計算数理工学論文集 Vol.23 (2023 年 11 月), 論文 No. 17-231124 JASCOME

ノンレシプロカルゲルの円筒押込み大変形解析

LARGE DEFORMATION ANALYSIS OF A NONRECIPROCAL GEL UNDER CYLINDRICAL INDENTATION

野々垣　翔真 [1)]，松原　成志朗 [2)]，永島　壮 [3)]，奥村　大 [4)]

Shoma NONOGAKI, Seishiro MATSUBARA, So NAGASHIMA and Dai OKUMURA

1) 名古屋大学大学院工学研究科（〒464-8603 名古屋市千種区，E-mail: nonogaki.shoma.i6@s.mail.nagoya-u.ac.jp）

2) 名古屋大学大学院工学研究科（〒464-8603 名古屋市千種区，E-mail: seishiro.matsubara@mae.nagoya-u.ac.jp）

3) 名古屋大学大学院工学研究科（〒464-8603 名古屋市千種区，E-mail: so.nagashima@mae.nagoya-u.ac.jp）

4) 名古屋大学大学院工学研究科（〒464-8603 名古屋市千種区，E-mail: dai.okumura@mae.nagoya-u.ac.jp）

In this study, we investigate the large deformation analysis of a nonreciprocal gel under cylindrical indentation. The nonreciprocity of the gel is modeled by extending the framework of anisotropic linear elasticity [Wang et al., 2023. Mechanical nonreciprocity in a uniform composite material. Science 380, 192–198]. Plane-strain finite-element analysis is performed by assuming the frictionless between the gel and the rigid indenter, leading to reproducing the asymmetric response of the nonreciprocal gel. It is found that severe large deformations cause non-convergence of incremental calculations, which is resolved by introducing artificial viscosity and hourglass control. The combination prevents the occurrence of hourglass deformation modes around the area directly below the indenter as well as obtains converged solutions in efficient incremental calculations. The use of larger values of the two parameters causes the increase of computational efficiency and the decrease of computational accuracy. Parametric studies elucidate the existence of the proper region of the two parameters.

Key Words: Nonreciprocal gel, Tension compression asymmetry, Large deformations, FEA

1. 緒　　言

ハイドロゲル中にナノシートを配向して埋め込まれた複合材料は，負荷方向によって異なる力学特性を示すことから，ノンレシプロカルゲル（NR ゲル）と呼ばれ[(1)]，様々な工学応用を期待されている[(1~3)]．この特異性はナノシートの座屈挙動[(4,5)]が圧縮方向への変形によってのみ生じることに起因する．NR ゲルはハイドロゲル中にサブミクロン間隔で配向されたナノシートを含むだけであるから，中実で一様な複合材料とみなすことができ，先行研究[(6~9)]で作成されたメタマテリアルのように特異性を発現させるための空隙を含む微視構造を持たず，任意の形状を取ることができ，高い意匠性を有する[(2)]．

本論文の著者である松原と奥村は，上述の文献[(1)]において，NR ゲルの非線形材料モデルを構築し，有限要素解析ソフト ABAQUS[(10)]のユーザー材料サブルーチン UMAT を開発した．材料モデル構築では，異方性を考慮した線形弾性モデル[(11)]を増分形式に拡張し，各方向への単軸引張圧縮試験と単純せん断試験から得られた応力とひずみの間の非線形応答を折れ線によってモデル化して導入した．この材料モデルでは，ナノシートの座屈に伴うノンレシプロカル特性の発現が現象論的に陽に表現されており，この非線形材料モデルを用いた有限要素解析によって，NR ゲルの工学応用のための検討や定性的・定量的な評価の進展が期待される．

一方，NR ゲルの主成分はハイドロゲルであり，有限要素解析では変形の非圧縮性[(12)]に由来する計算力学的な困難が現れる．例えば，実験と理論の比較のためのベンチマークとして円筒押込み試験を考えるとき，実験では大変形に伴ってノンレシプロカル特性に起因する非対称変形が顕著に表れるのに対して，計算では増分解析における反復計算の非収束によって，変形の初期段階までしか解析ができない[(1)]．しかしながら，上述の問題は計算力学的に解決できる余地があり，このような取り組みは，大変形かつ非圧縮変形を前提とする NR ゲルの有限要素解析を安定に行い，計算の精度と効率を

2023 年 10 月 12 日受付，2023 年 10 月 30 日受理

両立させるために非常に重要である．

本研究では，NR ゲルの円筒押込み大変形解析に着目し，人工粘性とアワーグラス制御を組み合わせた解析によって，増分解析の安定化と計算精度と効率について議論する．著者らの調べる限り，NR ゲルの有限要素解析におけるこのような取り組みは見当たらない[13]．2 節では NR ゲルのために開発された非線形材料モデルの特徴を簡単に説明する．3 節では，有限要素モデルと解析条件について述べる．4 節では解析結果を示す．人工粘性の導入によって，過酷な大変形下においても増分解析が安定化することを示す．ノンレシプロカル特性に起因して非対称な変形挙動が現れることを確認するとともに，円筒押込み下部の要素に生じるアワーグラス変形モードはアワーグラス制御でロバストに制御できることを示す．これらのパラメータ空間が計算精度と効率に及ぼす影響を幅広く調べ，適正なパラメータ設定について議論する．

2. 非線形材料モデル

この節では，有限要素解析に用いる NR ゲルのための非線形材料モデル[1]について簡単に説明する．

NR ゲル中にはナノシートが配向しており，主方向 (Fig. 1) への単軸引張圧縮試験と単純せん断試験より，ヤング率E_i，せん断剛性G_{ij}，ポアソン比υ_{ij}は負荷ひずみの関数として実験的に評価されている[1]．ノンレシプロカル特性はナノシートの座屈に起因するヤング率の引張圧縮非対称性として現象論的に現れ，付録の Fig. A.1 に示すように，ヤング率は負荷ひずみの大きさに依存して顕著な非線形性を示す．一方，ポアソン比υ_{ij}には引張圧縮非対称性や負荷ひずみ依存性はほとんど現れず[1]，図示することは省略するが，非圧縮性を満たす定数の組み合わせとなる（υ_{12}~0，υ_{13}~1，υ_{31}~0.5）．付録の Fig. A.2 に示すように，せん断剛性についてはわずかに負荷ひずみ依存性が現れる．

これらの非線形特性を ABAQUS の UMAT に実装するため，直交異方性を考慮した線形弾性モデルを増分形式に拡張し，ヤング率とせん断剛性をそれぞれの成分ごとに負荷ひずみの関数として折れ線近似で表現する（付録参照）．平面ひずみ条件をx_2方向に仮定して，ひずみと応力の増分形式を$\Delta\varepsilon_{ij}$，$\Delta\sigma_{ij}$と表すとき，

$$\begin{Bmatrix}\Delta\varepsilon_{11}\\ \Delta\varepsilon_{33}\\ \Delta\gamma_{31}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12} & 0\\ S_{21} & S_{22} & 0\\ 0 & 0 & S_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta\sigma_{11}\\ \Delta\sigma_{33}\\ \Delta\sigma_{31}\end{Bmatrix} \tag{1}$$

$$S_{11}=(1-\upsilon_{12}^2)/E_1(\varepsilon_{11}) \tag{2}$$

$$S_{12}=-(1+\upsilon_{12})\upsilon_{31}/E_3(\varepsilon_{33}) \tag{3}$$

$$S_{21}=-(1+\upsilon_{12})\upsilon_{13}/E_1(\varepsilon_{11}) \tag{4}$$

$$S_{22}=(1-\upsilon_{13}\upsilon_{31})/E_3(\varepsilon_{33}) \tag{5}$$

$$S_{33}=1/G_{31}(\gamma_{31}) \tag{6}$$

と書ける．この材料モデルは線形弾性モデルに属するため，非圧縮性は微圧縮性に緩和して導入される．すなわち，解析に必要なポアソン比を，$\upsilon_{12}=0$，$\upsilon_{13}=0.98$，$\upsilon_{31}=0.49$としてそれぞれ与える．

UMAT 内では現在の応力とひずみを既知として，試行されるひずみ増分に対して応力増分を計算し，増分後に応力を更新するとともに，コンシステント接線剛性を出力として与える．ABAQUS では，これらの積分点での値に基づく有限要素方程式の反復計算を行い，増分解析の収束解を得る．

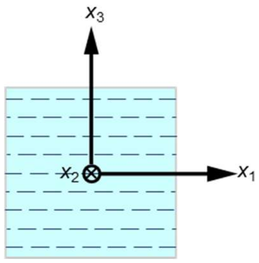

Fig. 1　The x_1-x_2-x_3 orthonormal coordinate prescribed as the material's principal directions with the x_1-x_2 plane parallel to the nanosheets in the NR gel[1] (i.e., nanosheets are aligned perpendicular to the x_3-direction).

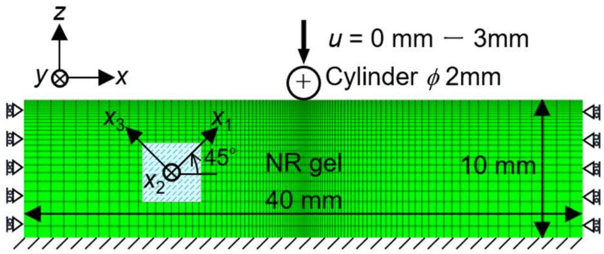

Fig. 2　Initial configuration ($u=0$) and boundary conditions of the plane-strain finite-element model of the NR gel under cylindrical indentation. The numbers of nodes and elements are 2,652 and 2,525, respectively.

3. 有限要素モデル

Fig. 2 に NR ゲルの円筒押込み解析のための有限要素モデルを示す[1]．解析に用いる直交座標系x-y-zに対して，NR ゲルの主方向を規定する直交座標系x_1-x_2-x_3（Fig. 1）は 45 度回転しており，円筒インデンターの押込みによって左右非対称の変形が生じる．ABAQUS での解析において，NR ゲルの非線形材料モデルは UMAT に実装されており（2 節），円筒インデンターは解析的剛体として設定される．

平面ひずみを仮定して，要素タイプには 4 節点平面ひずみ要素（CPE4 もしくは CPE4R）を用いる．標準的な CPE4 要素に対して，低減積分を適用する場合に CPE4R 要素となり，アワーグラス制御を利用する場合には CPE4R 要素を用いる．Fig. 2 には，NR ゲルや円筒インデンターの寸法，要素分割，境界条件がそれぞれ図示されている．すなわち，NR ゲルの側面では水平方向の変位を拘束，底面では変位を完全拘束する．NR ゲルと円筒インデンターの間の接触は，双方の接触面形状を考慮できるサーフェス-サーフェス機能で離散化される．簡単のために接触面の摩擦をなしとみなす．円筒インデンターの垂直下向きの移動量を押込み深さ u (mm)と定義

し，増分解析には自動増分機能をデフォルトで利用する．

人工粘性とアワーグラス制御の解析オプションを利用して，円筒インデンターの押込み深さを$u = 3$ mmまで与えることを考える（Fig. 3）．試験解析によって，どちらも利用しない場合には，収束解の得られる限界押込み深さは 1.16 mm であった．この理由として，インデンター直下の変形の厳しい要素にてアワーグラスモード（二つの要素で砂時計型となるゼロエネルギーモード）[10,13,14]が発生し，増分解析における反復計算を非収束としていることがわかった．したがって，これらの解析オプションの組み合わせには，アワーグラスモードの発生を防ぎつつ，反復計算を安定に収束させる役割が期待される．

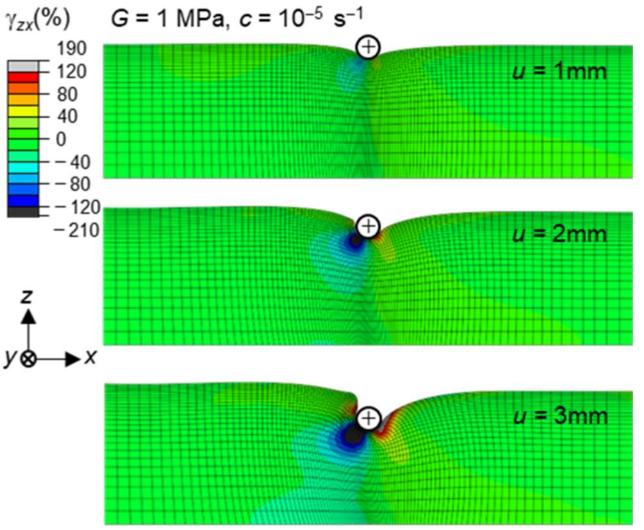

Fig. 3 Deformed configurations and shear strain distributions γ_{zx} at u =1, 2, and 3 mm, respectively, for $G = 1$ MPa and $c = 10^{-5}$ s^{-1}. Asymmetric deformation is enhanced by the increase of u because of the non-reciprocity and non-linearity of the NR gel.

人工粘性を制御するパラメータは減衰係数c (s^{-1})，アワーグラスを制御するパラメータはアワーグラス剛性G (MPa)となる．人工粘性では NR ゲルに単位密度を仮定して計算される粘性力が導入され，円筒インデンターの押込み速度$u/t =$ 3 mm/s を基準として，減衰係数cを調整パラメータとして与える[10,15,16]．一方，アワーグラス制御では全体剛性法[14]を採用するとき，アワーグラス変形モードに共役な力が設定され，UMAT を用いる場合（2 節）にはアワーグラス剛性Gを調整パラメータとして与える[10]．本研究では，調整パラメータとしてcとGを考え，増分解析の安定化だけでなく，計算精度と効率に及ぼす影響をパラメトリックに解析する．

4. 解析結果

4.1. ノンレシプロカル特性

Fig. 3 には，解析例として，粘性係数に$c = 10^{-5}$ s^{-1}，アワーグラス剛性に$G = 1$ MPaを用いた場合の解析結果を示す．後述するように，このパラメータセットはアワーグラスモードを引き起こさずに計算精度の高い予測を可能とする（4.4 節）．増分解析も安定に進めることができ，押込み深さが$u =$ 3 mmに至るすべての過程において収束解を得ることができる．押込み深さが大きくなると左右非対称の変形が強調されて現れるようになり，内部のせん断ひずみγ_{zx}の分布からもこの非対称性ははっきりと確認できる．円筒インデンターと NR ゲルの接触面では，NR ゲルは相対的に右側から左側にすべりを起こしており，非対称な変形の形成に寄与している．この特徴は実験[1]でも同様に観察されている．

円筒インデンターと NR ゲルの接触面の左下のせん断ひずみが負の領域では，NR ゲルの主方向に変換すると（Fig. 1 と Fig. 2），x_1方向に圧縮ひずみ，x_3方向に引張ひずみが発生する．すなわち，ナノシートの座屈によるノンレシプロカル特性は，現象論的な非線形材料モデルを用いた有限要素解析によって適切に再現されていることが確認でき，結果として左右非対称変形を引き起こす．

4.2. 人工粘性の影響

Fig. 4 は人工粘性の影響を示しており，減衰係数cの値が増分解析の安定化と計算精度に及ぼす影響を示している．ここでは簡単のため，アワーグラス剛性を$G = 0$とした．反力Fは円筒インデンターが NR ゲルから受ける力の大きさを表しており，押込み深さが大きくなるに従って増加する．$c = 0$の応答は，人工粘性とアワーグラス制御を用いない場合であり，円筒インデンター直下の要素にアワーグラスモードが発生し，これを原因として反復計算の非収束が起こり，$u = 1.16$ mm までしか解析を続けることができない．これは文献[1]での解析結果と整合する．一方，減衰係数を増加させると，急激な変形が抑制される結果として，増分解析は収束解を得ることができるようになり，いずれの条件でも目標とした押込み深さ$u = 3$ mm までの解析に成功している．

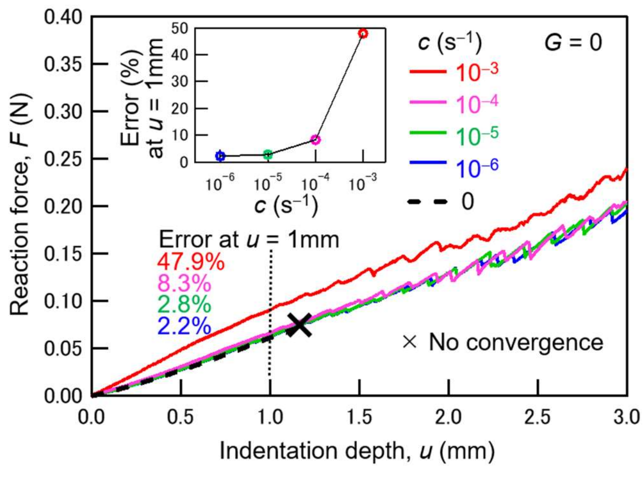

Fig. 4 Effect of damping factor c on reaction force F with G =0 (i.e., without hourglass stiffness). Reaction force error is defined by $(F - F_0)/F_0 \times 100$ (%) at u =1 mm, where F_0 is the reaction force obtained with $c = 0$ and $G = 0$.

人工粘性の導入は非収束の問題に対して収束解を得るために大変有効であるが，この値を大きくし過ぎると粘性の影響が解析結果に顕著に現れるため注意が必要である[15]．本解析では，反力Fの値が$c = 0$の場合と比較して過大な値を予測するようになる．とりわけ，$c = 10^{-3}$ s^{-1} の場合に過大な反

力を予測することがわかる．人工粘性の導入によって引き起こされる反力誤差を定量化するため，$u = 1$ mm における反力Fを$c = 0$かつ$G = 0$における反力F_0を用いて定量化する（F_0は 1.16mm 以下でしか定義できないため）．すなわち，図中の誤差は$(F - F_0)/F_0 \times 100$ (%)として定義されており，減衰係数として$c = 10^{-6}$~10^{-4} s^{-1} の値を用いれば，誤差を数%以内に抑制して計算精度の高い解析を進めることができる．

減衰係数の導入によって解析される反力の応答には，のこぎり状のがたつきがみられることに注意が必要である．このがたつきはアワーグラスモードの発生に起因している．すなわち，人工粘性の導入はアワーグラスモードが発生しても収束解を得るために機能しているが，アワーグラスモードの発生を防ぐことはできず，内部のひずみや応力の分布には連続性が失われ，特異性が現れる．

4.3. アワーグラス剛性の影響

Fig. 5 は，減衰係数を$c = 10^{-5}$ s^{-1} に固定して，アワーグラス剛性の増加が反力に及ぼす影響を示している．アワーグラス剛性の増加は反力誤差を増加させる傾向を有するが，これを代償として，反力の応答に現れるのこぎり状のがたつきを防ぐ役割のあることがわかる．すなわち，アワーグラス剛性を$G = 1$~10 MPa のレベルで増加させると，アワーグラスモードの発生を抑制できる．したがって，アワーグラスモードの発生を防ぎつつ，反力誤差を最小限にする値がアワーグラス剛性の適正値であると理解できる．

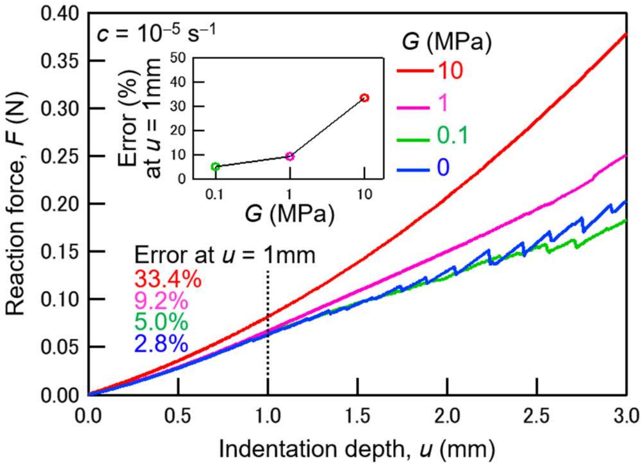

Fig. 5 Effect of hourglass stiffness G on reaction force F with $c = 10^{-5}$ s^{-1}. Reaction force error is defined by $(F - F_0)/F_0 \times 100$ (%) at $u = 1$ mm, where F_0 is the reaction force obtained with $c = 0$ and $G = 0$.

4.4. 計算精度と効率

減衰係数とアワーグラス剛性を調整パラメータとして，適正なパラメータ空間を調べることの重要性は明らかとなった．Fig. 6 には，これらのパラメータを変化させることによって得られる反力誤差のコンター図を示す．このコンター図は有限要素解析によって得られる計算点（記号●）での値を内挿することによって作成された．さらに，アワーグラスモードが発生する計算点には記号△を追加で示す．この図は反力誤差に及ぼす減衰係数とアワーグラス剛性の相互作用を示している．計算点での反力誤差と記号△より，アワーグラスモードの発生を防ぎつつ，反力誤差を低く抑えるためには，アワーグラス剛性は$G = 1$ MPa 周辺，減衰係数は$c = 10^{-6}$~10^{-5} s^{-1} 周辺で構成されるパラメータ空間の値を用いることが適正であるといえる．

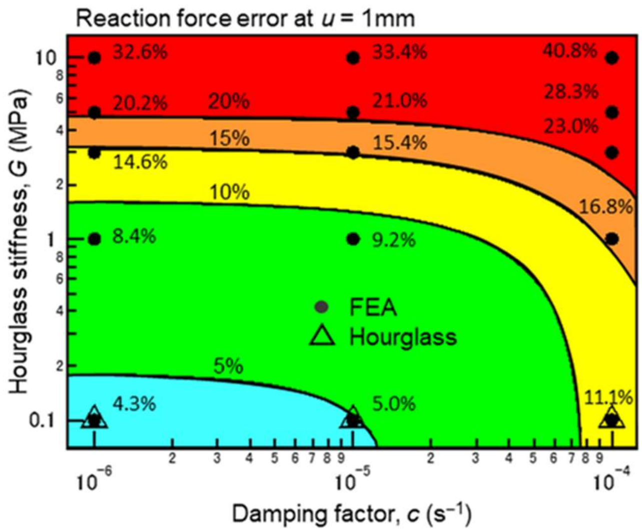

Fig. 6 Diagram of computational accuracy (i.e., reaction force error) as a function of damping factor c and hourglass stiffness G. Symbol ● shows the computational points obtained by finite element analysis whereas symbol △ shows the cases that causes hourglass deformation modes.

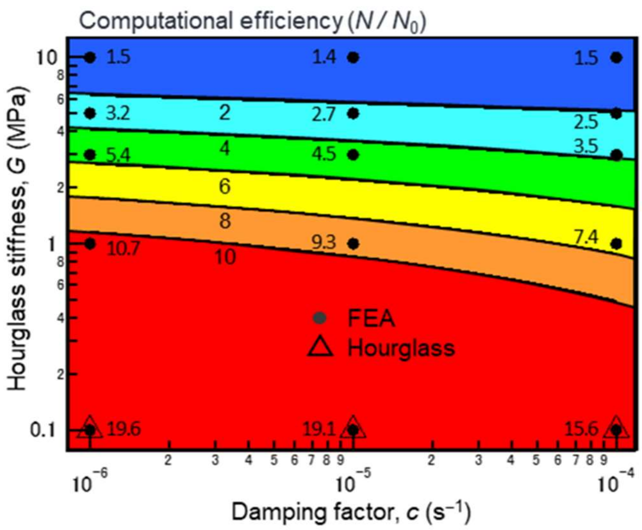

Fig. 7 Diagram of computational efficiency (i.e., N/N_0) as a function of damping factor c and hourglass stiffness G. Here N is the total number of increments needed to obtain $u = 3$ mm, whereas N_0 is the intermediate number of increments needed to obtain $u = 1$ mm for $c = 0$ and $G = 0$. Symbol ● shows the computational points obtained by finite element analysis whereas symbol △ shows the cases that causes hourglass deformation modes.

Fig. 7 には，同様のパラメータ空間において計算効率をコンター図として示す．計算効率を定義するため，$u = 3$ mm

までの解析に必要とされた増分計算回数をNをとして，$c = 0$かつ$G = 0$の場合に$u = 1$ mm までの解析に必要とされた増分計算回数をN_0として正規化を行った．したがって，N/N_0の値が小さいほど計算効率に優れている．アワーグラス剛性を増加させると計算効率は顕著に向上し，減衰係数の増加も効果はあるが二次的であることがわかる．

Fig. 6 と Fig. 7 の関係より，反力誤差と計算効率の間にはトレードオフの関係が成立している．この関係を回避することはできないが，目的に応じて計算精度と計算効率のバランスを調整できることは重要である．人工粘性とアワーグラス制御の導入によって，収束解を得ることが困難であった大変形解析は収束可能となるため非常に大きな利点がある．

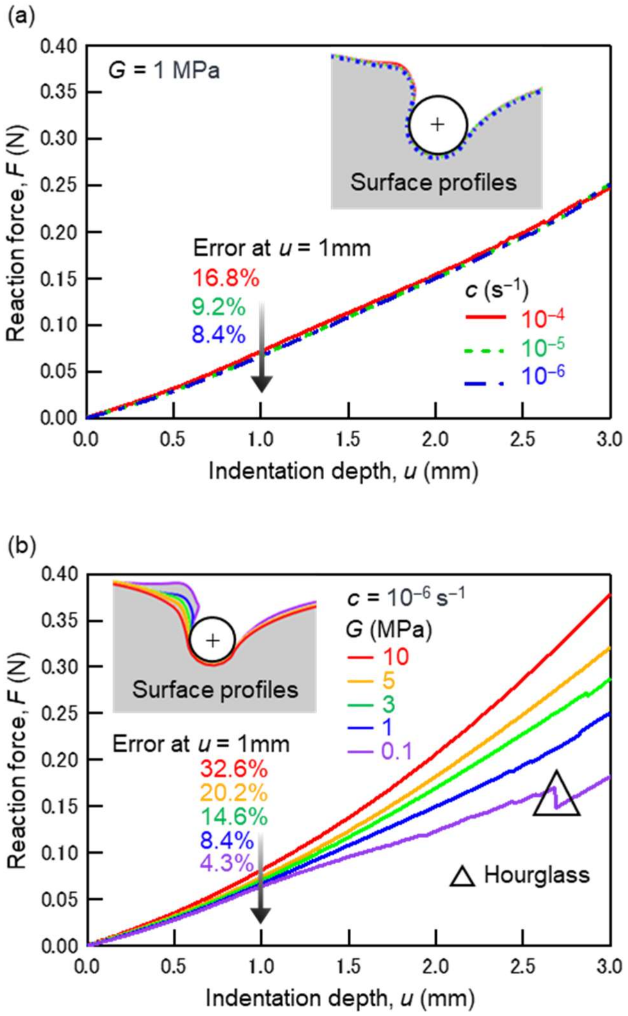

Fig. 8 Comparison of surface profiles at $u = 3$ mm (a) for $G = 1$ MPa and $c = 10^{-6}$~10^{-4} s^{-1} and (b) for $G = 0.1$~10 MPa and $c = 10^{-6}$ s^{-1}.

4.5. 表面形状の比較

ここまでの解析では反力を調べることによって，増分安定性や計算精度，計算効率について議論しており，変形形状の妥当性については議論していない．そこで Fig. 8 では，用いるパラメータセットが$u = 3$ mm における表面形状に及ぼす影響を比較する．Fig. 8(a)は$G = 1$ MPa かつ$c = 10^{-6}$~10^{-4} s^{-1}を用いるときの結果であり，アワーグラス剛性が適正な値（$G = 1$MPa）においては，表面形状の違いにほとんど差異のないことがわかる．一方，Fig. 8(b)は$G = 0.1$~10 MPa かつ$c = 10^{-6}$ s^{-1} を用いるときの結果であり，アワーグラス剛性が$G = 1$ MPa から 0.1 MPa に小さくなると，アワーグラスモードが発生して反力の応答にはがたつきが現れる（記号△）．これに対して，$G = 1$ MPa から大きくなると反力誤差が増加するに従って，表面形状にも違いが顕著となる．

アワーグラス剛性の適正値を議論する場合には，目標とする変形量を設定して，その変形過程にてアワーグラスモードが発生しないようにアワーグラス剛性を減少させることが必要となる．この傾向は計算効率の低下を伴う（Fig. 7）．したがって，表面形状の精度を議論する場合にも，計算誤差と計算効率はトレードオフの関係を有しており，人工粘性とアワーグラス剛性は目的に応じて調整パラメータとして安定に機能することがわかった．

5. 結　言

本研究では，NR ゲルの円筒押込み大変形解析に人工粘性とアワーグラス制御の及ぼす影響を調べ，増分解析の安定化と計算精度，計算効率について評価した．人工粘性の導入によって，過酷な大変形下においても増分解析は安定化し，収束解を求めることができる．しかしながら，アワーグラスモードの発生を防ぐことはできず，したがって，ひずみや応力の分布には連続性が失われ，特異性が現れる．この問題はアワーグラス制御の導入によって回避できる．これらのパラメータが計算精度と計算効率に及ぼす影響を幅広く調べ，減衰係数とアワーグラス剛性の適正値を評価した．

計算誤差と計算効率の間にはトレードオフの関係があることは想像できることであるが，目的に応じて計算精度と計算効率のバランスを調整することができ，収束解を得ることが困難であった大変形解析が収束可能となることには大きな利点がある．本研究では適正なパラメータ空間について議論したが，最適なパラメータセットを同定する方法を考えることも今後の課題として有意義である．このような大変形解析が，実験結果を定性的だけでなく定量的に説明できるようになり，NR ゲルを工学応用するための検討に役立てられることが期待される．

謝　辞

本研究は JST，CREST（JPMJCR22B1）の支援を受けて行われた．ここに記して謝意を表する．

付　録

2 節の非線形材料モデルにおいて，式(2)〜(6)に含まれるヤング率（$E_1(\varepsilon_{11})$，$E_3(\varepsilon_{33})$）とせん断剛性（$G_{31}(\gamma_{31})$）の負荷ひずみ依存性を Fig. A.1 と Fig. A.2 にそれぞれ図示する．実験結果[1]を精度良く再現できるように折れ線で関数化されている．ただし，折れ線近似によるフィッティングは図示する範囲（ひずみ 10%）までであることに注意が必要である．すなわち，さらに大きなひずみ領域の応答は外挿して表現される．本論文では，有限要素解析における増分安定性や計算

効率，計算精度に着目しており，材料モデルとして外挿することの妥当性については議論しない．

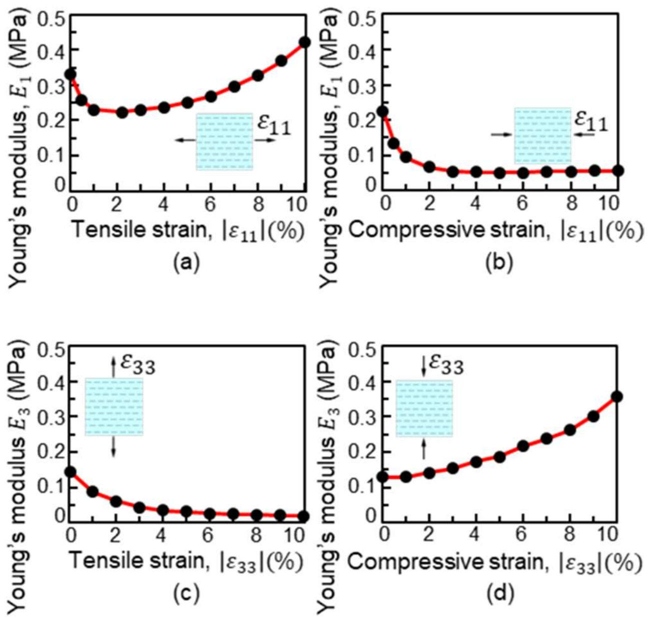

Fig. A.1　Young's moduli, E_1 and E_3, under uniaxial tension and compression in the x_1- and x_3-directions. (a) E_1 for $\varepsilon_{11} \geq 0$, (b) E_1 for $\varepsilon_{11} < 0$, (c) E_3 for $\varepsilon_{33} \geq 0$, and (d) E_3 for $\varepsilon_{33} < 0$. Individual moduli are assumed as a function of the strain in the corresponding direction.

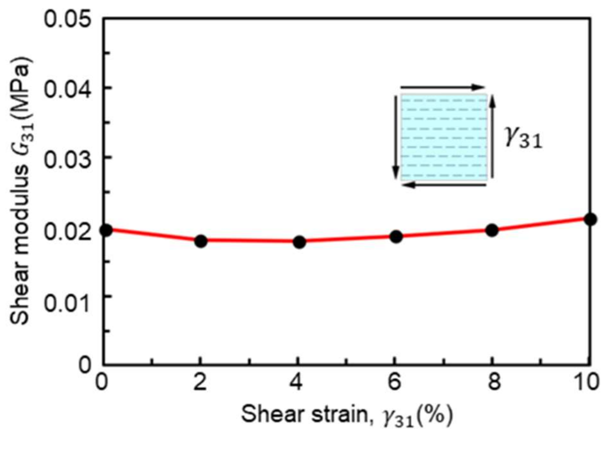

Fig. A.2　Shear modulus, G_{31}, as a function of shear strain γ_{31}. The modulus is also assumed as a function of the strain in the corresponding direction.

参考文献

(1) X. Wang, Z. Li, S. Wang, K. Sano, Z. Sun, Z. Shao, A. Takeishi, S. Matsubara, D. Okumura, N. Sakai, T. Sasaki, T. Aida, Y. Ishida: Mechanical nonreciprocity in a uniform composite material, Science, **380**(2023), pp.192–198.

(2) B. Sun, S.H. Kang: A mechanically one-way material, A material with asymmetric mechanical responses offers diverse potential applications, Science, **380**(2023), p.135.

(3) https://www.youtube.com/watch?v=PVhhZRYo2iY

(4) R.M. Jones: Buckling of Bars, Plates, and Shells, 2006, Bull Ridge Publishing.

(5) R. Parnes, A. Chiskis: Buckling of nano-fibre reinforced composites: a re-examination of elastic buckling, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **50**(2002), pp.855–879.

(6) C. Coulais, D. Sounas, A. Alù: Static non-reciprocity in mechanical metamaterials, Nature, **542**(2017), pp.461–464.

(7) M. Brandenbourger, X. Locsin, E. Lerner, C. Coulais: Non-reciprocal robotic metamaterials, Nature Communications, **10**(2019), 4608.

(8) M. Shaat: Nonreciprocal elasticity and the realization of static and dynamic nonreciprocity, Scientific Reports, **10**(2020), 21676.

(9) M. Shaat, M.A. Moubarez, M.O. Khan, M.A. Khan, A. Alzo'ubi: Metamaterials with giant and tailorable nonreciprocal elastic moduli, Physical Review Applied, **14**(2020), 014005.

(10) Abaqus 6.14 User Documentation, 2014, Dassault Systems SIMULIA Coorporation.

(11) P. Vannucci: Anisotropic Elasticity, 2018, Springer Nature.

(12) L.R.G. Treloar: The Physics of Rubber Elasticity, Third Edition, 1975, Oxford University Press.

(13) S. Bieber F. Auricchio, A. Reali, M. Bischoff: Artificial instabilities of finite elements for nonlinear elasticity: Analysis and remedies, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **124**(2023), pp.2638–2675.

(14) D.P. Flanagan, T. Belytschko: A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal hourglass control, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **17**(1981), pp.679–706.

(15) D. Okumura, T. Inagaki, N. Ohno: Effect of prestrains on swelling-induced buckling patterns in gel films with a square lattice of holes, International Journal of Solids and Structures, **58**(2015), pp.288–300.

(16) R. Hoshi, H. Miyoshi, S. Matsubara, D. Okumura: Effects of initial imperfection and mesh resolution on wrinkle and crease analyses, Transactions of the JSME (in Japanese), **87**(2021), 21-00045.