

均質化理論による超細密プレートフィンの非弾性変形解析

ANALYSIS OF INELASTIC DEFORMATION OF ULTRA FINE PLATE-FIN
USING A HOMOGENIZATION THEORY松田 哲也¹⁾, 大野 信忠²⁾, 猪狩 敏秀³⁾, 赤松 聖文⁴⁾

Tetsuya MATSUDA, Nobutada OHNO, Toshihide IGARI and Masafumi AKAMATSU

- 1) 筑波大学大学院システム情報工学研究科 (〒305-8573 つくば市天王台 1-1-1, E-mail: matsuda@kz.tsukuba.ac.jp)
- 2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: ohno@mech.nagoya-u.ac.jp)
- 3) 三菱重工業株式会社長崎研究所 (〒851-0392 長崎市深堀町 5-717-1, E-mail: toshihide_igari@mhi.co.jp)
- 4) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: akamatsu@mml.mech.nagoya-u.ac.jp)

In this study, the analysis of inelastic behavior of ultra fine plate-fin is performed based on a homogenization theory. To this end, the homogenization theory of non-linear time-dependent materials, which was developed by the present authors, is applied to the analysis. Moreover, utilizing the point-symmetric structure of plate-fin, the domain of analysis is reduced by half. Then, the elastic-creep deformation of ultra fine plate-fin made of Hastelloy X under uniaxial tension or simple shear at 950°C is analyzed by using the homogenization theory of non-linear time-dependent materials. It is thus shown that the macroscopic elastic-creep behavior of plate-fin exhibits considerable anisotropy. It is also shown that the marked variation of macroscopic bulk strain of plate-fin is caused by the loading in the staking direction.

Key Words: Plate-Fin, Homogenization, Inelasticity, Point-Symmetry, Anisotropy, Compressibility

1. 緒 言

高温ガス炉ガスタービン発電システムは、高い発電効率と安全性に加え、優れた経済性を有しているから、次期発電システムとして実用化が検討されている⁽¹⁾。この発電システムの主要機器である熱交換器では、850~950°Cの高温ヘリウムガスによる熱交換を行う。この際の温度効率を高めるためには、熱交換器の伝熱コア部における伝熱面密度の増大が不可欠である。このため、伝熱コア部の構造として、厚さ0.2mm程度の耐熱性合金薄板からなる高さ1~1.5mmの微細なプレートフィンを1000層以上積層した構造が検討されている(図1参照)⁽²⁾⁻⁽⁶⁾。したがって、このような超細密プレートフィンの力学的特性、特に非弾性特性を把握することが急務となっている。

上述のような背景から、超細密プレートフィンの非弾性特性に関する報告⁽³⁾⁽⁴⁾が行われてきたが、これまでのところその数は少ない。特に解析的研究に関しては、積層方向に引張を受けるプレートフィンの弾塑性有限要素解析⁽⁵⁾に限られている。この解析では、プレートフィン3層を解析領域にとり、その境界に強制変位を与えることで解析を行っている。しかしこの解析では、解析領域が非常に小さいため、強制変位による変位拘束が解析結果に影響を及ぼすから、実際の超細密

プレートフィンの非弾性特性を評価するには至っていない。また、高温下ではクリープ変形や粘塑性変形のような時間依存変形が支配的となる場合が多いから、弾塑性解析のみではなく、時間依存変形解析も行う必要がある。

ところで著者らはこれまでに、時間依存変形に対する均質化理論⁽⁶⁾⁽⁷⁾を構築し、周期複合材料の非弾性変形解析を行ってきた⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾。この理論は、周期材料の巨視的な時間依存変形挙動とともに、材料内部における微視的応力場・ひずみ場の時間変化も解析できるから、周期材料の時間依存変形解析に大変有用である。またこの理論では、解析領域として周期構

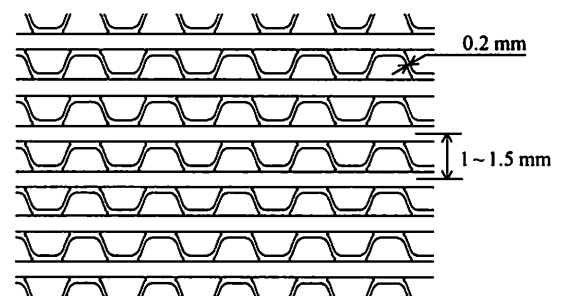


Fig. 1. Ultra fine plate-fin.

造の最小単位であるユニットセルをとり、このセルを単位として擾乱変位速度が周期分布する、いわゆる擾乱変位速度の Y -周期性⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾を境界条件として解析を行うから、上述したような変位拘束による問題を生じることなく、小さい領域で解析できる。さらに、3章で述べるように、プレートフィンに周期構造に加えて点対称構造も有しており、このような場合には、ユニットセルより小さい領域を解析領域にとれる可能性がある⁽¹²⁾⁻⁽¹⁴⁾。したがってこの理論は、超細密プレートフィンの非弾性解析に適していると考えられる。

そこで本研究では、著者ら^{(6),(7)}が構築した時間依存変形の均質化理論を用いて、超細密プレートフィンの非弾性挙動を解析する。このためまず、時間依存変形の均質化理論について簡単に説明する。次に、プレートフィンの内部構造の点対称性に関して検討し、この点対称性を利用して解析領域を半減する方法について述べる。つづいて、時間依存変形の均質化理論を用いて、950°Cで一定ひずみ速度の単軸引張または単純せん断を受けるプレートフィンの弾性-クリープ解析を実施する。最後に、解析結果に基づき、プレートフィンの巨視的非弾性特性およびセル変形形状と微視的応力分布について議論する。

2. 時間依存変形の均質化理論

図2のようなプレートフィンが巨視的-一様な負荷を受け、巨視的および微視的に微小変形する場合を考える。このプレートフィンに対してユニットセル Y をとり、 Y に対して直交座標系 y_i を設ける(図2)。いま、プレートフィンの構成材料は次の弾性-クリープ構成式に従うとする。

$$\dot{\sigma}_{ij} = c_{ijkl}(\dot{\epsilon}_{kl} - \beta_{kl}) \quad (1)$$

ここで $\dot{\sigma}_{ij}$ と $\dot{\epsilon}_{ij}$ は、微視的応力速度および微視的ひずみ速度をそれぞれ示す。また c_{ijkl} と β_{kl} は、弾性剛性テンソルおよびクリープ関数をそれぞれ表し、 $c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}$ 、 $\beta_{kl} = \beta_{lk}$ の関係を満たす。このとき、時間依存変形の均質化理論^{(6),(7)}を適用すると、微視的応力 σ_{ij} の発展式、および巨視的応力速度 $\dot{\Sigma}_{ij}$ と巨視的ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{kl}^0$ の関係式が次のように導かれる。

$$\dot{\sigma}_{ij} = c_{ijpq}(\delta_{pk}\delta_{ql} + \chi_{p,q}^k)\dot{\epsilon}_{kl}^0 - c_{ijkl}(\beta_{kl} - \varphi_{k,l}) \quad (2)$$

$$\dot{\Sigma}_{ij} = \langle c_{ijpq}(\delta_{pk}\delta_{ql} + \chi_{p,q}^k) \rangle \dot{\epsilon}_{kl}^0 - \langle c_{ijkl}(\beta_{kl} - \varphi_{k,l}) \rangle \quad (3)$$

ここで $\langle \rangle$ は、 Y に関する体積平均を意味し、 $|Y|$ を Y の体積とすると、

$$\langle \# \rangle = \frac{1}{|Y|} \int_Y \# dY \quad (4)$$

である。また、 δ_{ij} はKroneckerのデルタ、 $(\cdot)_{,i}$ は y_i に関する微分をそれぞれ示す。さらに $\chi_{p,q}^k$ および $\varphi_{k,l}$ は、次の Y に対する境界値問題

$$\int_Y c_{ijpq} \chi_{p,q}^k v_{i,j} dY = - \int_Y c_{ijkl} v_{i,j} dY \quad (5)$$

$$\int_Y c_{ijpq} \varphi_{p,q} v_{i,j} dY = \int_Y c_{ijkl} \beta_{kl} v_{i,j} dY \quad (6)$$

を解くことにより得られる特性関数である。ここで v_i は、 Y -周期性を満足する任意の擾乱変位速度場を表す。なお、境界値問題(5)と(6)は、一般に Y -周期境界条件のもとで有限要素法により解かれる。

3. 解析領域の検討

前章では、解析領域としてユニットセル Y をとった。しかし、緒言でも述べたように、プレートフィンの内部構造は点対称性を有するから、この点対称性を利用すれば、解析領域を Y より小さくとることができる⁽¹²⁾⁻⁽¹⁴⁾。ここでは、その方法について述べる。

前章と同じく、図2に示すプレートフィンを考える。この図をよく見ると、プレートフィンは、ユニットセル Y に関して周期性を有すると同時に、図中の \circ で示した点に関して点対称性を有することがわかる。したがって、材料内部に生じる擾乱変位速度もこれらの点に関して点対称に分布する。そこで、この点対称性を境界条件として課し得るような半ユニットセル \tilde{Y} (図2の斜線で示した部分)を導入する。このとき、 \tilde{Y} を解析領域として次の境界値問題を導くことができる⁽¹²⁾⁻⁽¹⁴⁾。

$$\int_{\tilde{Y}} c_{ijpq} \chi_{p,q}^k v_{i,j} d\tilde{Y} = - \int_{\tilde{Y}} c_{ijkl} v_{i,j} d\tilde{Y} \quad (7)$$

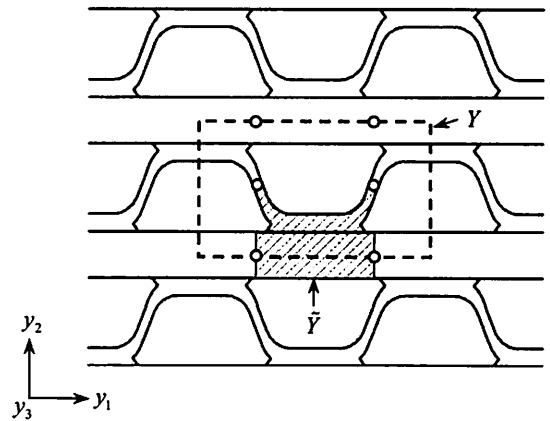


Fig. 2. Unit cell Y and semi-unit cell \tilde{Y} of plate-fin.

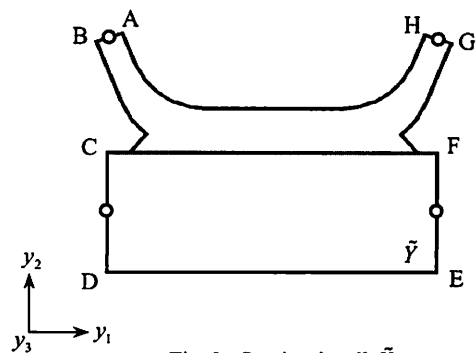


Fig. 3. Semi-unit cell \tilde{Y} .

$$\int_{\tilde{Y}} c_{ijpq} \varphi_{p,q} v_{i,j} d\tilde{Y} = \int_{\tilde{Y}} c_{ijkl} \beta_{kl} v_{i,j} d\tilde{Y} \quad (8)$$

ここで v_i は、 \circ で示した点に関する点対称性を満足する任意の擾乱変位速度場を表す。上の境界値問題(7)と(8)を解く際には、図3に示す \tilde{Y} の境界 AB, CD, EF および GH において、それぞれの境界の中心に関する点対称条件を χ_i^k および φ_i に課せばよい。また、それ以外の境界は自由境界とする。この結果、解析領域は半減され、解析に要する計算時間および記憶容量が低減される。

4. プレートフィンの非弾性変形解析

プレートフィンの非弾性変形解析として、950°C で一定ひずみ速度の単軸引張あるいは単純せん断を受けるプレートフィンの弾性-クリープ解析を行った。この章では、本解析の解析条件および解析結果について述べる。

4.1. 解析領域および有限要素分割

解析領域として、前章で述べた半ユニットセル \tilde{Y} をとり、4 節点アイソパラメトリック要素を用いて有限要素分割した(図4)。プレートフィンは y_3 軸方向に無限に長いと考え、一般化平面ひずみ条件を仮定し、2次元セルをとった。なお、 \tilde{Y} を解析領域とした場合の解析結果は、ユニットセル Y を解析領域とした場合の結果と一致することを確認した。

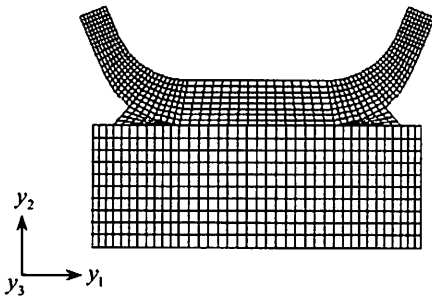


Fig. 4. Semi-unit cell and finite element mesh.

Table 1. Material constants (Hastelloy X, 950°C).

$E = 128.4 \times 10^3$, $\nu = 0.3$
$A = 2.98 \times 10^{-17}$, $n = 6.2$
stress [MPa], strain [mm/mm], time [s]

Table 2. Loading conditions.

Uniaxial tension	
$\dot{\epsilon}_{11}^0 = 10^{-3} [s^{-1}]$, $\Sigma_{22} = \Sigma_{33} = \Sigma_{12} = \Sigma_{23} = \Sigma_{31} = 0$	
$\dot{\epsilon}_{22}^0 = 10^{-3} [s^{-1}]$, $\Sigma_{11} = \Sigma_{33} = \Sigma_{12} = \Sigma_{23} = \Sigma_{31} = 0$	
$\dot{\epsilon}_{33}^0 = 10^{-3} [s^{-1}]$, $\Sigma_{11} = \Sigma_{22} = \Sigma_{12} = \Sigma_{23} = \Sigma_{31} = 0$	
Simple shear	
$\dot{\gamma}_{12}^0 / \sqrt{3} = 10^{-3} [s^{-1}]$, $\Sigma_{11} = \Sigma_{22} = \Sigma_{33} = \Sigma_{23} = \Sigma_{31} = 0$	
$\dot{\gamma}_{23}^0 / \sqrt{3} = 10^{-3} [s^{-1}]$, $\Sigma_{11} = \Sigma_{22} = \Sigma_{33} = \Sigma_{12} = \Sigma_{31} = 0$	
$\dot{\gamma}_{31}^0 / \sqrt{3} = 10^{-3} [s^{-1}]$, $\Sigma_{11} = \Sigma_{22} = \Sigma_{33} = \Sigma_{12} = \Sigma_{23} = 0$	

4.2. 材料特性

プレートフィンの構成材料を、耐熱性に優れた Ni 基合金である Hastelloy X⁽¹⁵⁾ とし、この材料の 950°C での変形挙動が次の弾性-クリープ構成式に従うとした。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \frac{3}{2} A \sigma_e^{n-1} s_{ij} \quad (9)$$

ここで、 E , ν , A および n は材料定数、 s_{ij} は σ_{ij} の偏差を表し、また $\sigma_e = [(3/2)s_{ij}s_{ij}]^{1/2}$ である。単軸引張負荷において式(9)は、

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + A \sigma^n \quad (10)$$

となる。上式の材料定数 A および n を決定するため、Hastelloy X の 950°C における一定ひずみ速度単軸引張試験および単軸引張・圧縮繰返し試験の結果⁽¹⁵⁾ を参照した。表1に本解析で使用した材料定数を示す。

4.3. 負荷条件

負荷条件として、一定ひずみ速度 $10^{-3} [s^{-1}]$ の単軸引張および単純せん断を考え、表2に示す6種類の条件のもとで解析を行った。この表において、下付添字 1, 2 および 3 は、それぞれ y_1 , y_2 および y_3 軸方向を示す。

4.4. 解析結果

4.4.1. 巨視的応力-ひずみ関係

はじめに、単軸引張におけるプレートフィンの巨視的応力-ひずみ関係を図5に示す。また参考のため、Hastelloy X の応力-ひずみ関係も図中に示す。この図を見ると、まず、 y_1 軸方向に引張を与えた場合、プレートフィンの巨視的流動応力は約 64MPa となることがわかる。これに対して y_2 軸方向に引張を与えた場合、プレートフィンの巨視的流動応力は約 15MPa とかなり小さい値となり、これは上述した y_1 軸方向引張における流動応力の約 23% しかない。一方、 y_3 軸方向に引張を与えた場合には、巨視的流動応力は約 76MPa と最も大きくなり、これは y_1 軸方向引張の場合よりも 2 割ほど高い値

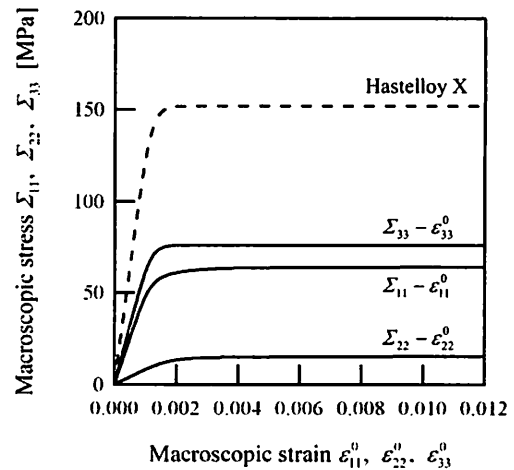


Fig. 5. Macroscopic stress and strain relations of plate-fin at constant strain rate $10^{-3} [s^{-1}]$.

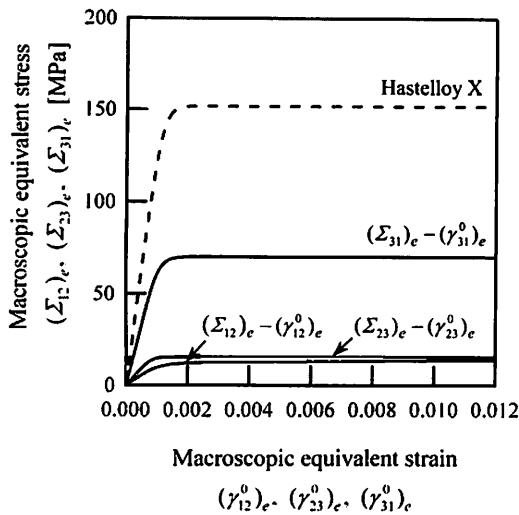


Fig. 6. Macroscopic equivalent stress and strain relations of plate-fin at constant strain rate $10^{-3} [s^{-1}]$.

である。これらの結果から、引張に対するプレートフィンの巨視的弾性-クリープ特性は非常に異方性が強いと言える。

次に、単純せん断を与えた場合の巨視的相当応力-相当ひずみ関係を図6に示す。この図において、 $(\Sigma_{ij})_e = \sqrt{3}\Sigma_{ij}$ および $(\gamma_{ij}^0)_e = \gamma_{ij}^0/\sqrt{3}$ である。まず、 γ_{12}^0 および γ_{23}^0 のせん断ひずみを与えた場合の結果を見ると、プレートフィンの巨視的流動応力はそれぞれ 14MPa および 15MPa であり、どちらの場合もほぼ同程度の非常に小さい値となっている。これに対して、 γ_{31}^0 のせん断ひずみを与えた場合の巨視的流動応力は約 70MPa であり、これは上述した他のせん断の場合に比べ5倍程度とかなり高い値である。したがって、せん断に対するプレートフィンの巨視的弾性-クリープ挙動も、著しい異方性を有していることがわかる。

4.4.2. 巨視的圧縮性

つづいて、プレートフィンの巨視的圧縮性を調べるため、単軸引張における引張方向ひずみと引張方向に垂直な方向のひずみとの関係を図7(a)-(c)に示す。参考のため、等方非圧縮を仮定した場合の関係も図中に破線で示す。まず、 y_1 軸方向引張の場合の結果 [図7(a)] を見ると、 y_2 軸方向ひずみである ϵ_{22}^0 は等方非圧縮の場合の 1.5 倍以上であるのに対して、 y_3 軸方向ひずみ ϵ_{33}^0 は等方非圧縮の場合の 6 割程度しかなく、顕著な異方性を有していることがわかる。ただし、 ϵ_{22}^0 と ϵ_{33}^0 を平均すると、等方非圧縮による結果 (破線) とほぼ一致するから、非圧縮性はこの場合ほとんど成り立つと考えられる。次に、 y_2 軸方向引張の場合の結果を図7(b)に示す。この図を見ると、 ϵ_{11}^0 および ϵ_{33}^0 が ϵ_{22}^0 に比べて極めて小さく、巨視的体積ひずみの変化が著しいことがわかる。したがってこの場合、非圧縮性はまったく成り立っていない。これに対して y_3 軸方向引張の場合、図7(c)より、 ϵ_{11}^0 と ϵ_{22}^0 の値はほぼ等しく、かつ等方非圧縮に近いことがわかる。

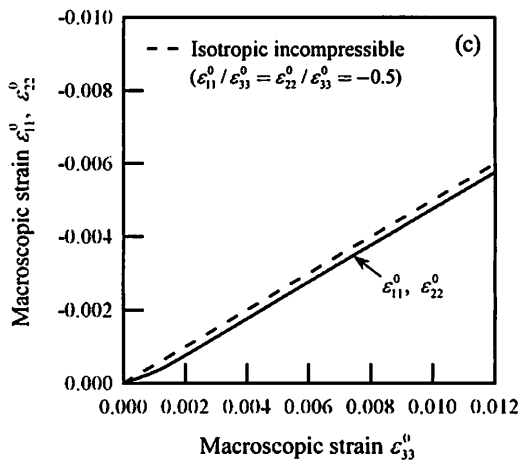
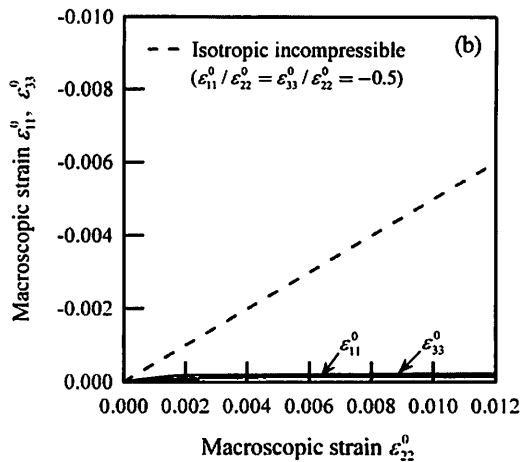
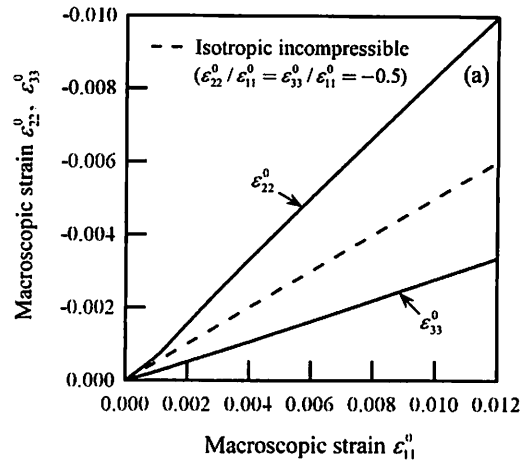


Fig. 7. Macroscopic compressibility of plate-fin; (a) y_1 - direction, (b) y_2 - direction, (c) y_3 - direction.

4.4.3. セル変形状および微視的応力分布

半ユニットセル \tilde{Y} の変形状および微視的相当応力分布を、単軸引張の場合に図8(a)-(c)に、単純せん断の場合に図9(a)-(c)にそれぞれ示す。ただし、これらの図において変位は 10 倍に拡大してある。

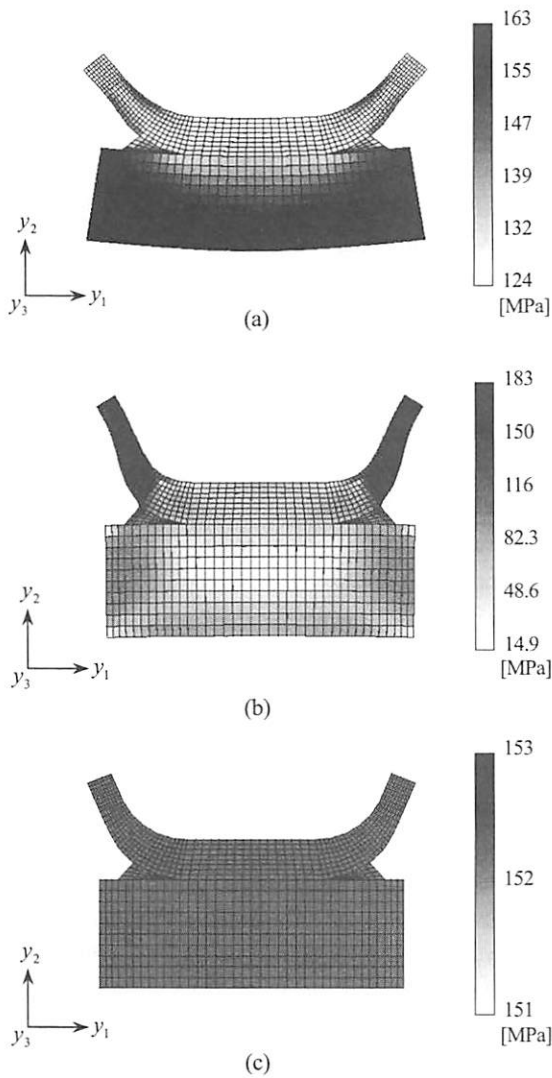


Fig. 8. Deformed semi-unicells and distributions of microscopic equivalent stress; (a) $\epsilon_{11}^0 = 0.012$, (b) $\epsilon_{22}^0 = 0.012$, (c) $\epsilon_{33}^0 = 0.012$.

まず、単軸引張の結果について議論する。 y_1 軸方向に引張を与えた場合のセル変形形状 [図 8 (a)] を見ると、巨視的には y_1 軸方向にしか負荷を与えていないにもかかわらず、 y_2 軸方向にも変形が生じており、プレート部分が湾曲している様子がわかる。また相当応力分布から、フィン部分での応力に比べ、プレート部分における応力が高くなっていることがわかる。これに対して y_2 軸方向引張の場合 [図 8 (b)] には、プレート部分での応力はかなり低く、フィン部分に応力が集中しており、フィンの y_2 軸方向への伸び変形が顕著に生じている。さらに図 8 (c) から、 y_3 軸方向引張の場合、変形後のセル形状は変形前とほとんど同様であり、相当応力分布は比較的高い値で一様分布していることがわかる。

次に、単純せん断の結果について検討する。まず、 γ_{12}^0 を与えた場合の結果 [図 9 (a)] を見ると、プレートはほとんど剛体回転しており、この部分での応力はかなり低いことがわか

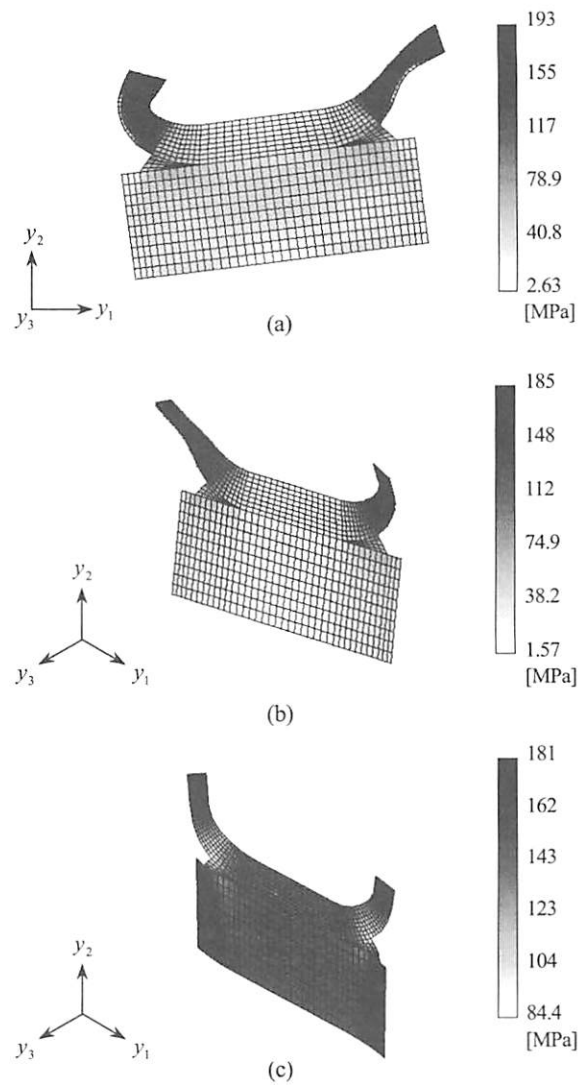


Fig. 9. Deformed semi-unit cells and distributions of microscopic equivalent stress; (a) $(\gamma_{12}^0)_e = 0.012$, (b) $(\gamma_{23}^0)_e = 0.012$, (c) $(\gamma_{31}^0)_e = 0.012$.

る。これに対してフィン部分は大きく変形しており、高い応力が発生している。つづいて、 γ_{23}^0 を与えた場合の結果 [図 9 (b)] を見ると、フィン部分は大きくせん断変形し、高い応力を生じているが、プレートでの応力はかなり低くなっていることがわかる。これに対して γ_{31}^0 を与えた場合 [図 9 (c)] には、他のせん断の場合と異なり、フィン部分に顕著なせん断変形は見られず、相当応力はほぼ一様分布していることがわかる。

上述の議論から、微視構造における弾性-クリープ挙動は、巨視的負荷条件によってかなり異なることがわかる。すなわち、 y_2 軸方向 (積層方向) に負荷を与えた場合 [図 8 (b)]、および γ_{12}^0 あるいは γ_{23}^0 のせん断を与えた場合 [図 9 (a), (b)] には、フィン部分に応力が集中するため、この部分において局所的にクリープ変形が進行する。この結果、これらの負荷条件においては、図 5 と 6 に示したように、巨視的流動応力

はかなり低くなる。これに対して、 y_1 あるいは y_3 軸方向に負荷を与えた場合 [図 8(a), (c)], および γ_{31}^0 のせん断を与えた場合 [図 9(c)] には、プレート部分にも高い応力が分布しており、クリープ変形は微視構造において全体的に発生する。したがってこれらの場合には、上述したようなフィン部分に応力が集中する場合に比べ、巨視的流動応力は高くなる。これらのことから、プレートフィンの巨視的弾性-クリープ特性に著しい異方性が生じる。

5. 結 言

本研究では、950°C で一定ひずみ速度の単軸引張または単純せん断を受ける超細密プレートフィンの弾性-クリープ解析を、時間依存変形の均質化理論により行った。また、この解析の際、プレートフィンの点対称構造を利用して、解析領域を半減した。本解析の結果、超細密プレートフィンの巨視的弾性-クリープ特性は、引張・せん断のどちらに対しても顕著な異方性を有することがわかった。また、プレートフィン積層方向への引張（あるいは圧縮）変形では、巨視的体積ひずみの大きな変化を伴うこともわかった。したがって、超細密プレートフィンの非弾性解析を行う場合には、このような異方性および圧縮性を考慮することが重要であると考えられる。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、文部科学省・革新的原子力システム技術開発研究費の助成を受けた。ここに感謝の意を表す。

参考文献

- (1) 石山新太郎, 武藤 康, 笠羽道博, 金田隆良: 高温ガス炉ガスタービン用コンパクト熱交換器の概念検討, 日本原子力学会誌, **42** (2000), pp. 196-203.
- (2) 武藤 康, 石山新太郎: 高温ガス炉ガスタービンシステムの技術課題とその解決法, 日本原子力学会誌, **42** (2000), pp. 1020-1027.
- (3) 石山新太郎, 武藤 康, 谷平正典, 緒方 寛, 上戸好美, 猪狩敏秀: 高温ガス炉ガスタービンシステム用コンパクト再生熱交換器の開発, (I) 超細密オフセットフィンの試作, 日本原子力学会誌, **43** (2001), pp. 603-611.
- (4) 石山新太郎, 武藤 康, 緒方 寛, 上戸好美: 高温ガス炉ガスタービンシステム用コンパクト再生熱交換器の開発, (II) 超細密オフセットフィンの伝熱流動特性試験, 日本原子力学会誌, **43** (2001), pp. 708-717.
- (5) 石山新太郎, 武藤 康: コンパクト熱交換器用超細密オフセットフィン多段ろう接構造体の機械的強度特性, 日本機械学会論文集, A 編, **69** (2003), pp. 682-688.
- (6) Wu, X. and Ohno, N.: A homogenization theory for time-dependent nonlinear composites with periodic internal structures, *International Journal of Solids and Structures*, **36** (1999), pp. 4991-5012.
- (7) Ohno, N., Wu, X. and Matsuda, T.: Homogenized properties of elastic-viscoplastic composites with periodic internal structures, *International Journal of Mechanical Sciences*, **42** (2000), pp. 1519-1536.
- (8) Matsuda, T., Ohno, N., Tanaka, H. and Shimizu, T.: Homogenized in-plane elastic-viscoplastic behavior of long fiber-reinforced laminates, *JSMIE International Journal, Series A*, **45** (2002), pp. 538-544.
- (9) Bensoussan, A., Lions, J.-L. and Papanicolau, G.: *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*, (1978), North-Holland, Amsterdam, The Netherlands.
- (10) Sanchez-Palencia, E.: *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, Lecture Notes in Physics, No. 127*, (1980), Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- (11) Bakhvalov, N. and Panasenko, G.: *Homogenization: Averaging Processes in Periodic Media*, (1989), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- (12) Ohno, N., Matsuda, T. and Wu, X.: A homogenization theory for elastic-viscoplastic composites with point symmetry of internal distributions, *International Journal of Solids and Structures*, **38** (2001), pp. 2867-2878.
- (13) Matsuda, T., Ohno, N., Tanaka, H. and Shimizu, T.: Effects of fiber distribution on elastic-viscoplastic behavior of long fiber-reinforced laminates, *International Journal of Mechanical Sciences*, **45** (2003), pp. 1583-1598.
- (14) 松田哲也, 奥村 大, 大野信忠, 徳田正孝: 均質化理論を用いたクロスプライ積層板の層間およびその近傍における微視的 3 次元解析, 計算数理工学論文集, **4** (2004), pp. 69-74.
- (15) 猪狩敏秀: 多孔板の非弾性解析法に関する研究, (1989), 京都大学博士論文.