中詰材に粒状体モデルを用いた鋼製組立網の変形解析

DEFORMATION ANALYSIS OF BOX GABIONS USING GRANULAR MODEL FOR FILLING MATERIALS

阿部 和久¹⁾, 細谷 栄作²⁾, 小関 徹³⁾ Kazuhisa ABE, Eisaku HOSOYA and Toru KOSEKI

¹⁾新潟大学工学部建設学科 (〒 950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050) ²⁾米沢市 ³⁾共和ハーモテック(株) 技術・研究室 (〒 943-3114 新潟県中頸城郡大潟町上小船津浜 361-4)

> Filling materials used for box gabions are modeled by a granular assembly. Each grain is represented by a polyhedron. In order to simplify and ensure the contact criterion, the polyhedron is approximated by a number of voxels. The evaluation of contacting forces is achieved based on spheres locating at voxels which contact with each other. The cage fabricated by wire mesh panels is discretized by finite elements. The wire mesh is modeled by an elasto-plastic membrane. The developed method is applied to a vertical loading problem. The numerical result is compared with experiments and a finite element analysis in which the filling material is modeled by an elasto-plastic continuum. Through the comparison the applicability of the method is investigated.

Key Words : box gabion, filling material, granular model, interaction analysis

1. はじめに

鋼製組立網とは,鉄筋(丸棒)でつくられた矩形枠に鋼 製網(金網)を張りパネル状にしたものをさらに箱状に組 み立て(鋼製網枠),内部に石材(中詰材)を充填した構造 形式のものである.当該構造物は河川護岸や擁壁などに 用いられるが,上述のように金網や石材から構成されて いるため,その力学挙動は複雑で未解明な点が多い.ま た,実験では中詰材と鋼製網枠間の力の伝達など詳細を 知ることが難しく,数値モデルを用いた検討が有効な手 段となり得る.そのため,著者らはこれまで鋼製組立網 を対象とした数値解法の構成を試みてきた^{1),2)}.その際 に,中詰材は弾塑性連続体としてモデル化を行った.

しかし、実際の鋼製組立網における中詰材には、粒径 10 ~ 20cmの石が用いられる.これに対し、鋼製組立網 自体は一辺 1m 程度の金網パネルを箱状に組み立てたも のである.したがって中詰材の粒径寸法は、鋼製組立網の 寸法と比較して必ずしも十分に小さいとは言えない.そ のため、弾塑性連続体によるモデル化では適切に再現す ることが困難な、粒状体としての力学特性が顕著に現れ 得るものと考えられる.例えば、粒径や粒度分布の違いは 全体挙動に何らかの影響を及ぼすものと考えられる.さ らに、金網パネルの周囲に取付けてある鉛直丸棒の座屈 波長は、中詰材の粒径と同程度のものとなる.この場合、 座屈した鉛直丸棒近傍の中詰材は丸棒の変形に完全に追 従せず、結果として鋼製網枠と中詰材との間に剥離(隙 間)を生ずる可能性がある.また、中詰材・鋼製網枠間の 接触力にはバラツキが大きく、離散的に分布する. 以上のことより、より現実に近いモデルの構築には、中 詰材を粒状体として表すことが理想的である。そこで本 研究では、中詰材を粒状体としてモデル化した鋼製組立 網全体系の連成解析手法の構成を試みる。なお、その際 に鋼製網枠には、これまで著者らが構築してきた有限要 素モデルを用いる。一方、中詰材は多面体で近似する。そ の接触解析においては、解析効率およびアルゴリズムの 簡易さから鈴木ら³⁾により提案されたボクセルベース衝 突判定アルゴリズムを用いる。また、鋼製組立網の鉛直 載荷解析を行い、過去に行った実験や有限要素解析との 比較等を通し、その適用可能性について検討する。

2. 粒状体による中詰材のモデル化

粒状体の代表的解析手法として個別要素法⁴⁾がある.当 該手法における粒状体間の接触は,接触点に設けられた バネやダッシュポットにより評価され,粒子変形は直接 考慮されない.一方,粒子の変形までモデル化した手法 としては不連続変形法 (DDA) が挙げられる.近年では, これらの手法を用いた二次元多角形粒状体の解析なども 試みられている⁵⁾.これに対して,三次元解析の場合,多 面体どうしの接触には,頂点・辺・面の相互間での接触 が可能性としてあり,それらを適宜判定する必要がある. この接触判定を適切且つ効率良く実行するのは必ずしも 容易ではなく,そのため各粒子を多面体によりモデル化 した三次元解析はまだ実用的段階になく,適用例は決し て多くない.

このような状況の下,三次元粒状体の簡易且つ効率的 な接触解析法が鈴木ら³⁾により提案された。当該手法は,



Fig. 1 Polyhedron (polygon) and voxel (pixel) of level 0.



Fig. 2 Voxels and voxel spheres of level 1.

多面体の表面をボクセル球で覆い,多面体同士の衝突判 定をボクセル球レベルで行うものである.そのため,多 面体を構成する面・辺・頂点毎の複雑な接触判定は不要 となり,簡易なアルゴリズムによる判定が可能となる.

以下では,鈴木らの手法による接触判定に基づく粒状 体解析法の構成について,その概略を述べる.

2.1 多面体のボクセル球による近似

多面体形状をボクセル近似で与える. 簡単のため, 二 次元問題で考える. この場合, 多面体は多角形に, ボク セルはピクセルになる. 以下では三次元モデルを想定し た表現を用いて説明する.

多面体を包含する最小の立方体を階層 0 のボクセルと 呼ぶ (Fig.1). さらに, 階層 0 のボクセルの各辺を 2 等分 して得られる 8 つの小ボクセル (2 次元問題なら 4 つの小 ピクセル)を階層 1 のボクセルと呼ぶことにする. 以降同 様にして階層 m のボクセルを定義する. 各階層のボクセ ルに対して, それに内接する球をボクセル球と呼ぶこと にする (Fig.2). なお, 鈴木ら³⁾はボクセルに外接する球 をボクセル球と定義している. これをボクセル球として 与え接触判定する場合, かなり深い階層レベルまで解像 度を上げない限り, 実際の多面体同士が幾何学的に接触 していない段階でも接触と判定され, 挙動が多少不自然 になる傾向が認められたため, ここでは内接球を用いた.

以上の操作により、多面体はその表面に位置する多数 のボクセル球の集合体により近似されることとなる.また、ボクセル階層を深くすることで、その近似精度を上 げることができる.適用例を Fig.3,4 に示す. Fig.3 は近 似対象となる多面体である. Fig.4 はそれを第4 階層のボ クセル球により近似したものである.



Fig. 3 An example of polyhedron.



Fig. 4 Approximation of the polyhedron by voxel spheres with level 4.

2.2 接触ボクセル球の抽出

多面体間の接触判定は,最深階層のボクセル球同士の 接触により近似評価する.最深階層において多面体表面 と接し,且つ相手の多面体上のボクセル球と接している ボクセルの抽出手順について述べる.

- (1) 階層0のボクセルどうしで多面体間の接触の可能性 を判定する.接触の可能性がなければ、次の多面体 に移り同様の判定を繰り返す.
- (2) 階層0で接触の可能性のある場合,階層1のボクセ ルにレベルを移動する.まず,各ボクセル球とそれ が属している多面体表面の三角形面素との接触判定 を行い,接触しているボクセルのみ抽出する.
- (3) (2)で抽出されたボクセル球に対して、相手の多面体のボクセル球との接触を判定し、接触しているボクセル球のみ抽出する.
- (4) 階層をさらに1つ上げ, (2),(3)の判定を繰り返す.
- (5) (4)の操作を所定の階層に到達するまで繰り返す.

2.3 ボクセル球間の接触力の計算

2.2 に述べた手順で抽出したボクセル球間で接触力を 計算する. Fig.5 に示すように,ボクセル球 $i \ge j$ の中心 点座標を $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$,速度を $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j$ とする. ボクセル球iが属



Fig. 5 Voxel spheres and contact forces.

する多面体の重心位置を $\mathbf{x}_G^{(i)}$,速度を $\mathbf{v}_G^{(i)}$,回転速度ベクトルを $\boldsymbol{\omega}_G^{(i)}$ とする.このとき、 \mathbf{v}_i は次式で求められる.

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_G^{(i)} + \boldsymbol{\omega}_G^{(i)} \times \mathbf{r}_i \tag{1}$$

ここで、 $\mathbf{r}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_G^{(i)}$ である.

ボクセル球間の中心点間距離を d, 各ボクセル球の半 径を \bar{r}_i, \bar{r}_j とする. $d < (\bar{r}_i + \bar{r}_j)$ の場合に作用するボクセ ル球間の法線方向 (n)の接触力 \mathbf{F}_n は次式で与えられる.

$$\mathbf{F}_n = \{-k[(\bar{r}_i + \bar{r}_j) - d]^{3/2} + \eta(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{n}\}\mathbf{n} \quad (2)$$

ここで, k,η はバネ定数とダッシュポットの減衰係数で ある. なお, 法線方向接触力は Hertz の弾性接触モデル で評価するものとし, バネ定数 k を次式で与える.

$$k = \frac{\sqrt{2R}}{3} \cdot \frac{E}{1 - \nu^2} \tag{3}$$

式(3) による接触力評価の際には、多面体を代表半径 R の球体で近似評価している. また、E, v は多面体の弾性 係数とポアソン比である.

nに直交する方向の相対速度 vs は次式で与えられる.

$$\mathbf{v}_s = (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) - [\mathbf{n} \cdot (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i)]\mathbf{n}$$
(4)

接線方向力 Fs は摩擦力で与える.

$$\mathbf{F}_{s} = \mu |\mathbf{F}_{n}|\mathbf{s}, \quad \mathbf{s} = \frac{\mathbf{v}_{s}}{|\mathbf{v}_{s}|} \tag{5}$$

ここで,μは摩擦係数である.

ボクセル球iが属する多面体には接触力 F_n , F_s が,ボ クセル球jが属する多面体には $-F_n$, $-F_s$ が作用する. また, F_n , F_s によるモーメント M は次式で与えられる.

$$\mathbf{M} = \mathbf{r}_i \times (\mathbf{F}_n + \mathbf{F}_s) \tag{6}$$

これらの力とモーメントを全ての接触点に対して加算することで、多面体全体に作用する合力と合モーメント M_i が求められる.

3. 時間積分

3.1 並進移動

多面体iに作用する合力を \mathbf{F}_i とすると、多面体iの加速度 \mathbf{a}_i は次式で与えられる.

$$\mathbf{a}_i = \frac{\mathbf{F}_i}{m_i} \tag{7}$$

ここで, mi は多面体質量である.

式(7) に基づき時間積分することで、新たな時間ステッ プにおける多面体位置の更新がなされる. なお、本研究 では石と鋼製網枠との連成問題が対象であり、通常の陽 的時間積分スキームでの安定解析には、極めて短い時間 増分(Δt)の設定が必要となる. ちなみに、Euler スキー ムによる場合、 $\Delta t=10^{-6}$ sec としても安定解を得ること ができなかった.

本解析の目的は鋼製組立網の準静的な応答を捉えるこ とにある.したがって,動的応答特性はさほど重要でな く,安定解析が確保でき,準静的挙動の評価が適切にな されれば十分である.ただし,粒状体と鋼製網枠との連 成を静的解析する場合,不平衡力の収束計算を要し,実 効性に欠ける.そこで,動的緩和法と同様の適用を念頭 に,陽的に安定解を得ることを目的に,次の時間積分ス キームを用いることとした.

$$\mathbf{v}_{G}^{i}(n+1) = \mathbf{v}_{G}^{i}(n) + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{a}_{i},$$

$$\mathbf{x}_{G}^{i}(n+1) = \mathbf{x}_{G}^{i}(n) + \Delta t(\mathbf{v}_{G}^{i}(n) + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{a}_{i})$$
(8)

ここで, (n) は第 n ステップ目の解を意味する.

式(8)による場合,動的成分が適切に評価されなくなる が,バネ-質点系でのスペクトル半径が1となるため,静 的つり合い状態への移行は安定に計算可能となる.

3.2 回転移動

多面体iの角加速度 $\dot{\omega}_i$ は次式で与えられる.

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \mathbf{I}_i^{-1} \cdot \mathbf{M}_i \tag{9}$$

ここで、 I_i は慣性モーメント行列である.

式(9) より, 多面体 *i* の第 *n* + 1 ステップにおける角 速度は,式(8) の時間積分スキームに基づき次式で更新される.

$$\omega_i(n+1) = \omega_i(n) + \frac{\Delta t}{2}\dot{\omega}_i \tag{10}$$

多面体要素の主軸を要素座標に設定し、その下で定義 した多面体内任意点の座標を \mathbf{r} とする.このとき、第nステップにおける当該点の全体座標ベクトル \mathbf{r}^{n} は次式で 与えられる.

$$\mathbf{r}^n = \mathbf{R}^n \cdot \mathbf{r} \tag{11}$$

ここで、 \mathbf{R}^n は第n ステップにおける多面体の回転テン ソルである.なお、簡単のため式(11) では全体座標の原 点を多面体重心にとっている.

第nからn+1ステップの間の増分回転ベクトルは, 式(8)と同様の時間積分により $\Delta t(\omega_i(n) + \Delta t/2\dot{\omega}_i)$ と与 えられる.ここで,このベクトルの大きさを θ ,その方向 の単位ベクトルをtとすると,次式が成り立つ.

$$\Delta t(\boldsymbol{\omega}_i(n) + \frac{\Delta t}{2}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i) = \theta \mathbf{t}$$
(12)



Fig. 6 A wire mesh panel.

このとき、1 ステップ間の回転テンソル $\Delta \mathbf{R}^n$ は次式 で与えられる⁶⁾.

$$\Delta \mathbf{R}^{n} = \mathbf{I} + \sin \theta \begin{bmatrix} 0 & -t_{3} & t_{2} \\ t_{3} & 0 & -t_{1} \\ -t_{2} & t_{1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ 2 \sin^{2} \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} t_{1}^{2} - 1 & t_{1}t_{2} & t_{1}t_{3} \\ t_{1}t_{2} & t_{2}^{2} - 1 & t_{2}t_{3} \\ t_{1}t_{3} & t_{2}t_{3} & t_{3}^{2} - 1 \end{bmatrix}$$

$$(13)$$

ここで, I は恒等テンソル, t_j ($j = 1, \dots, 3$) は単位ベクトル t の成分である.

以上より, 第n+1ステップにおける回転テンソルは 次式により更新される.

$$\mathbf{R}^{n+1} = \Delta \mathbf{R}^n \cdot \mathbf{R}^n \tag{14}$$

4. 鋼製網枠のモデル化

4.1 金網のモデル化

鋼製網枠に用いる金網パネルの一例を Fig.6 に示す. こ こでは Fig.6 のような菱形金網を対象に,そのモデル化 の概略について述べる. なお,詳細は文献 1),7)を参照さ れたい.

金網はそれと力学的に等価な弾塑性膜としてモデル化 する. 金網の面内変形には微小ひずみを仮定する. 金網の 巨視的応力 σ_{ij} は、金網を構成するユニットセル (Fig.7) 当りの巨視的応力と金網作用力との仮想仕事の等価性に 基づき次式のように与えられる.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2Ar} \sum_{m=1}^{2} F_i^m n_j^m$$
(15)

ここで、 $A = \sin\theta\cos\theta$, θ はユニットセルの中心点と頂 点①とを結ぶ線が x_1 軸となす角度, r は中心点と頂点間 距離, \mathbf{F}^m , \mathbf{n}^m は第 m 番頂点の作用力と頂点方向単位ベ クトルである. 頂点作用力 \mathbf{F}^m は各変形段階で有限要素 の応力評価点毎に評価する. なお, 頂点作用力と頂点変 位との関係は、事前にニューラルネットワークで学習さ せておき、計算の効率化を図っている.

面外たわみを含む全体系での変形に対しては有限変位 理論を適用し、節点力評価を行う.



Fig. 7 Unit cell of wire mesh.

4.2 丸棒のモデル化

金網の周囲に取付けられている丸棒は、三次元はり要素でモデル化する.なお、その際に金網と同様に有限変位 理論を適用する.また、弾塑性解析に際し Prandtl-Reuss の式を用い、はり要素内を断面内と長さ方向に細分割し、 各部分領域毎に弾塑性状態下での応力評価を行う.その 結果に基づき節点力を求める.

4.3 中詰材との接触力評価

中詰材と鋼製網枠との接触解析は、多面体頂点と有限 要素間で行う.その際に、接触力は多面体どうしの場合 と同様にして評価する.なお、接触点は一般に有限要素 節点位置とは一致しない.そのため接触力を要素補間に より各節点に割り振り、等価節点力を求める.

4.4 動的解析

鋼製網枠の質量分布は集中質量により与える.上述の モデル化に基づき求めた節点力と集中質量とに基づき全 自由度の加速度成分を求め, 3.に述べた時間積分法によ り逐次解を更新する.

5. 解析例

5.1 解析条件

解析例として,過去に行った実験²⁾に対応したものを 設定する.当該実験では,Fig.6に示した一辺75cmの金 網パネル6枚を箱状に組み立てて作成した供試体を用い た.パネル間の接合にはUボルトを用い,各辺5~4箇 所を締結した.金網は線形5mm,網目寸法65mmのもの (Fig.6水平,鉛直方向巨視的弾性係数が138,336 kN/m) を採用し,丸棒は9mm径のものを用いている.中詰材に は粒径10~15cm前後の玉石を用い,1個ずつ手作業で できるだけ密になるように充填した.実験では鋼製組立 網の上面を十分に剛な載荷板を介して下方に押込み,そ の際の載荷重と上面の鉛直変位とを測定した.

以上の実験に対応する解析モデルを Fig.8 に示す.本 来は鋼製組立網全体をモデル化すべきであるが,ここで は本手法の適用可能性を検討するための基礎的解析を主 目的とし,全体の1/4 モデルを用い,金網の変形には対 称条件を課した.なお,金網は2面とも水平・鉛直方向に 6等分割し、3節点三角形要素により離散化した.また、 丸棒は金網節点と整合するように6要素分割した.実際 の鋼製組立網では各辺上において、互いに直交する2枚 のパネルに対応した2本の丸棒が存在する.Fig.8では、 1本の鉛直丸棒のみ示されているが、節点力評価では2本 分の剛性を考慮している.丸棒および金網の上下端は固 定支持とし、過去の解析経験²⁾に基づき、側面に振幅2cm の sine 半波形状の初期たわみを設定した.なお、解析で は丸棒の弾性係数を204GPa、降伏応力を300MPaに設 定した.鋼製網枠の重量は、中詰材に比べ無視できる程 度に小さい.そこで動的解析では準静的解が速やかに得 られるように、できるだけ小さな質量を設定することと し、鋼材の質量密度を100kg/m³で与えた.

中詰材はFig.3に示したような56個の多面体で与えた. 個々の多面体は、単位球に対応する基準多面体より生成 した.具体的には、粒径(10.6~16cm)および互いに直 交する3つの主軸方向の扁平係数(0.8~1.1)を一様乱数 により与え、各多面体を作成した.解析では、石材の質 量密度を2650kg/m³、弾性係数を15GPa、ポアソン比を 0.25とした.また、中詰材どうし、および金網との摩擦 係数はいずれも0.3と設定した.ただし、対称面上では 摩擦は作用しないものとしている.

次に中詰材の充填方法について説明する.まず,上述 のように生成した各多面体を,互いに接触し合わないよ う空間中の格子点上に発生させる.次に,鋼製網枠と同形 状の剛な箱に自由落下させてランダムに充填させる.そ の後,鋼製網枠と連成させながら概ね静止するまで解析 を進め,初期状態を得る.

変形解析では鋼製組立網の上面に剛な板を設定し、中 詰材との接触を評価しつつ鋼製網枠上面と共に一定速度 (2.5cm/sec)で下方に移動させ、鉛直変位が 3cm に達する まで計算した.なお、時間増分は中詰材については $\Delta t = 2 \times 10^{-5}$ sec とし、鋼製網枠に対しては過大な作用荷重の 発生を抑制する目的で中詰材の 1step をさらに 10step に 細分割し、中詰材から作用する接触力をその間一定とし て時間積分を実施した.

5.2 解析結果

鋼製組立網上面の鉛直変位と鉛直荷重との関係をFig.9 に示す.図には実験結果と連続体モデルによる有限要素 解析結果²⁾も合わせて示した.鉛直荷重 30kN 前後以降 において,本解析での全体剛性が他に比べ低い値を示し ている.また,最大荷重は連続体モデルと同程度となっ ているが,各変形過程における強度が高目の値を示して いるなど,特に実験値との間に差が認められる.しかし, 鉛直丸棒座屈後に強度が徐々に低下するなど,定性的傾 向については概ね妥当な結果が得られた.なお,全体に 強度が高い値を示した原因の一つとしては,ここに採用 した時間積分法の影響が考えられる.当該手法では式(8) のように 1step 間の速度増分に対する加速度の寄与が低 減されている.そのために安定解析が可能となったもの の,上端に与えた強制変位に対する丸棒各節点の変位応



Fig. 8 Initial form of box gabion.



Fig. 9 Vertical load and displacement.

答が過小評価され,結果として過渡応答時の軸ひずみが 過大評価されたことによるものと思われる.ちなみに,鉛 直丸棒単体の座屈解析を事前に実施した際,座屈前の段 階で上述のような過大荷重の発生が認められた.この傾 向は時間増分の短縮と共に低減され,本解析における Δt の下では,後座屈域での挙動が静的解析と一致すること を確認した (図示省略).

次に、上面鉛直変位 3cm における変形の様子を Fig.10 に示す.鉛直丸棒が座屈し、高さ方向中央部付近の金網 がそれに追従するように外側にたわんでいる様子が窺え る.また、金網と接触している中詰材の個数は決して多 くなく、金網のたわみに伴い中詰材と金網との間の空隙 が拡大している箇所も認められる.これらの挙動は構造 物の規模に比べ中詰材粒径が比較的大きいことに起因す



Fig. 10 Deformation of box gabion at vertical displacement of 3cm.

るものであり、中詰材を弾塑性連続体によりモデル化した場合には再現不可能な特徴である.

最後に、初期状態から鉛直押込み変位 3cm までの過 程で発生した各中詰材の変位をベクトル描画したものを Fig.11 に示す. 図中の小球は各中詰材の変形前の位置を 示している. なお、変位ベクトルの大きさは拡大して表 示している. 図 (a) は x 軸方向から見たものである. 図 より、高さ方向中央付近の金網近傍に位置している中詰 材が、鉛直丸棒の座屈により水平方向に大きく変位して いる様子が確認できる. また、図 (b) は z 軸方向から見 たものである. 大きな変位を受けている中詰材が主に金 網近傍に位置しており、多くの中詰材が金網のたわむ方 向に変位している. 特に丸棒近傍 (図中右上隅)の中詰材 の変位量が大きな値を示しており、その最大値は 6cm 近 くに達している. 以上のことより、中詰材全体として見 た場合、鋼製網枠の変形に概ね対応するように変位を生 じていることがわかる.

6. おわりに

鋼製組立網の中詰材を粒状体でモデル化し,全体解析 を試みた.中詰材は多面体で表現し,解析の効率化を図 る目的でボクセル球を用いた形状近似を採用した.金網 と丸棒は弾塑性有限要素により離散近似し,中詰材との 連成解析を実施した.実験結果や,中詰材を弾塑性連続 体でモデル化した場合の解析結果との比較を通し,粒状 体モデルによる解析の適用可能性について検討した.そ の結果,鋼製組立網全体の強度は幾分大きめの評価がな される傾向にあるが,鉛直丸棒の座屈発生後に全体強度 が低下に転ずるなど,定性的には妥当な解が得られるこ とが確認できた.

粒状体による中詰材のモデル化は,初期状態の作成に



Fig. 11 Displacement vectors of filling materials.

手間を要し,連続体モデルに比べて多大な計算時間を必要とする.そのため,解析効率の面では改善の余地が残されているものの,鋼製組立網のように中詰材の粒径が構造物の大きさに比べ比較的大きな問題においては,連続体モデルで評価し得ない粒状体特有の力学挙動の再現に有効な解析手法であると言える.

参考文献

- 阿部和久, 深谷克幸: 鋼製組立網に用いられる金網の弾塑 性解析, 土木学会論文集, No.633/I-49, 205-215, 1999.
- 阿部和久,田嶋史人,小関 徹:鋼製組立網の三次元弾 塑性解析,構造工学論文集,Vol.49A, 145-152, 2003.
- 3) 鈴木克幸, 久保田 純, 大坪英臣:ボクセルベース衝突 解析アルゴリズムを用いた剛体運動シミュレーション,応 用力学論文集, 6, 131-139, 2003.
- 約体工学会編,粉体シミュレーション入門,産業図書, 1998.
- 5) 相川 明: 不連続変形法解析を用いた砕石道床の地震 時における内部破壊特性,応用力学論文集, 6, 593-602, 2003.
- 6) 久田俊明:非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎,丸善,21-23,1992.
- 阿部和久,小嶋里志,深谷克幸: 鋼製組立網に用いられる 金網の面外変形解析,構造工学論文集, Vol.47A, 147-154, 2001.