

クリースの発達過程に対する影響因子の調査

INVESTIGATION OF INFLUENCING FACTORS ON THE PROCESS OF CREASE EVOLUTION

石田 竜也¹⁾, 永島 壮²⁾, 松原 成志朗³⁾, 奥村 大⁴⁾

Tatsuya ISHIDA, So NAGASHIMA, Seishiro MATSUBARA and Dai OKUMURA

- 1) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区, E-mail: ishida.tatsuya.f0@s.mail.nagoya-u.ac.jp)
- 2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区, E-mail: so.nagashima@mac.nagoya-u.ac.jp)
- 3) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区, E-mail: seishiro.matsubara@mac.nagoya-u.ac.jp)
- 4) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区, E-mail: dai.okumura@mac.nagoya-u.ac.jp)

We study the evolution of crease in an elastomer under three different loading conditions. Two-dimensional finite element analysis is performed by combining a non-linear perturbation approach to find a bifurcation solution for the flat surface in a metastable state. A generalized plane strain element is used to impose plane strain, uniaxial, and equibiaxial conditions on the elastomer. The solution is the deformation path for crease evolution, and the path ends at the critical strain for creasing ϵ_C . The depth and self-contact length of the creases, which are indicators of crease evolution, are described as functions of powers with constants and scaling exponents, which are expressed as linear functions of the crease interval.

Key Words: Surface instability, Creasing, Bifurcation, Elastomers, Finite element analysis

1. 緒 言

弾性材料は、圧縮負荷を受けると表面不安定現象^{(1),(2)}を発生し、自由表面にしわを形成する。しわの形態は多様であるが、代表的な形態としてリンクルやクリースが挙げられる。リンクルは、自由表面の法線方向に発生する滑らかな起伏であり、クリースは、自由表面の内側に向かって生じるヒンジ状の折れ曲がりである。いずれも生体器官⁽³⁾に遍在する自律パターンであることから、リンクルとクリースの発生・発達過程を理解することは、形態形成機構の解明において重要である。

Biot は、圧縮下の非圧縮 neo-Hookean 半無限弾性体に対して、リンクルの発生を予測する分岐理論を構築した^{(4),(5)}。そして、平面ひずみ条件下では、リンクル発生ひずみの理論値が $\epsilon_W = 0.456$ であることを明らかにした。一方、大変形と自己接触を伴うクリースは、従来の分岐座屈理論では同定できない特殊な変形モードであり、その発生・発達過程を説明できる理論は未だ存在しない。そのため、クリースの発生ひずみは、実験値として $\epsilon_C \approx 0.35$ ⁽⁶⁾ であることが報告されるにとどまり、クリースの発生ひずみがリンクルの発生ひずみを下回る機構は未解明であった。

このような状況の中、Hohlfeld と Mahadevan は、 ϵ_C と ϵ_W の間のひずみ領域において、クリースが発生し得るメタ安定状態が存在することを有限要素解析により示し、クリースへの

分岐経路の存在を明らかにした^{(7),(8)}。さらに、Yang らは、非線形摂動法を用い、メタ安定状態で摂動力を導入することにより、所望の圧縮状態でクリースを誘起できることを示した⁽⁹⁾。以上のように、クリース発生機構への理解が深まりつつある。その一方で、クリースの発達に着目した研究は少なく、全容解明への期待が高まっている⁽¹⁰⁾。

そこで本研究は、有限要素解析により、クリースの発達過程に対する影響因子を調査することを目的とした。特に、発達過程に及ぼす幾何学条件の影響を調べた。2章では、解析モデルと3つの異なる荷重条件、すなわち、平面ひずみ、単軸、および等二軸条件について説明する。3章では、解析結果を示す。非線形摂動法により、メタ安定状態から分岐解を求め、クリースの発達経路を解析する。4章では、解析結果の評価を行う。クリースの発達を特徴付けるクリース深さと自己接触長さがべき関数で表されることを示す。さらに、べき関数の定数とスケーリング指数がクリース間隔の線形関数であることを示す。最後に5章では結言を述べる。

2. 解析方法

有限要素解析は、ABAQUS (Abaqus 6.14 User Documentation, 2014) を用いて行う。弾性体は、非圧縮性の neo-Hookean 超弾性体モデルに従うと仮定する。初期寸法は、幾何学的な欠陥のない高さ H と長さ L で表される (Fig. 1(a))。弾性体を等距離のクリースが並ぶ無限構造の最小単位と見なした場合、初期長さは、未変形状態において隣接した2つのクリース間隔

に相当する。無次元化したクリース間隔 L/H をパラメータとし、3.0から5.0の範囲において変化させる。Fig. 1(b)に示すように、クリースの発生は弾性体表面の中心で起こると仮定し、構造全体の右半分を計算領域として選択する。ここで、クリース上面における垂直方向の節点座標の最大値と最小値の差をクリース深さ δ として定義する。

Fig. 1(c)は、一般化平面ひずみ要素 (CPE4GRH) を用いて分割した計算領域の境界条件と要素を示している⁽¹¹⁾。上面は拘束せず、下面を鉛直方向に拘束する。クリースが鏡像対称であることを考慮し、左側に摩擦のない剛性壁を配置することにより、クリースの発生・発達に伴う上面の自己接触を模倣する。右側境界に強制変位 \bar{u} を加えることにより、弾性体全体に均一な圧縮ひずみ $\varepsilon_G = -2\bar{u}/L$ が付与される。要素分割数 N は、全要素が H/N の正方形になるように定義される。Fig. 1(c)は、 $N = 20$ の例を示している。

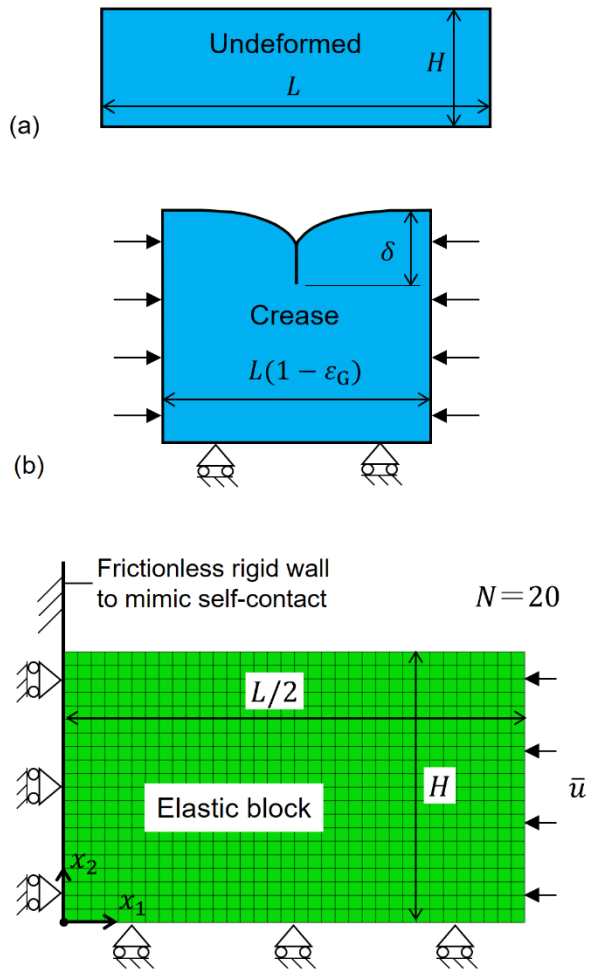


Fig.1 Schematic illustrations and a finite element model of an elastic block. (a) Undeformed state of an elastic block with height H and length L . (b) Crease state on a bifurcated path at the global compressive strain ε_G . The crease depth δ is an indicator of crease evolution. (c) Boundary conditions and finite element mesh for half of the elastic block. The global compressive strain ε_G is defined as $\varepsilon_G = -2\bar{u}/L$. The mesh resolution N means that the elastic block is divided into a square mesh with side lengths of H/N (the sample case for $N = 20$ is shown here).

本研究では、平面ひずみ、単軸、および等二軸条件におけるクリースの発達過程について調べる。CPEG4RH は、通常節点と幾何学モデルを構成するすべての共成要素で共有される参照節点から構成され、2次元の弾性体に上記の条件を課すために利用できる。参照節点の自由度は、面外方向の変位 u_{x_3} と面内方向の角度 (ϕ_{x_1}, ϕ_{x_2}) である。これらの自由度は、2つの境界面間の相対的な配置を制御し、面外方向の要素形状を決定する。条件 $(\phi_{x_1}, \phi_{x_2})=0$ を課すとき、現在の要素幅 w は次式のように表される。

$$w = W + u_{x_3} \quad (1)$$

初期幅 W については、本研究では $W/H = 1.0$ に固定されている。 u_{x_3} に制約を与えない場合は単軸圧縮となり、 $u_{x_3} = \bar{u}W/L$ を強制すると等二軸圧縮となる。

解析においては、左境界上面に負の x_2 方向の非線形摂動力 f を導入する。 ε_G の固定値が ε_W と ε_C の間に位置するメタ安定状態においては、クリースの発生後に f を除去してもクリースは消滅せず、 $f = 0$ で分岐解が見出される。クリースが発生すると自己接触が生じるため、摂動力は非線形になる。摂動力を除去した後、平衡点からの ε_G の増減によって分岐経路を解析する。

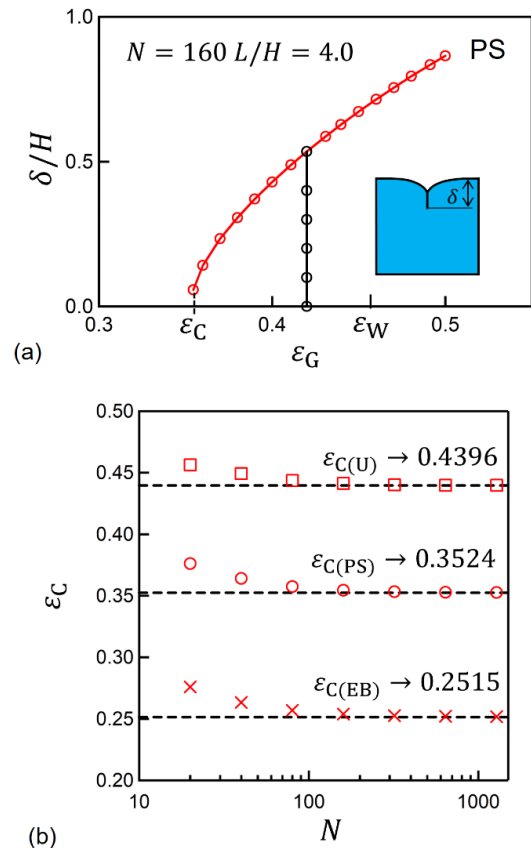


Fig. 2 Results obtained by the finite element analysis. (a) Crease depth δ/H as a function of the global compressive strain ε_G . (b) Critical strain for creasing ε_C under plane strain (PS), uniaxial (U), and equibiaxial (EB) conditions for various values of the mesh resolution N .

3. 解析結果

まず、平面ひずみ条件における正規化したクリーズ深さ δ/H と圧縮ひずみ ε_G の関係を Fig. 2(a) に示す。赤線はクリーズの変形経路を、黒線は $\varepsilon_G = 0.42$ における摂動解析の結果を表している。メタ安定状態 ($\varepsilon_C < \varepsilon_G < \varepsilon_W$) においては、任意の圧縮ひずみで摂動解析を実施することにより分岐解が得られ、クリーズの変形経路を明らかにすることができる。なお、クリーズ深さが 0 となる前に解析が終了するが、このときの圧縮ひずみをクリーズ発生ひずみ ε_C とする。

次に、平面ひずみ (PS)、単軸 (U)、および等二軸 (EB) 条件におけるクリーズ発生ひずみ ε_C と要素分割数 N の関係を Fig. 2(b) に示す。いずれの負荷条件においても、 $N = 640$ のときに十分な収束性を示し、 $\varepsilon_{C(PS)} = 0.3524$ 、 $\varepsilon_{C(U)} = 0.4396$ 、 $\varepsilon_{C(EB)} = 0.2515$ が得られた。これらの値は、先行研究で報告されている $\varepsilon_{C(PS)} = 0.35 - 0.361$ (7),(9),(12)、 $\varepsilon_{C(U)} = 0.438 - 0.44$ (9),(12)、 $\varepsilon_{C(EB)} = 0.25 - 0.264$ (12),(13) とよく一致している。そこで、以下では、 $N = 640$ において得られた結果について述べる。

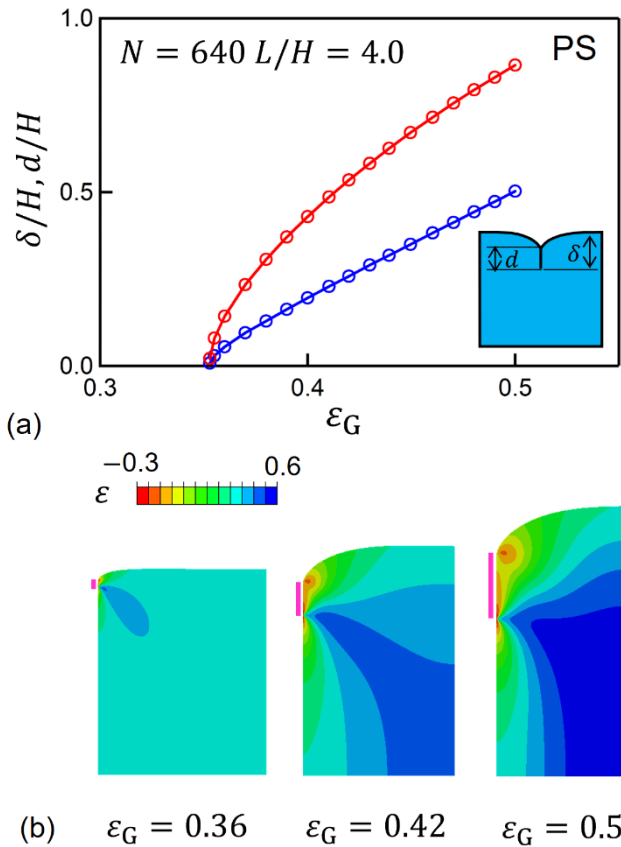


Fig. 3 The crease deformation path under the plane strain condition. (a) Crease depth δ/H and self-contact length d/H as a function of ε_G for $N = 640$ and $L/H = 4.0$. The red and blue plots denote the crease depth and self-contact length, respectively. (b) Deformation shape obtained at $\varepsilon_G = 0.36, 0.42$, and 0.5 . The regions of self-contact caused by creasing are highlighted in pink. The distributions of ε are depicted using the local compressive strain in the same direction as ε_G .

平面ひずみ条件におけるクリーズの変形経路を Fig. 3(a) に示す。赤線はクリーズ深さ δ/H を、青線は自己接触長さ d/H を表している。圧縮ひずみの増加に伴い、クリーズ深さおよび自己接触長さがいずれも増大している。ここで、 $\varepsilon_G = 0.36, 0.42, 0.5$ における変形の様子を Fig. 3(b) に示す。自己接触領域をピンク線で示し、圧縮方向の局所ひずみ ε をコンター図で表す。これらの図より、クリーズは、圧縮ひずみが局所的に大きくなり、クリーズ深さと自己接触長さが増加しながら発達していく過程が明らかになった。

単軸および等二軸条件下のクリーズ変形経路と変形形状をそれぞれ Fig. 4 と Fig. 5 に示す。Fig. 3 に示した平面ひずみ条件の結果と同様に、自己接触領域をピンク線で示し、圧縮方向の局所ひずみ ε をコンター図で表す。圧縮ひずみの増加に伴い、クリーズが発達していく様子がわかる。なお、Fig. 3(b), 4(b), 5(b) の変形形状は、未変形状態を基準に図の縮尺を調整している。得られた変形形状の大小関係から、本研究において、一般化平面ひずみ要素を用いることにより、3つの異なる負荷条件が正しく再現されていることを確認できた。

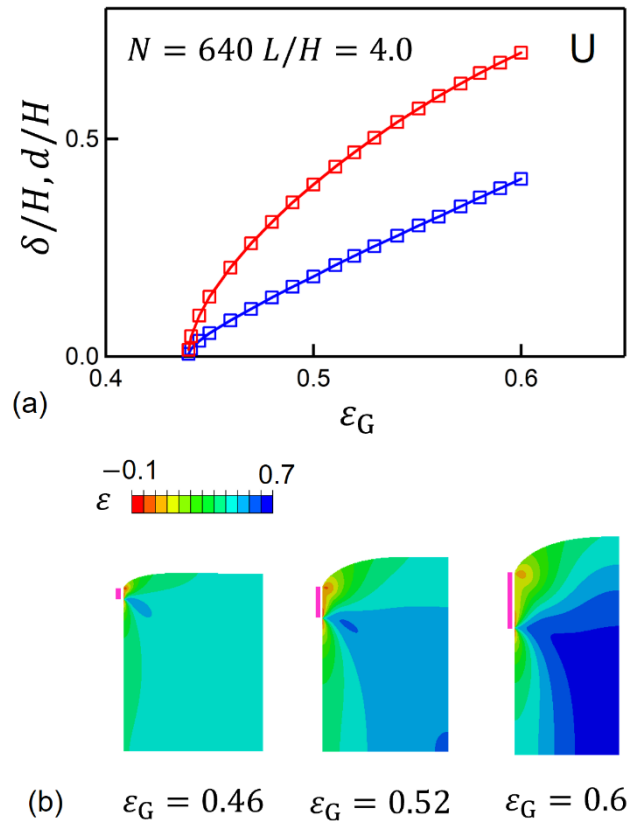
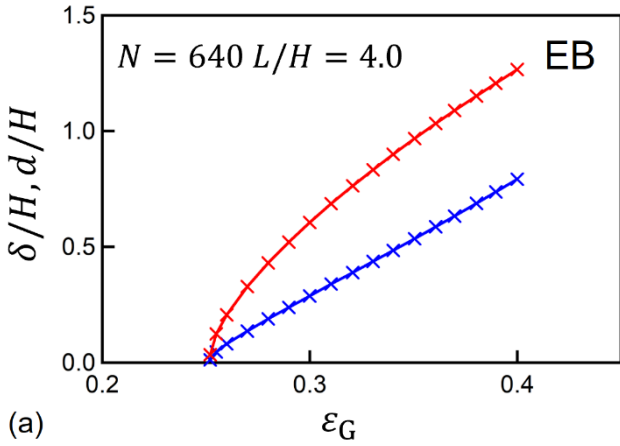


Fig. 4 The crease deformation path under the uniaxial condition. (a) Crease depth δ/H and self-contact length d/H as a function of ε_G . The red and blue plots denote the crease depth and self-contact length, respectively. (b) Deformation shape obtained at $\varepsilon_G = 0.46, 0.52$, and 0.6 . The regions of self-contact caused by creasing are highlighted in pink. The distributions of ε are depicted using the local compressive strain in the same direction as ε_G .



(a)

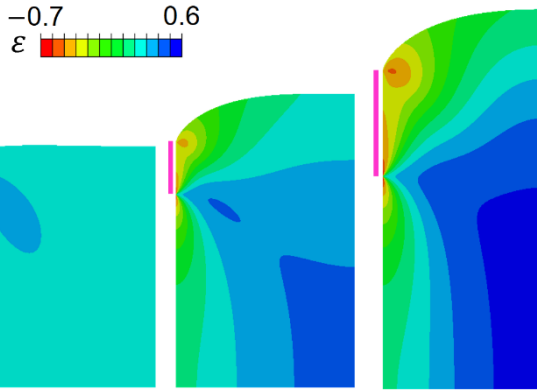
(b) $\varepsilon_G = 0.26$ $\varepsilon_G = 0.32$ $\varepsilon_G = 0.4$

Fig. 5 The crease deformation path under the equibiaxial condition. (a) Crease depth δ/H and self-contact length d/H as a function of ε_G . The red and blue plots denote the crease depth and self-contact length, respectively. (b) Deformation shape obtained at $\varepsilon_G = 0.26, 0.32$, and 0.4 . The regions of self-contact caused by creasing are highlighted in pink. The distributions of ε are depicted using the local compressive strain in the same direction as ε_G .

4. 解析結果の評価

各負荷条件におけるクリース深さ δ/H と圧縮ひずみ ε_G の関係を Fig. 6(a)に、自己接触長さ d/H と圧縮ひずみ ε_G の関係を Fig. 6(b)に示す。グラフ内の○, □, ×印のプロットは、それぞれ平面ひずみ, 単軸, および等二軸条件の解析結果を表しており、赤, 青, 緑色は、それぞれクリース間隔 $L/H = 5.0, 4.0, 3.0$ を表している。ここで、クリース深さ δ/H と自己接触長さ d/H が、それぞれ以下のべき関数で表されると仮定する。

$$\delta/H = C_\delta(\varepsilon_G - \varepsilon_C)^{k_\delta} \quad (2)$$

$$d/H = C_d(\varepsilon_G - \varepsilon_C)^{k_d} \quad (3)$$

なお、 C_δ, C_d は定数、 k_δ, k_d はスケーリング指数である。

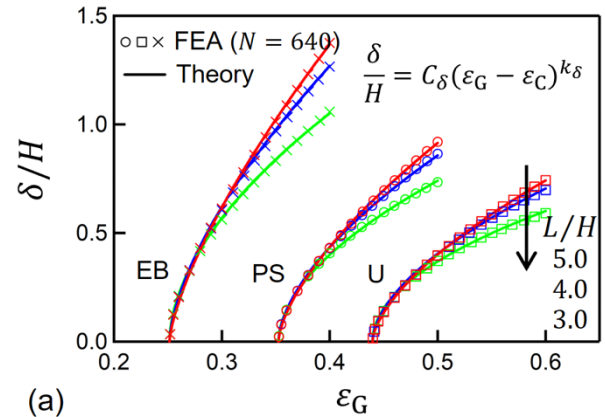
まず、式(2), (3)から得られるクリース深さと自己接触長さを Fig. 6 のグラフ内に実線で示す。いずれの負荷条件および

クリース間隔においても、解析結果とよく一致している。次に、定数 C_δ, C_d およびスケーリング指数 k_δ, k_d とクリース間隔 L/H の関係を Fig. 7 に示す。定数とスケーリング指数のいずれも負荷条件によらずクリース間隔 L/H に対して単調増加しているが、スケーリング指数 k は、定数 C に比べてクリース間隔の依存性が低いことがわかる。以上の結果より、定数およびスケーリング指数は、式(4), (5)に示すクリース間隔 L/H の線形関数で表される。Table 1 は、各負荷条件における係数 $a_{\delta,d}, b_{\delta,d}, i_{\delta,d}, j_{\delta,d}$ をまとめたものである。

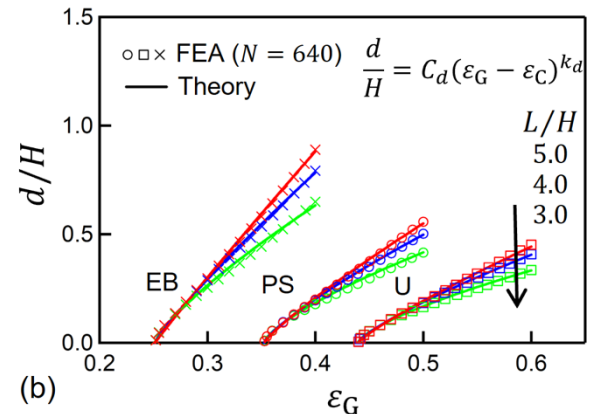
$$C_{\delta,d} = a_{\delta,d}L/H + b_{\delta,d} \quad (4)$$

$$k_{\delta,d} = i_{\delta,d}L/H + j_{\delta,d} \quad (5)$$

以上の結果は、クリース間隔 L/H と圧縮ひずみ ε_G を適切に設定することにより、所望のクリース深さ δ/H と自己接触長さ d/H を有したクリースの発生を再現することが可能になることを示唆する。



(a)



(b)

Fig. 6 Comparison of the results obtained by finite element analysis (FEA) and theoretical equations for (a) crease depth δ/H and (b) self-contact length d/H under the plane strain (PS), uniaxial (U), and equibiaxial (EB) conditions. The symbols ○, □, and × denote the FEA results obtained under PS, U, and EB conditions, respectively. Solid lines shown in (a) and (b) indicate the results obtained using Equations (2) and (3), respectively. The results are presented for the crease intervals $L/H = 5.0$ (red), 4.0 (blue), and 3.0 (green).

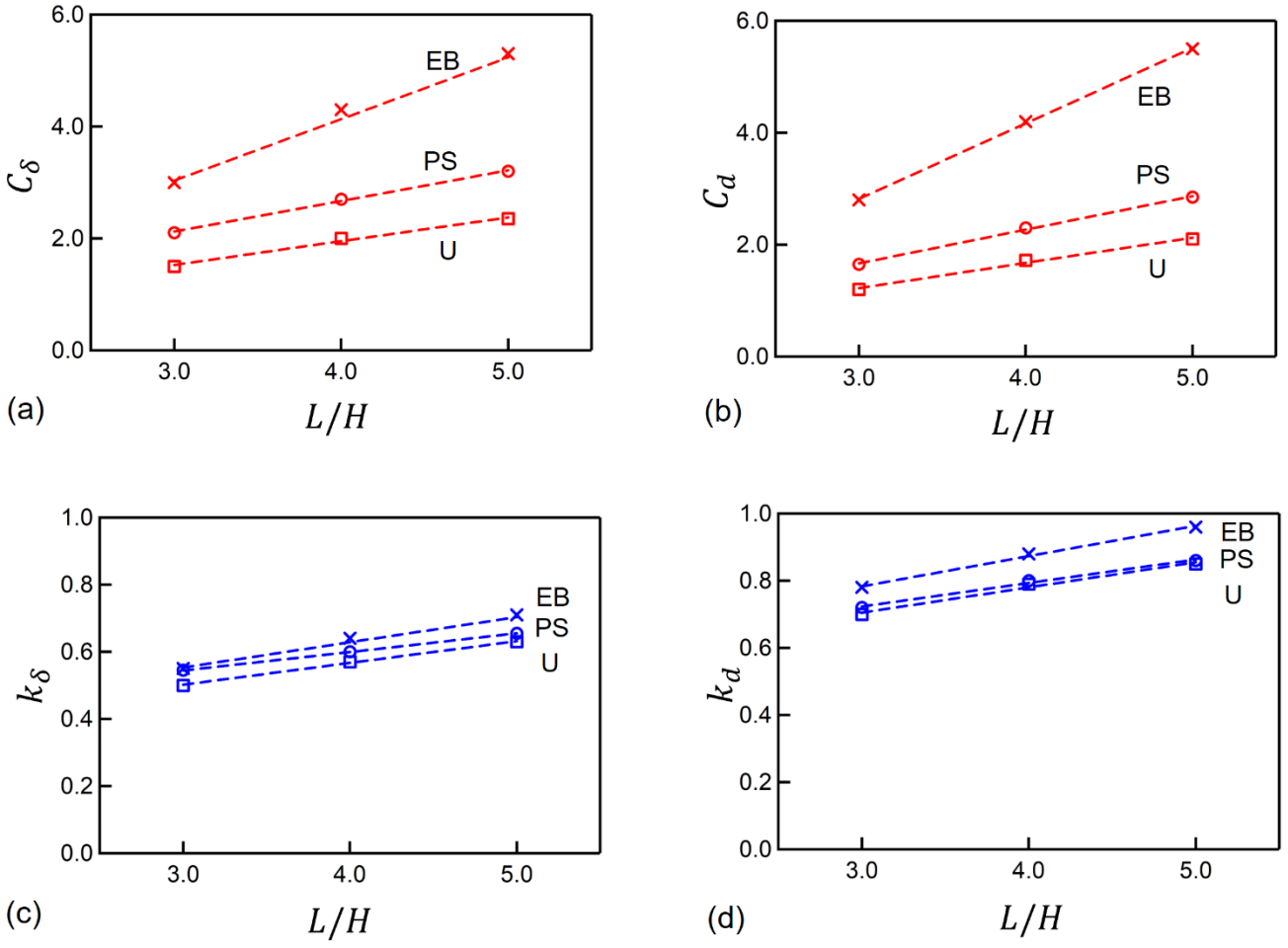


Fig. 7 Constants and scaling exponents as a function of the crease interval. (a,b) Constants (a) C_δ and (b) C_d determined from the results shown in Fig. 6 are plotted as a function of the crease interval L/H . (c,d) Scaling exponents (c) k_δ and (d) k_d obtained from the results shown in Fig. 6 are plotted as a function of the crease interval L/H . Symbols \circ , \square , and \times denote the values under plane strain (PS), uniaxial (U) and equibiaxial (EB) conditions, respectively. The dotted lines show the linear approximation.

Table 1 Coefficients $a_{\delta,d}$, $b_{\delta,d}$, $i_{\delta,d}$, and $j_{\delta,d}$ in Equations (4) and (5) determined under PS, U, and EB conditions.

	a_δ	a_d	b_δ	b_d	i_δ	i_d	j_δ	j_d
PS	0.55	0.60	0.48	-0.13	0.055	0.07	0.38	0.51
U	0.43	0.45	0.25	-0.13	0.065	0.075	0.31	0.48
EB	1.15	1.35	-0.4	-1.23	0.08	0.09	0.31	0.51

5. 結 言

本研究では、有限要素解析により、クリースの発達過程に対する影響因子を調査した。一般化平面ひずみ要素を用い、平面ひずみ、単軸、および等二軸条件におけるクリースの発達過程を調査した。非線形摂動力法により、メタ安定状態から分岐解を求め、クリースが発達する分岐経路を解析した。クリース発生ひずみと要素分割数の関係より、既存の研究とよく一致するクリース発生ひずみの値が得られた。解析結果より、クリース深さと自己接触長さはべき関数で表され、その定数とスケーリング指数がクリース間隔の線形関数であることを明らかにした。クリース発達過程においては、クリース間隔がクリース深さや自己接触長さに影響を及ぼすことがわかった。本研究で獲得した知見は、クリースの発達過程への理解を深め、形態形成機構の解明につながると考えられる。

謝 辞

本研究の一部は JSPS 科研費 JP22K18284 の助成を受けて行われた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- (1) A. Mallouris, A. Yiacomettis, V. Thomaidis, A. Karayiannakis, C. Simopoulos, D. Kakagia, A. K. Tsaroucha: A record of skin creases and folds, *European Journal of Plastic Surgery*, **35**(2012), pp. 847–854.
- (2) B. Li, Y. P. Cao, X. Q. Feng, H. Gao: Mechanics of morphological instabilities and surface wrinkling in soft materials: a review, *Soft Matter*, **8**(2012), pp. 5728–5745.
- (3) R. S. Hill, C. A. Walsh: Molecular insights into human brain evolution, *Nature*, **437**(2005), pp. 64–67.
- (4) M. A. Biot: Surface instability of rubber in compression, *Applied Scientific Research*, **12**(1963), pp. 168–182.
- (5) M. A. Biot: Mechanics of incremental deformations: theory of elasticity and viscoelasticity of initially stressed solids and fluids, including thermodynamic foundations and applications to finite strain, 1965, Wiley.
- (6) A. N. Gent, I. S. Cho: Surface instabilities in compressed or bent rubber blocks, *Rubber Chemistry and Technology*, **72**(1999), pp. 253–262.
- (7) E. Hohlfeld, L. Mahadevan: Unfolding the sulcus, *Physical Review Letters*, **106**(2011), 105702.
- (8) E. Hohlfeld, L. Mahadevan: Scale and nature of sulcification patterns, *Physical Review Letters*, **109**(2012), 025701.
- (9) P. Yang, Y. Fang, Y. Yuan, S. Meng, Z. Nan, H. Xu, H. Imtiaz, B. Liu, H. Gao: A perturbation force based approach to creasing instability in soft materials under general loading conditions, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **151**(2021), 104401.
- (10) R. Hoshi, H. Miyoshi, S. Matsubara, D. Okumura: Effects of initial imperfection and mesh resolution on wrinkle and crease analyses, *Transactions of the JSME (in Japanese)*, **87**(2021), 21-00045.
- (11) S. Matsubara, A. Ogino, S. Nagashima, D. Okumura: Computational and physical aspects for the occurrence of crease in an elastomer under general loading conditions, in revision.
- (12) W. Hong, X. Zhao, Z. Suo: Formation of creases on the surfaces of elastomers and gels, *Applied Physics Letters*, **95**(2009), 111901.
- (13) S. Cai, D. Chen, Z. Suo, R. C. Hayward: Creasing instability of elastomer films, *Soft Matter*, **8**(2012), pp. 1301–1304.