均質化解析によるノンレシプロカルゲルの引張・圧縮非対称性評価

TENSION-COMPRESSION ASYMMETRY EVALUATION OF A NONRECIPROCAL GEL BY HOMOGENIZATION ANALYSIS

布施 卓馬¹⁾, 松原 成志朗²⁾, 永島 壮³⁾, 奥村 大⁴⁾

Takuma FUSE, Seishiro MATSUBARA, So NAGASHIMA and Dai OKUMURA

- 1) 名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区,E-mail: fuse.takuma.b8@s.mail.nagoya-u.ac.jp)
- 2) 名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区,E-mail: seishiro.matsubara@mae.nagoya-u.ac.jp)
- 3) 名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区,E-mail: so.nagashima@mae.nagoya-u.ac.jp)
- 4) 名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区,E-mail: dai.okumura@mae.nagoya-u.ac.jp)

A nonreciprocal gel consisting of hydrogel and nanosheet exhibits mechanical nonreciprocity, which has potential applications in mechanical engineering. An earlier study has revealed that this mechanical nonreciprocity is triggered by the tension-compression asymmetry resulting from the microscopic buckling behavior of nanosheets during compressive deformation, but the relevant influencing factors remain unknown. In this study, we investigate the microscopic buckling behavior and the resultant tension-compression asymmetry in a nonreciprocal gel subjected to uniaxial conditions. Eigenvalue buckling and post-buckling analyses equipped with computational homogenization are performed on a unit cell modeled as an elastic bilayer for which ratios of Young's modulus and thickness are parameterized. The results confirm that selecting a dilute microscopic buckling with the characteristic wavelength or a non-dilute microscopic buckling with the infinite wavelength hinges on the ratios of Young's modulus and thickness, which is consistent with the theoretical solution for the buckling behavior of a layered composite. We also elucidate that the tension-compression asymmetry is more pronounced as the Young's modulus ratio increases or the thickness ratio decreases.

Key Words: Nonreciprocity, Buckling, Gels, Composites, Homogenization

1. 緒 言

近年,負荷方向に依存してノンレシプロカルな力学挙動を示す材料が注目されている(1). これらは力学的エネルギーの 伝達制御や変換が可能であり,特定方向への物質輸送といった非対称システムの開発を促進させると期待されている. ノンレシプロカルな力学挙動を示す材料として,これまでに長 方形フレームを基本単位とするフィッシュボーン構造(2-4)やマイクロロボットをはりで接続したメタマテリアル(5.6)が開発されている. しかし,これらは所望のノンレシプロカル性に応じて緻密な微視的(ミクロ)構造の設計を必要とし,実用に供する段階には至っていない.

Liu ら⁽⁷⁾は、ハイドロゲル中でナノシートを磁気配向させることで、所望の方向にノンレシプロカルな力学挙動を発現させることが可能なノンレシプロカルゲル(NR ゲル)を開発した。本材料に特徴的な引張・圧縮非対称性は、引張と圧縮負荷の方向に依存して弾性率が数十倍異なる性質であり

2023年10月13日受付, 2023年10月27日受理

(8.9), 多様な負荷条件下でノンレシプロカルな力学挙動を発現させる⁽¹⁰⁾.

実験事実として、NR ゲルの引張・圧縮非対称性は、ナノシートのミクロ座屈挙動に起因することが明らかとなっている。一方で、ミクロ座屈挙動の起点や座屈後のミクロ構造の変形、さらにはミクロ座屈挙動を反映した巨視的(マクロ)な力学応答の引張・圧縮非対称性に対する定量化は十分でない。これらを支配する影響因子の解明は、NR ゲルの設計自由度をさらに増やし、実用に展開するために重要である。

複合材料のミクロ座屈挙動は、多孔質体を代表例として古くから研究がなされてきた(II-I3). ミクロ座屈挙動に対する座屈点や座屈後変形に関する議論は成熟の域に達しているが、引張・圧縮非対称性の機構理解に重要なミクロ座屈挙動とマクロな力学応答との関係性については未解明な部分が多い。

そこで本研究では、単軸負荷条件が課された NR ゲルの周 期構造単位(ユニットセル)に対して均質化解析を実施し、 ミクロ座屈挙動と引張・圧縮非対称性に関わる影響因子を評 価する. ユニットセルはハイドロゲルとナノシートの二層弾 性体としてモデル化し、各構成材料の厚さ比とヤング率比をパラメータとする. ユニットセルの座屈固有値解析では、ミクロ座屈のエネルギー的に優位な波長(優先波長)を評価する. また、得られた優先波長と座屈モードを用いて座屈後解析と均質化を実施し、マクロな力学応答としての引張・圧縮非対称性を評価する. 一連の解析を通して、厚さ比とヤング率比に応じて、ユニットセルの全体もしくはナノシートのみが座屈するパターンが選択され、得られた結果は層状複合材料を対象とした理論解(14)と良好に一致することを示す. また、厚さ比が小さく、ヤング率比が大きいほど、NR ゲルの引張・圧縮非対称性が顕著になることも示す.

2. 解析方法

厚さ H_g のハイドロゲルに厚さ H_s のナノシートが埋め込まれた NR ゲルのユニットセルを Fig.1 に示す。実際の NR ゲルは複数の短いナノシートが一定の間隔で整列するミクロ構造を有しているが,本研究では簡単に面内寸法が NR ゲルと同じである一枚のナノシートが層状に配置されるミクロ構造を仮定する。水平方向の寸法L はミクロ座屈挙動によるリンクルパターンが1波長分だけ生じるように設定し,以後,波長と呼称する。また,ハイドロゲルとナノシートの材料挙動は,それぞれ微圧縮 neo-Hookean 超弾性体(ヤング率: E_g ,ポアソン比: v_g =0.49)と線形弾性体(ヤング率: E_s ,ポアソン比: v_s =0.4)に従うと仮定する。

NR ゲルのユニットセルに対する均質化解析は,汎用有限要素解析ソフトウェア ABAQUS($^{15-17}$)を用いて実施する.Fig.2 にユニットセルの解析モデルと境界条件を示す.解析モデルのハイドロゲルとナノシートは,それぞれ4節点低減積分平面ひずみハイブリッド要素(CPE4RH)と4節点平面ひずみ要素(CPE4)を用いて離散化する.解析モデルには周期境界条件を課し,マクロな単軸負荷は解析モデル境界面上の節点群と多点拘束で結ばれた外部節点の節点荷重もしくは節点変位を制御することによって考慮する.後者の場合では,マクロひずみ ε を入力として,Lとの積を外部節点への強制変位として作用する.また,マクロ応力 σ は,外部節点の反力をユニットセル境界面の面積で除して求める.これらの方法は,マクロ物理量をミクロ物理量の体積平均によって算出する操作に等価であり,均質化理論に厳密に整合する.最後に,均質化法における許容条件として,解析モデル左下

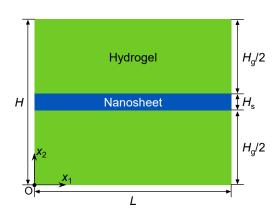


Fig.1 Unit cell of a NR gel.

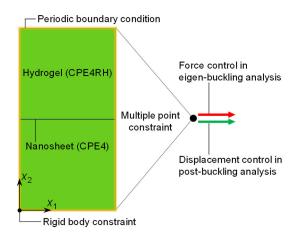


Fig.2 Numerical model of a unit cell with boundary condition. Macroscopic force and displacement are applied to the numerical model via an external node (black marker) connected with the boundary surfaces of the numerical model by multiple point constraint.

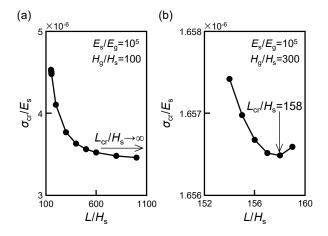


Fig.3 Normalized buckling stress, $\sigma_{\rm cr}/E_{\rm s}$, as a function of the normalized wavelength, $L/H_{\rm s}$, in the cases of (a) $E_{\rm s}/E_{\rm g}=10^5$, $H_{\rm g}/H_{\rm s}=100$ and (b) $E_{\rm s}/E_{\rm g}=10^5$, $H_{\rm g}/H_{\rm s}=300$. While the priority wavelength, $L_{\rm cr}/H_{\rm s}$, is undetermined in the case (a), $L_{\rm cr}/H_{\rm s}$ has the characteristic value of 158 in the case (b).

の節点を完全拘束して剛体運動を拘束する.

計算結果の無次元化は、寸法については H_s を用い、応力については E_s を用いる。また、ヤング率比と厚さ比をそれぞれ $E_s/E_g=10^3\sim10^6$ 、 $H_g/H_s=10^2\sim10^3$ の範囲で設定し、これらがミクロ座屈挙動や引張・圧縮非対称性に及ぼす影響をパラメトリックに調査する。

ユニットセルの座屈点と座屈モードを求めるために座屈固有値解析を実施する.本解析では、外部節点の節点荷重を制御しながら座屈点を探査する.また、波長 L をパラメトリックに変化させて各々の E_s/E_g と H_g/H_s の組み合わせに対応する座屈応力 σ_{cr} を求め、最小の σ_{cr} に対応する優先波長 L_{cr} を探索する. Fig.3 に、 $E_s/E_g=10^5$ 、 $H_g/H_s=100$ の場合(図中(a))と $E_s/E_g=10^5$ 、 $H_g/H_s=300$ の場合(図中(b))に対する σ_{cr}/E_s と L/H_s の関係を示す。前者では、 σ_{cr}/E_s が L/H_s に対して単調減

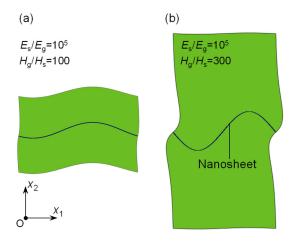


Fig.4 Deformed configurations of buckled unit cells in the cases of (a) $E_s/E_g=10^5$, $H_g/H_s=100$ (Non-dilute system) and (b) $E_s/E_g=10^5$, $H_g/H_s=300$ (Dilute system). The global buckling pattern emerges in the non-dilute system, whereas the nanosheet is only buckled in the dilute system.

少であり、正規化優先波長 L_{cr}/H_s が無限長となる一方で、後者では、 σ_{cr}/E_s が最小値をとる L/H_s =158 が優先波長となる.

Fig.4 に示すように、対応する座屈モードは、それぞれユニットセル全体の座屈(図中(a))とナノシートのみの座屈(図中(b))を表現し、本研究では前者を非希薄系、後者を希薄系のミクロ座屈挙動として分類する.

座屈固有値解析で得られた座屈モードと L_{cr} を用いて座屈後解析を実施する。具体的には、水平方向寸法 L_{cr} のユニットセルに座屈モードを初期不整として与えた後、外部節点に強制変位を作用させる計算を実施する。そして、得られたマクロ応力・ひずみ関係から NR ゲルの引張・圧縮非対称性を評価する。

3. 座屈固有値解析の結果

様々なヤング率比 E_s/E_g と厚さ比 H_g/H_s の組み合わせについて座屈固有値解析を実施し、得られた結果を用いてミクロ座屈挙動を希薄系と非希薄系に分類したものを Fig.5 に示す。ここで、図中青色の境界線は、理論式

$$\frac{H_{\rm g}}{H_{\rm s}} = \frac{1 - v_{\rm f}^*}{v_{\rm f}^*} \tag{1}$$

$$v_{\rm f}^* = \frac{1}{2(1+v_{\rm g})} \left\{ \frac{(1+v_{\rm g})(3-4v_{\rm g})}{3(1-v_{\rm g})} \right\}^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_{\rm s}}{E_{\rm g}} \right)^{\frac{1}{3}}$$
 (2)

で表される H_g/H_s と E_s/E_g の関係をプロットしたものであり、ミクロ座屈挙動を希薄系 (図中水色) と非希薄系 (図中橙色) に分類する $^{(14)}$. 式 $^{(1)}$, (2)は、ハイドロゲルのポアソン比 v_g に依存し、 E_s/E_g が小さい、もしくは H_g/H_s が大きいほどミクロ座屈挙動が希薄系になりやすいことを示している.

Fig.5 より、数値的に求めたミクロ座屈挙動の分類は、理論式を用いた分類と概ね一致した。本理論式は微小変形の仮定の下でEuler-Bernoulliはり理論に基づき導出されたものであ

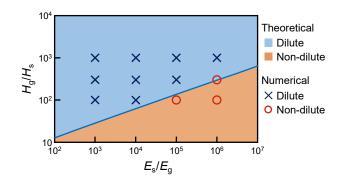


Fig. 5 Classification of microscopic buckling into dilute and nondilute systems for each combination of Young's modulus ratio, E_s/E_g , and thickness ratio, H_g/H_s . The blue line indicates the theoretically predicted boundary between dilute and non-dilute systems using Eqs. (1), (2). Numerical results are in good agreement with the theoretical prediction except for the case of $E_s/E_g=10^6$, $H_g/H_s=300$.

るが、構造力学的な仮定をしない超弾性体についても幅広い $E_s/E_g \ge H_g/H_s$ の範囲で理論解と整合する結果が得られることがわかった。しかし、 $E_s/E_g=10^6$ 、 $H_g/H_s=300$ の組み合わせについては異なる結果となった。これは、本パラメータセットが境界線近傍の値であり、先に挙げた基盤理論の違いが座屈モードや L_{cr} の評価に差を生み、結果としてミクロ座屈挙動の判定に影響を及ぼしたことが原因であると考えられる。

次に、希薄系のミクロ座屈挙動について、ユニットセルの優先波長 $L_{\rm cr}$ の計算結果と理論解を比較する。Fig.6 に、3 種の $H_{\rm g}/H_{\rm s}$ に対する正規化優先波長 $L_{\rm cr}/H_{\rm s}$ と $E_{\rm s}/E_{\rm g}$ の関係を示す。ここで、図中黒色の破線は、次式で示される $E_{\rm s}/E_{\rm g}$ が十分に大きい場合における $L_{\rm cr}$ の理論式 $^{(14)}$ をプロットしたものである。

$$\frac{L_{\rm cr}}{H_{\rm s}} = \pi \left\{ \frac{\left(1 + \nu_{\rm g}\right)\left(3 - 4\nu_{\rm g}\right)}{3(1 - \nu_{\rm g})} \frac{E_{\rm s}}{E_{\rm g}} \right\}^{\frac{1}{3}} \tag{3}$$

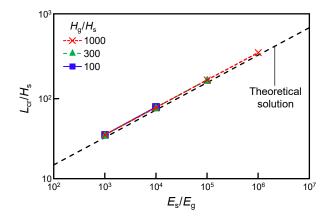


Fig.6 Comparison of priority wavelength, $L_{\rm cr}/H_{\rm s}$, of a unit cell in the dilute system between theoretical solution and numerical results for each combination of Young's modulus ratio, $E_{\rm s}/E_{\rm g}$, and thickness ratio, $H_{\rm g}/H_{\rm s}$. Numerical results are in good agreement with the theoretical solution.

座屈固有値解析を通して得られた優先波長は、理論式と良く一致することがわかる。特に、本解析結果は、式(3)で示される $L_{\rm cr}/H_{\rm s}$ が $H_{\rm g}/H_{\rm s}$ に無関係に決定することも正しく予測できている。以上の結果より、 $L_{\rm cr}$ についても幅広い $E_{\rm s}/E_{\rm g}$ と $H_{\rm g}/H_{\rm s}$ の範囲で理論解と整合する結果が得られることがわかった。

最後に、希薄系のミクロ座屈挙動について、座屈ひずみ ε cr の計算結果と理論解を比較する. 計算では、マクロ応力・ひずみ関係に線形性が認められる引張ひずみ ε =0.01%をユニットセルに作用し、得られたマクロ応力を ε で除することでマクロなヤング率を計算する. そして、座屈固有値解析を通して得られた座屈応力 σ cr をマクロなヤング率で除することで ε cr を求める. 一方、ヤング率比 Es/Eg が十分に大きいとする仮定の下で、 ε cr の理論式(14)は次式で表される.

$$\varepsilon_{\rm cr} = \left\{ \frac{(1 + \nu_{\rm g})(3 - 4\nu_{\rm g})}{3(1 - \nu_{\rm g})} \frac{E_{\rm s}}{E_{\rm g}} \right\}^{-\frac{2}{3}}$$
(4)

本式は、ハイドロゲルのポアソン比 ν_g に依存し、 E_s/E_g が大きいほど、 ε_{cr} が小さくなることを示している.

上述の手順で計算した ε_{cr} と理論解との比較を Fig.7 に示す. 計算で求めた ε_{cr} は,幅広い E_s/E_g について理論解と良く一致している. 特に,式(4)で示される ε_{cr} が厚さ比 H_g/H_s に無関係であることも正しく評価できている. この結果は,本研究で実施した座屈固有値解析が正しく座屈点を評価することを示すものであり,先に比較したミクロ座屈挙動の分類や優先波長の結果とあわせて,座屈固有値解析は正しく実施されていることが示された.

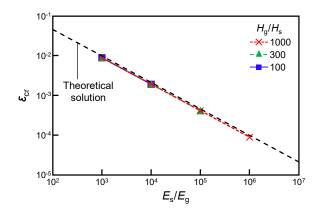


Fig. 7 Comparison of buckling strain, $\varepsilon_{\rm cr}$, of a unit cell in the dilute system between theoretical solution and numerical results for each combination of Young's modulus ratio, $E_{\rm s}/E_{\rm g}$, and thickness ratio, $H_{\rm g}/H_{\rm s}$. Numerical results are in good agreement with the theoretical solution.

4. 座屈後解析の結果

Fig.8 に、ミクロ座屈挙動が非希薄系となる場合について、それぞれ大きさ|a|=(0.1,0.2)の圧縮ひずみ(図中(a))と引張ひずみ(図中(b))を作用したときのユニットセルの変形と水平方向のミクロひずみ成分 ϵ_{mic} の分布を示す。ユニットセルは圧縮負荷を受けて全体が座屈して正弦波状に変形した後、正弦波の振幅が大きくなるように変形が進展することが確

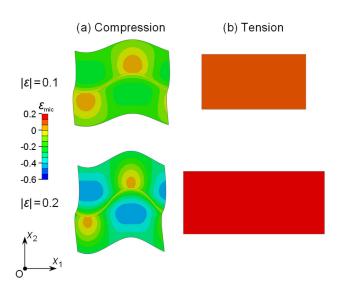


Fig.8 Deformed configurations with the distributions of the microscopic horizontal axial strain, $\varepsilon_{\rm mic}$, for the unit cells with the wavelength, L=158, subjected to (a) compressive and (b) tensile axial macroscopic strains, $|\varepsilon|$ =(0.1,0.2), in the non-dilute system.

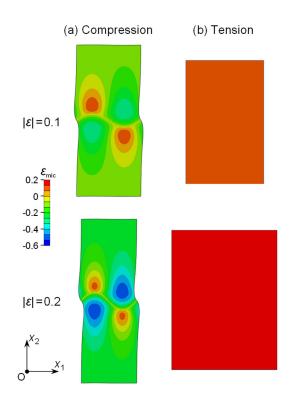
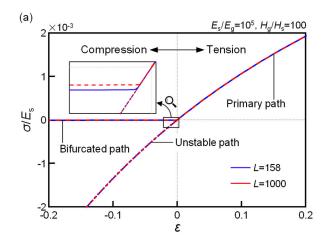


Fig.9 Deformed configurations with the distributions of the microscopic horizontal axial strain, $\varepsilon_{\rm mic}$, for the unit cells subjected to (a) compressive and (b) tensile axial macroscopic strains, $|\varepsilon| = (0.1, 0.2)$, in the dilute system.

認できる. 一方で、引張負荷に対してユニットセルは座屈せず、一様な変形状態を保持することがわかる. このような圧縮負荷と引張負荷に対するミクロ座屈挙動の発生有無がマクロ応力に反映されて引張・圧縮非対称性として表れる. ここで、Fig.8 に示すユニットセルの波長は L=158 に設定した



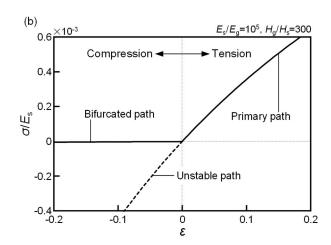


Fig. 10 Normalized macroscopic axial stress, σ/E_s , as a function of the macroscopic axial strain, ε , for the cases of (a) $E_s/E_g=10^5$, $H_g/H_s=100$, $L/H_s=(158, 1000)$ in the non-dilute system and (b) $E_s/E_g=10^5$, $H_g/H_s=300$, $L/H_s=158$ in the dilute system. The inset in the figure (a) shows the relationship between σ/E_s and ε in the vicinity of buckling points. Due to the microscopic buckling of a unit cell, σ/E_s takes a small value on the bifurcated path, leading to the emergence of the tension-compression asymmetry of a NR gel.

が、非希薄系では優先波長が無限長であるため、対応する座 屈応力はこの波長で収束しないことに注意する.

Fig.9 に、ミクロ座屈挙動が希薄系となる場合について、それぞれ大きさ $|\varepsilon|$ =(0.1, 0.2)の圧縮ひずみ(図中(a))と引張ひずみ(図中(b))を作用したときのユニットセルの変形と水平方向のミクロひずみ成分 ε_{mic} の分布を示す。希薄系についても、圧縮負荷に対してユニットセルが座屈し、正弦波状の変形が進展する一方で、引張負荷に対しては座屈せずに一様な変形状態が保持される。非希薄系と希薄系の相違点は、ユニットセル全体が座屈するか、ナノシートのみが座屈するかであり、座屈後の負荷が進展するほどユニットセルの変形形状に強く現れる。

Figs.8, 9のミクロな力学挙動を反映したマクロ応力・ひずみ関係を Fig.10 に示す.ここで、図中(a), (b)は、それぞれ非希薄系と希薄系についての結果を示している. 引張負荷に対してユニットセルは座屈しないため、対応するマクロ応力は主経路上の値を取ることがわかる. 一方、圧縮負荷に対してマクロ応力は、最初、主経路上の値をとるものの、座屈点を越えるとユニットセルが不安定となり、不整によって分岐経路上に遷移した後は、ほぼ無応力状態を保ち続ける. また、非希薄系と希薄系のマクロ応力は、主経路・分岐経路に関わらず同様の軌跡を描き、両者ともに引張・圧縮非対称性が明確であることがわかる.

一方で、主経路上では非希薄系のマクロ応力は希薄系のマクロ応力の約3倍となった.これは、設定した H_g/H_s が希薄系と非希薄系で3倍異なることを反映したものである. H_g/H_s が大きいほど、ナノシートの体積分率は小さく、ミクロ座屈挙動は希薄系に分類される傾向にあるため、主経路上のマクロ応力は非希薄系の方が大きな値を取り得ると考えられる.

Fig.10(a)の差し込み図に示す非希薄系のマクロ応力に着目すると、分岐経路上のマクロ応力は、波長Lが大きくなるほど小さな値を取ることがわかる。これは、非希薄系の場合では優先波長Lcrが求まらず、波長Lに対して座屈応力 σ crが単

調減少することが原因である. そのため、非希薄系の場合では、マクロな力学応答の引張・圧縮非対称性も波長 L に対して収束せず、定量的な評価ができない.

そこで本研究では、ミクロ座屈挙動が希薄系となる場合について、引張・圧縮非対称性を定量的に評価する。定量評価に際して、それぞれ大きさ $|\varepsilon|$ =(0.1, 0.2)の圧縮ひずみと引張ひずみに対する応答マクロ応力の傾きからヤング率を計算する。引張方向のヤング率を K_T 、圧縮方向のヤング率を K_C とし、これらの比 K_T/K_C を引張・圧縮非対称性の定量指標とする。

厚さ比 H_g/H_s に対して、ひずみ $|\varepsilon|$ =(0.1, 0.2)について K_T/K_C をヤング率比 E_s/E_g の関数としてプロットした結果を Fig.11に示す.まず、 E_s/E_g と H_g/H_s に関わらず、 K_T/K_C は ε が大き

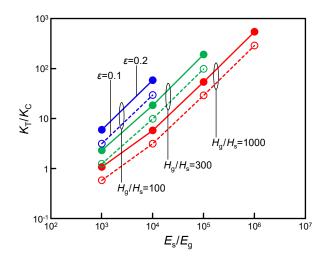


Fig.11 Quantification of the tension-compression asymmetry by the ratio between instantaneous Young's moduli, K_T and K_C , of a unit-cell in the dilute system subjected to macroscopic tensile and compressive axial strains, $|\varepsilon| = (0.1,0.2)$, K_T/K_C , for each combination of Young's modulus ratio, E_s/E_g , and thickness ratio, H_g/H_s .

くなるにつれて大きな値を取る. このため, NR ゲルに作用 する負荷が大きいほど, 引張・圧縮非対称性は顕著になることがわかる.

また、 K_T/K_C は E_s/E_g と H_g/H_s に依存し、 E_s/E_g が大きい、もしくは H_g/H_s が小さいほど、引張・圧縮非対称性が顕著になることがわかる。これは、引張方向のマクロ応力が同様の傾向を有することに起因する。NR ゲルは、 E_s/E_g が十分に大きな値をとるため、引張方向のマクロ応力の主要因はナノシートから発生するミクロ応力である。 E_s/E_g の増加は、ナノシートの剛性の増加を意味し、 H_g/H_s の減少は、ナノシートの体積分率の増加をもたらす。したがって、これらの要因により、引張方向のヤング率 K_T は、より大きな値を取ることになり、結果として引張・圧縮非対称性が顕著になる。

5. 結 言

本研究では、単軸負荷条件が課された NR ゲルのユニット セルに対して均質化解析を実施し、ミクロ座屈挙動と引張・ 圧縮非対称性に関わる影響因子を評価した. 座屈固有値解析 では座屈応力と優先波長を求め, ミクロ座屈挙動をユニット セル全体が座屈する非希薄系とナノシートのみが座屈する 希薄系に分類した. 得られた結果は, 層状複合材料を対象と する理論解と整合し、本研究で実施した座屈固有値解析は、 NR ゲルのミクロ座屈挙動を正しく評価することがわかった. 続いて, 座屈モードと優先波長を入力とする座屈後解析と 均質化を実施して、NR ゲルのマクロ応力・ひずみ関係を求 めた. 非希薄系・希薄系に関わらず, 引張・圧縮負荷に対す るミクロ座屈挙動の有無に呼応してマクロ応力・ひずみ関係 に明確な引張・圧縮非対称性が現れることがわかった. また, 希薄系について, ひずみ $|\varepsilon|$ =(0.1, 0.2)の変形状態における瞬間 的なヤング率の比を指標として引張・圧縮非対称性を定量的 に評価した. NR ゲルが高負荷の状態, または構成材料の厚 さ比 H_g/H_sが小さく、ヤング率比 E_g/E_gが大きいほど、引張・ 圧縮非対称性が顕著になることがわかった.

本研究で得られた成果は、所望の引張・圧縮非対称性を有する NR ゲルを作製するうえで有用な情報を提供し、NR ゲルの工学的な応用展開を促進するものである。今後は、実測値との比較・検討を交えながら解析手法を洗練することで、さらに信頼性のある NR ゲルの設計支援技術の確立が期待される.

謝 辞

本研究は、JST、CREST (JPMJCR22B1) の支援を受けたものである. ここに記して謝意を表する.

参考文献

- (1) B. Sun, S.H. Kang: A mechanically one-way material, Science, **380**(2023), p.135.
- (2) C. Coulais, D. Sounas, A. Alu: Static non-reciprocity in mechanical metamaterials, Nature, **542**(2017), pp.461–464.
- (3) M. Shaat: Nonreciprocal elasticity and the realization of static and dynamic nonreciprocity, Scientific Reports, 10(2020), 21676.

- (4) M. Shaat, M.A. Moubarez, M.O. Khan, M.A. Khan, A. Alzo'ubi: Metamaterials with Giant and Tailorable Nonreciprocal Elastic Moduli, Physical Review Applied, 14(2020), 014005.
- (5) M. Brandenbourger, X. Locsin, E. Lemer, C. Coulais: Non-reciprocal robotic metamaterials, Nature Communications, 10(2019), 4608.
- (6) G. Librandi, E. Tubaldi, K. Bertoldi: Programming nonreciprocity and reversibility in multistable mechanical metamaterials, Nature Communications, 12(2021), 3454.
- (7) M. Liu, Y. Ishida, Y. Ebina, T. Sasaki, T. Hikima, M. Takata, T. Aida: An anisotropic hydrogel with electrostatic repulsion between cofacially aligned nanosheets, Nature, 517(2015), pp.68–72.
- (8) K. Sano, Y. Ishida, T. Aida: Synthesis of anisotropic hydrogels and their applications, Angewandte Chemie International Edition, **57**(2018), pp.2532–2543.
- (9) K. Sano, Y.O. Arazoe, Y. Ishida, Y. Ebina, M. Osada, T. Sasaki, T. Hikima, T. Aida: Extra-large mechanical anisotropy of a hydrogel with maximized electrostatic repulsion between cofacially aligned 2D electrolytes, Angewandte Chemie International Edition, 57(2018), pp.12508–12513.
- (10) X. Wang, Z. Li, S. Wang, K. Sano, Z. Sun, Z. Shao, A. Takeishi, S. Matsubara, D. Okumura, N. Sakai, T. Sasaki, T. Aida, Y. Ishida: Mechanical nonreciprocity in a uniform composite material, Science, 380(2023), pp.192–198.
- (11) N. Ohno, D. Okumura, H. Noguchi: Microscopic symmetric bifurcation condition of cellular solids based on a homogenization theory of finite deformation, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 50(2002), pp.1125–1153.
- (12) D. Okumura, N. Ohno, H. Noguchi: Post-buckling analysis of elastic honeycombs subject to in-plane biaxial compression, International Journal of Solids and Structures, 39(2002), pp.3487–3503.
- (13) D. Okumura, N. Ohno, H. Noguchi: Elastoplastic microscopic bifurcation and post-bifurcation behavior of periodic cellular solids, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **52**(2004), pp.641–666.
- (14) R. Parnes, A. Chiskis: Buckling of nano-fibre reinforced composites: a re-examination of elastic buckling, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 50(2002), pp.855–879.
- (15) Abaqus 6.14 User Documentation, Dessault Systems SIMULIA Corporation, (2014).
- (16) D. Okumura, J. Sugiura, H. Tanaka, Y. Shibutani: Buckling and postbuckling of etching-induced wiggling in a bilayer structure with intrinsic compressive stress, International Journal of Mechanical Sciences, **141**(2018), pp.78–88.
- (17) S. Kikuchi, S. Matsubara, S. Nagashima, D. Okumura: Diversity of the bifurcations and deformations on films bonded to soft substrates: Robustness of the herringbone pattern and its cognate patterns, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 159(2022), 104757.