷度の同定手法について述べる。著者らは以前に、3次元骨組構造に衝撃荷重が作用するときの積分方程式法による解析プログラムを開発した<sup>(1)</sup>. この解析プログラムを用いれば、損傷部材とその損傷度が与えられると動的変位応答が求められる。いくつかの節点で計測される変位成分と、損傷部位と損傷度を仮定したときの計算された変位の残差自乗和を評価値とし、各部材の損傷度の水準(レベル)を数個仮定して実験計画法により、損傷部位と損傷度を同定する。

#### 2.1. 直交表

直交表では他の因子の条件が異なっても,一貫した効果を持つもののみが大きな効果のあるものとして推定される。したがって,条件が少し変わっても水準の優劣の順序が変わらない因子に重点が置かれる<sup>(2)</sup>。本研究においては,要因は骨組み構造の部材とし,水準は部材の損傷度と仮定する.

具体的な例として要因数 13 (部材の数), 各要因の水準を 3 (例えば、伸縮剛性の損傷度が 100, 50, 25%の 3 水準のいず れかにあると仮定する) とした場合を考える。全ての条件を 組み合わせると  $3^{13}=1594323$  通りの計算が必要である。実験計画法  $^{(2)}$  によれば、直交表  $L27(3^{13})$  を用いることにより、 27 通りの計算だけでほぼ同等の解析を行うことができる。

#### 2.2. 評価関数

損傷部材と損傷度(数個の水準で指定)が分かっている解析モデルの動的応答の時間変化が各節点で与えられていると仮定する。実験計画法の直交表に基づいて設定される比較モデルの動的変位応答を計算し、解析モデルの対応する変位応答との残差自乗和を計算し、その値を評価関数値  $U_n$  として結果を比較検討する。

$$U_n = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \{ (\bar{u}_{ij} - u_{ij})^2 + (\bar{v}_{ij} - v_{ij})^2 + (\bar{w}_{ij} - w_{ij})^2 \}$$
(1)

k は水準番号,K は水準数,n は実験番号,N は実験数,i は時間軸上の点,I は時間軸上の点の数,j は骨組構造の節点番号,J は節点数を表している。また  $\bar{u}_{ij}$ ,  $\bar{v}_{ij}$ ,  $\bar{w}_{ij}$  は解析モデルのx, y, z 方向への変位、 $u_{ij}$ ,  $v_{ij}$ ,  $w_{ij}$  は比較モデルのx, y, z 方向への変位を示している。 $U_n=0$  となった場合,解析モデルと比較モデルの各部材の損傷度が等しいことを示し,最終的に $U_n$  が小さく (0 に近い)なる比較モデルを探索することにより骨組構造の各部材の損傷度が同定できる。

#### 2.3. 評価関数値の比較

各数値実験により求まった U<sub>n</sub> を比較することで各部材の 損傷度を決定する、比較のために用いる式を次に示す。

$$S_{kl} = \sum_{n} U_n(k, l) \tag{2}$$

ただし、 $S_{kl}$  は要因 l が水準 k であるときの組合せにおける  $U_n$  を  $U_n(k,l)$  で表し、それらの組合せについての  $U_n$  の総和 である、比較モデルの組み合わせ(直交表)と評価関数  $U_n$ 

と  $S_{kl}$  を表 1 に示す.表では  $U_n(k,l)$  を単に  $U_n$  として表示してある.最小となる  $S_{kl}$  に注目してその部材の損傷レベル

Table 1 Orthogonal array with  $U_n$  and  $S_{kl}$ 

				Fa	actor	·s		
		1	2	•••	l	•••	L	$U_n$
Data numbers	1 2 : n : N	k <sub>21</sub> : : k <sub>n1</sub> :	k <sub>12</sub> k <sub>22</sub> : k <sub>n2</sub> : k <sub>N2</sub>	•••	k <sub>21</sub> : k <sub>n1</sub> :		k1L k2L : knL : kNL	$U_2$ :
	Ski	$S_{k1}$	S₁2 ⋮ Sk2 ⋮ SK2	•••	: Ski :	•••	S <sub>1</sub> L : : : : : : : : : : : : : : :	

を $k_{nl}$  に固定し要因から外して、上記の計算をくり返す。最終的に $U_n$  が最も小さくなる比較モデルを探索する

#### 2.4. 逆解析の流れ

実験計画法を用いて損傷部材と損傷度を同定する逆解析 の手段をまとめると,次のようになる.

Step 1 解析モデルの動的変位応答を計測する.

Step 2 直交表における要因と水準を決める.

Step 3 骨組構造物をいくつかの部分構造に分割し、それぞれの部分から1部材ずつ取り出し、直交表に割り当てる.

Step 4 直交表に従い比較モデルの動的変位応答を計算する.

Step 5 残差自乗和 Un を計算する.

Step 6 全ての $S_{kl}$ を求める.

Step 7  $S_{kl}$  の最小値を与える部材の水準を固定し、要因から外す。

Step 8  $U_n$  を再計算する.

Step 9 全要因の水準が固定されるまで Step 3  $\sim$  Step 7 を繰り返し、 $U_n$  が最小となるモデルをその直交表においての同定結果とする。

Step 10 Step 3 ~ Step 9 を構成する全ての部材に対して行 う. ただし, 注目している部材以外は剛性を 100%と する.

Step 11 同定結果より剛性が 100% 以外の部材に対し, ランダムにある数の部材(直交表が適用しやすい数を仮定する)を取り出し直交表に割り当て Step 4 ~ Step 8 を行う.

Step 12 Step 11 を損傷部材が同定されるまで行う.

Step 13 同定された損傷部材を確認する. ここでは1つの 直交表で同定された損傷度はそのまま用いる.

## 3. 数値解析例と考察

#### 3.1. 解析モデル

図1に示すような3次元骨組構造を考える. 構造の下端は剛体の平面 xy に固定されており、真直棒部材は全て剛接されていると仮定する. 各真直棒部材の材料定数は、Young 率 E=210 [GPa]、密度  $\rho=7860$  [kg/m³]、Poisson 比  $\nu=0.3$  とし、半径 0.01 [m] の円形断面とした.

Heaviside 関数で表される集中荷重 P=100H(t-0.5) [N] が節点 Node= $A_1$  に x軸に平行に作用する場合について、解析モデルの変位応答の時間履歴が与えられていると仮定する。時間 2.0 [s] までを 10 ステップに分割して計算する。

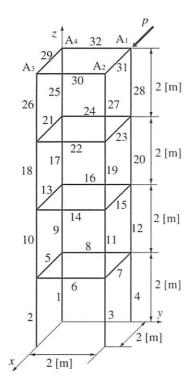


Fig. 1 Analysis model

# 3.2. 損傷部材が1本の場合

解析モデルの損傷部材が 1 本の場合についてシミュレーションを行う。部材 2 のみ伸縮剛性が 50%に低減する損傷を受け,その他の部材は剛性が変化していない場合を考える。図の節点  $A_1$  の x, y 方向成分のみの動的応答だけを用い,解析モデルの動的変位応答を有効数字 3 桁までを使ったときの結果を以下に示す。

具体例として同定部材 1, 2, 3, 4 を要因として採用したときの, 比較モデルの部材の損傷度を剛性 100%, 50%, 25%の 3 水準とし, 直交表  $L9(3^4)$  を用いて検討すべき組合せ(実験)について計算した結果を示す。表 2 にこの場合の実験と要因と水準の組み合わせ,及び  $U_n$  と  $S_{kl}$  を示す。この場合の計算では,他の部材の伸縮剛性は 100%としている。表

Table 2 Orthogonal array  $L9(3^4)$  with  $U_n$  and  $S_{kl}$ 

	Member 1	Member 2	Member 3	Member 4	$U_n$
No.1	100%	100%	100%	100%	3.387E- 04
No.2	100%	50%	50%	50%	1.687E- 02
No.3	100%	25%	25%	25%	7.888E- 02
No.4	50%	100%	50%	25%	5.093E- 02
No.5	50%	50%	25%	100%	9.439E-03
No.6	50%	25%	100%	50%	4.765E- 03
No.7	25%	100%	25%	50%	4.926E-02
No.8	25%	50%	100%	25%	1.943E- 02
No.9	25%	25%	50%	100%	5.910E- 03
$S_{1l}$	9.608E- 02	1.005E- 01	2.454E-02	1.569E-02	
$S_{2l}$	6.513E-02	4.574E-02	7.371E- 02	7.089E-02	
$S_{3l}$	7.460E-02	8.955E-02	1.376E-01	1.492E-01	

2 より  $S_{14}$  が  $S_{kl}$  で最小となった. これより部材 4 の剛性を 100% として要因から外し再度直交表に従い計算を行う. 結果を表 3 に示す. 表 3 より  $S_{13}$  が  $S_{kl}$  で最小となった. 同様

Table 3 Orthogonal array  $L9(3^4)$  with  $U_n$  and  $S_{kl}$ 

	Member 1	Member 2	Member 3	Member 4	Un
No.1	100%	100%	100%	100%	3.387E- 04
No.2	100%	50%	50%	100%	2.620E-03
No.3	100%	25%	25%	100%	9.183E- 03
No.4	50%	100%	50%	100%	3.751E- 03
No.5	50%	50%	25%	100%	9.439E-03
No.6	50%	25%	100%	100%	8.764E- 04
No.7	25%	100%	25%	100%	1.192E- 02
No.8	25%	50%	100%	100%	7.719E- 04
No.9	25%	25%	50%	100%	5.910E-03
$S_{1l}$	1.214E- 02	1.601E- 02	1.987E-03		
S21	1.407E- 02	1.283E-02	1.228E-02		]
$S_{3l}$	1.861E-02	1.597E-01	3.055E-02		J

に部材 3 の剛性を 100%として要因から外し再度直交表に従い計算を行う。表 4 に各部材の損傷度が同定されるまで計算した結果を示す。表 4 より  $U_2$  の値が  $U_n$  で最小となり、部材

Table 4 Orthogonal array  $L9(3^4)$  with  $U_n$  and  $S_{kl}$ 

	Member 1	Member 2	Member 3	Member 4	Un
No.1	100%	100%	100%	100%	3.387E- 04
No.2	100%	50%	100%	100%	7.035E-07
No.3	100%	25%	100%	100%	2.202E-04
No.4	50%	100%	100%	100%	5.234E- 04
No.5	50%	50%	100%	100%	2.307E-04
No.6	50%	25%	100%	100%	8.764E- 04
No.7	25%	100%	100%	100%	8.417E- 04
No.8	25%	50%	100%	100%	7.720E-04
No.9	25%	25%	100%	100%	1.996E-03
$S_{1l}$	5.595E-04	1.704E- 03			
$S_{2l}$	1.630E-03	1.003E-03			
$S_{3l}$	3.609E-03	3.092E-03			J

1, 2, 3, 4の剛性はそれぞれ 100%, 50%, 100%, 100%となることが推定できた. ここで計算を打ち切ったのは, 表 2 において水準が 3, 水準の決定していない要因が 2, 実験組み合わせ数が 9 で要因と水準の全組み合わせが満たされているからである.

次に、対象構造物の各階を一つの部分として全体で4つの部分に分割し、各部分から部材を1本づつ取り出し、上記と同様の解析を全部材について行った結果を表3に示す、部材2の剛性が50%であることが同定されている。なお、この数値解析は図1において、節点A1、A2、A3、A4のみの動的応答だけを用いて同定したものである。

### 3.3. 損傷部材が複数ある場合

次に解析モデルの損傷部材が2本の場合において解析を行う.図1に示した条件のもとで,部材2の剛性が50%,部材29の剛性が25%に低減する損傷を受け,その他の部材は剛性が変化していない場合を考える.図の節点A1のx,y方向成分のみの動的応答だけを用い,また測定誤差を考慮して解析モデルの動的変位応答を有効数字を3桁とする.構造物を4つの部分に分割し,各部分から部材を1本づつ取り出し,上記と同様の解析を全部材くまなく行った結果を表5に示す.表5より部材1,2,5,12,17,21,25,26,29の

Table 5 Results (1)

Table 6 Results (1)						
Member	Exact	Analysis				
1	100%	25%				
2	50%	25%				
3	100%	100%				
4	100%	100%				
5	100%	50%				
6	100%	100%				
7	100%	100%				
8	100%	100%				
9	100%	100%				
10	100%	100%				
11	100%	100%				
12	100%	50%				
13	100%	100%				
14	100%	100%				
15	100%	100%				
16	100%	100%				
17	100%	25%				
18	100%	100%				
19	100%	100%				
20	100%	100%				
21	100%	50%				
22	100%	100%				
23	100%	100%				
24	100%	100%				
25	100%	25%				
26	100%	25%				
27	100%	100%				
28	100%	100%				
29	25%	25%				
30	100%	100%				
31	100%	100%				
32	100%	100%				

剛性が100%以外を示した。そこでこれらの部材を損傷の疑いのある部材とし、ランダムに4部材づつ選び出し直交表に割り当て、同様の解析を損傷部材が同定されるまで繰り返し行い、最終的に得られた結果を表6に示す。部材2の剛性が

50%, 部材 29 の剛性が 25%であることが同定されている.

なお、ここでは紙面の都合で割愛するが、実際の構造物の 損傷度が本解法で仮定する水準と一致しない場合についても 数値解析を行った、そのような場合でも損傷部材を本解法で 推定できることを確かめた、この推定値をもとにすれば、損 傷度の正確な値は、フィルタ理論に基づく逆解析で容易に求 めることが出来ると考えられる。

Table 6 Results (2)

Member	Exact	Analysis
1	100%	100%
2	50%	50%
3	100%	100%
4	100%	100%
5	100%	100%
6	100%	100%
7	100%	100%
8	100%	100%
9	100%	100%
10	100%	100%
11	100%	100%
12	100%	100%
13	100%	100%
14	100%	100%
15	100%	100%
16	100%	100%
17	100%	100%
18	100%	100%
19	100%	100%
20	100%	100%
21	100%	100%
22	100%	100%
23	100%	100%
24	100%	100%
25	100%	100%
26	100%	100%
27	100%	100%
28	100%	100%
29	25%	25%
30	100%	100%
31	100%	100%
32	100%	100%

# 4. 結言

本研究では、損傷に関する先験情報無しに骨組構造を構成する全ての部材を対象として、動的変位応答と実験計画法を用いる損傷部材の同定法を開発した。また、本解法がロバストな損傷部位と損傷度の同定法であることを数値シミュレーションによって確かめた。本解法では動的変位応答の測定点と測定すべき変位成分を減らすことが可能であることを確かめた。また、複数の箇所で損傷がある場合にも適用できることが数値解析から明らかになった。なお、本研究では損傷度を部材の剛性の低下としてとらえ、伸縮剛性だけが低下すると仮定したシミュレーション結果を示したに過ぎない。曲げ剛性や振り剛性の低下などを取り入れた解析を今後行う予定

である.

本研究では、損傷度について指定した水準を求めるという大まかな推定しか出来ないのが難点といえる。より精密な逆解析を行いたいときは、本解法の推定結果を拡張カルマンフィルタなどを用いる逆解析手法の初期値として用いれば、同定結果の精度向上を行うのは比較的簡単である。この種の「2 段階逆解析手法」(5) がロバストな逆解析を可能にすると言える。

# 参考文献

- (1) 田中正隆, 松本敏郎, 志甫健太郎: 積分方程式法による 3 次元骨組構造の衝撃応答解析, 日本機械学会北陸信越支部第 3 6 期総会・講演会講演論文集, No.997-1, (1999), pp.4-5.
- (2) 田口玄一: 実験計画法第3版(上)(下), 丸善, (1976).
- (3) 近藤衛,中村義作:工科系の実験計画法,工科図書, (1981).
- (4) 鷲尾泰俊:実験計画法入門, 日本規格協会, (2001).
- (5) Masa. Tanaka, T. Matsumoto, Y.B. Wang: Parameters identification of an elastic plate subjected to dynamic loading using measured data of strains, *Computational Mechanics*, ed. By Z.H. Yao, M.W. Yuan, W.X. Zhong, Tsinghua University Press, Springer, (2004), pp.673-677.