

複数周波数 MUSIC 法を用いた超音波イメージングの実験的検討

EXPERIMENTAL STUDY OF ULTRASONIC IMAGING USING MULTI-FREQUENCY MUSIC METHOD

松尾 太聖¹⁾, 丸山 泰蔵²⁾, 中畑 和之³⁾

Taisei MATSUO, Taizo MARUYAMA and Kazuyuki NAKAHATA

- 1) 愛媛大学大学院理工学研究科 (〒 790-8577 愛媛県松山市文京町 3, E-mail: matsuo.taisei.17@cee.ehime-u.ac.jp)
 2) 愛媛大学大学院理工学研究科 (〒 790-8577 愛媛県松山市文京町 3, E-mail: maruyama@cee.ehime-u.ac.jp)
 3) 愛媛大学大学院理工学研究科 (〒 790-8577 愛媛県松山市文京町 3, E-mail: nakahata@cee.ehime-u.ac.jp)

This paper presents ultrasonic imaging using a multi-frequency MUSIC (Multiple Signal Classification) method, which has been proposed recently. In conventional researches, it is pointed out that a single-frequency MUSIC method is sensitive to phase errors and does not provide robust results. In contrast to the single-frequency MUSIC method, a correlation matrix of multi-frequency MUSIC method includes many frequency components. Therefore, performance for measured data is compared between the single- and multi-frequency MUSIC methods. Through imaging results from acoustic measurement via a linear array probe, it is demonstrated that the multi-frequency MUSIC method provides robust results compared to the single-frequency MUSIC method.

Key Words: MUSIC, Inverse Scattering Analysis, Array Probe, Ultrasonic Wave

1. はじめに

部材の内部状態の把握は構造物の健全度評価において重要である。非破壊で正確に部材内部の欠陥を可視化できれば、破壊力学の観点から補修の必要性やその時期の選定を行えるため安全な運用につながる。その際、材料内部の可視化対象の特性に合わせて超音波や電磁波が用いられるが、内部欠陥の位置・サイズを推定するには、取得した波形データを適切に処理する必要がある。本研究では、散乱源の位置推定アルゴリズムとして MUSIC (Multiple Signal Classification) 法⁽¹⁾を使用する。MUSIC 法は多点観測で取得したデータから成る相関行列の固有値分解に基づく手法であり、受信信号の null 空間と散乱源位置からの信号による空間の基底が直交する関係を利用している。MUSIC 法は高い分解能を有していることが知られており、観測波の伝搬遅延時間や到来方向などの信号パラメータ推定⁽²⁾や散乱源位置推定⁽³⁾に用いられている。

これまでに実験による信号データを用いた散乱源位置推定^(4, 5, 6)がなされており、MUSIC 法による超音波イメージングには一定の性能が期待できる。しかしながら、従来の単一周波数を用いた MUSIC 法（以下では単一周波数 MUSIC 法と呼ぶ）では、位相の誤差に敏感なためロバスト性が低いこと、複数周波数のデータを重ね合わせても精度向上があまり

期待できないことが課題であった⁽⁷⁾。この問題は、単一周波数 MUSIC 法では一つの周波数による送受信方向の位相情報から構成される相関行列を用いることに起因すると考えられる。その一方で近年、複数周波数のデータを用いて相関行列を構成する方法⁽⁸⁾（以下では複数周波数 MUSIC 法と呼ぶ）が提案されている。複数周波数の情報を相関行列に組み込むことで単純な重ね合わせと異なり、帯域幅を持つ受信波形の位相情報の有効利用が期待できる。しかしながら、複数周波数 MUSIC 法による実験波形を用いた散乱源位置推定の例は報告されていないと思われる。

本研究では基礎的検討として、アレイ探触子から送信された超音波が水中の金属棒によって散乱する音響波動問題を扱う。実験で計測した波形に対して、複数周波数 MUSIC 法を用いた超音波イメージングを行い、単一周波数 MUSIC 法の結果との比較を行う。いずれの MUSIC 法も無限遠における点散乱源からの散乱波に対して定式化しているため、有限距離で有限サイズの散乱体から発生する散乱波に対してイメージングを行い、そのロバスト性を調べる。また、MUSIC 法のイメージングプロセスに含まれる閾値を変化させて、実測データに含まれる装置や環境によるノイズがイメージング結果に及ぼす影響を調べる。

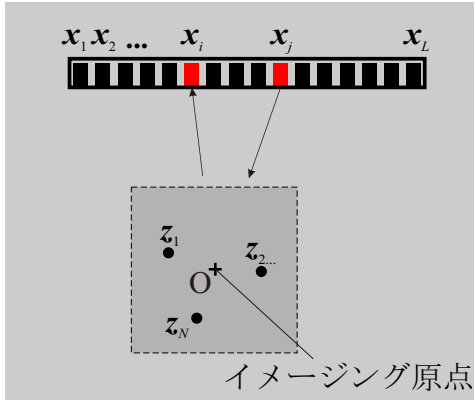


Fig. 1 Model of ultrasonic measurement using linear array probe.

2. MUSIC 法

2.1. 散乱波のモデル化

理論展開は時間因子を $e^{-i\omega t}$ とする時間調和な音響波動場について行う。ここで、 i は虚数単位、 ω は角周波数、 t は時刻である。第 3 節で示す計測実験は 2 次元問題とみなせる条件下で実施するため、本研究では 2 次元音響波動問題に対して理論展開を行う。

Fig. 1 に示すように、リニアアレイ探触子による 2 次元超音波計測モデルを考える。本研究では、簡易的なモデル化として、探触子の指向性は無視し、領域内部で超音波を送受信すると考える。そのため、アレイ探触子の設置表面は無視して、無限に広がる領域中の $\{z_1, z_2, \dots, z_N\}$ に点散乱源、 $\{x_1, x_2, \dots, x_L\}$ に送受信点が存在するとする。ここで、下付き添字は散乱源、送受信点の番号であり、 N, L はそれぞれ点散乱源、送受信点の数である。また、第 i 番の点散乱源の散乱強さは q_i であるとする。送受信点位置から入射波 u^{in} が送信され、点散乱源によって散乱し、発生した散乱波 u^{sc} と入射波の重ね合わせである全波動場 $u = u^{\text{in}} + u^{\text{sc}}$ が送受信点位置で観測される。点 x で観測される入射波は送信位置 y を波源とする円筒波と仮定し、次式で与える。

$$u^{\text{in}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = u_0 U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (1)$$

ここで、 u_0 は入射波の振幅、 U は次式で表される 2 次元 Helmholtz 方程式の基本解である。

$$U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\mathbf{x} - \mathbf{y}|) \quad (2)$$

ここで、 $k(=\omega/c)$ は波数であり、 c は音速である。また、 $H_0^{(1)}$ はゼロ次の第 1 種 Hankel 関数である。点 x_j から入射波が送信されたとき、点 x_i で受信される全波動場は次のように表される⁽³⁾。

$$u(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = u^{\text{in}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \sum_{n=1}^N U(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_n) q_n u(\mathbf{z}_n, \mathbf{x}_j) \quad (3)$$

式 (3) は点散乱源間の多重散乱を含んでいる。

本研究では先行研究^(3, 8) に倣い、Born 近似と遠方近似を施した散乱波の表現から逆散乱解析の定式化を行う。Born

近似を行うと式 (1), (3) より、 u^{sc} は次のように表される。

$$u^{\text{sc}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = u_0 \sum_{n=1}^N U(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_n) q_n U(\mathbf{z}_n, \mathbf{x}_j) \quad (4)$$

式 (2) で表される U はイメージング原点 O に対して $k|\mathbf{x} - \mathbf{y}| \gg 1$ かつ $|\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$ の場合、次のように近似できる。

$$U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \simeq \frac{1}{\sqrt{8\pi k|\mathbf{x}|}} \exp\left[\frac{i\pi}{4} + ik|\mathbf{x}| - ik\hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}\right] \quad (5)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ である。送受信点位置 x_i と点散乱源位置 z_j に

$$|\mathbf{x}_i| \gg |\mathbf{z}_j| \quad \forall i, j$$

なる関係が成り立つと仮定し、式 (4) に式 (5) を代入することで遠方近似を適用すると次の表現が得られる。

$$u^{\text{sc}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \frac{u_0}{8\pi k} \frac{ie^{ik(|\mathbf{x}_i| + |\mathbf{x}_j|)}}{\sqrt{|\mathbf{x}_i||\mathbf{x}_j|}} \sum_{n=1}^N q_n e^{-ik\hat{\mathbf{x}}_i \cdot \mathbf{z}_n} e^{-ik\hat{\mathbf{x}}_j \cdot \mathbf{z}_n} \quad (6)$$

式 (6) に含まれるイメージング原点と素子の位置からなる項

$$\frac{u_0}{8\pi k} \frac{ie^{ik(|\mathbf{x}_i| + |\mathbf{x}_j|)}}{\sqrt{|\mathbf{x}_i||\mathbf{x}_j|}}$$

は既知量として扱うことができる。そのため、同項を除いた次式で表される遠方場パターンを用いて、散乱源のイメージングを行う。

$$u^{\text{far}}(\hat{\mathbf{x}}_i, \hat{\mathbf{x}}_j, k) = \sum_{n=1}^N q_n e^{-ik\hat{\mathbf{x}}_i \cdot \mathbf{z}_n} e^{-ik\hat{\mathbf{x}}_j \cdot \mathbf{z}_n} \quad (7)$$

2.2. 単一周波数 MUSIC 法

MUSIC 法では相関行列を作成し、その null 空間を利用することで散乱源位置を推定する。単一周波数 MUSIC 法では、 L 素子のアレイ探触子で送受信した波形データをすべて使用して $L \times L$ の相関行列 \mathbf{F} を作成する。1 つの周波数に対する波数 k についての u^{far} からなる相関行列 \mathbf{F} を次のように定義する。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} u^{\text{far}}(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_1, k) & \cdots & u^{\text{far}}(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_L, k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u^{\text{far}}(\hat{\mathbf{x}}_L, \hat{\mathbf{x}}_1, k) & \cdots & u^{\text{far}}(\hat{\mathbf{x}}_L, \hat{\mathbf{x}}_L, k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

仮想的に検査点 z を波源とする波を各素子で受信した場合の位相情報ベクトルを次のように定義する。

$$\phi(\mathbf{z}) = \left\{ e^{-ik\hat{\mathbf{x}}_1 \cdot \mathbf{z}}, e^{-ik\hat{\mathbf{x}}_2 \cdot \mathbf{z}}, \dots, e^{-ik\hat{\mathbf{x}}_L \cdot \mathbf{z}} \right\}^T \quad (9)$$

ここで、上付き T は転置を示している。位相情報ベクトル $\phi(\mathbf{z})$ と相関行列 \mathbf{F} には次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \mathbf{z} \in \{z_1, z_2, \dots, z_N\} &\Leftrightarrow \phi(\mathbf{z}) \in \text{ran}(\mathbf{F}) \\ &\Leftrightarrow \phi(\mathbf{z}) \perp \ker(\mathbf{F}^H) \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、上付き \mathbf{H} は共役転置を示している．式 (8) で表される相関行列の共役転置の核空間の基底を次のように書く．

$$\ker(\mathbf{F}^{\mathbf{H}}) = \text{span}(\boldsymbol{\psi}_1, \boldsymbol{\psi}_2, \dots, \boldsymbol{\psi}_M) \quad (11)$$

ここで、 M は $\mathbf{F}^{\mathbf{H}}$ の核空間の次元である．関係式 (10) より、位相情報ベクトル $\boldsymbol{\phi}$ と $\boldsymbol{\psi}_m$ が直交しているかどうかを調べることで、散乱源位置の推定が期待できる．そこで次の関数 W を定義する．

$$W(\mathbf{z}) = \frac{1}{\sum_{m=1}^M |\boldsymbol{\psi}_m^{\mathbf{H}} \boldsymbol{\phi}(\mathbf{z})|^2} \quad (12)$$

関係 $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{z}) \perp \ker(\mathbf{F}^{\mathbf{H}})$ が成り立つ場合、 W は分母がゼロとなり発散する．

数値計算では、送受信点の数を同じとすると \mathbf{F} は正方行列であるため、式 (11) の $\boldsymbol{\psi}_m$ は \mathbf{F} の固有値がゼロのときの左固有ベクトルとみなせる．したがって、通常の固有値ソルバーで容易に求めることができる．また、式 (12) で表される W は \mathbf{z} が散乱源位置と一致するとき有限の大きい値をとることが期待できる．なお、 $\mathbf{F}^{\mathbf{H}}$ の核空間の次元は送受信点数から点散乱源数を引いた数になるため、点散乱源数より送受信点数が多い必要がある．

2.3. 複数周波数 MUSIC 法

Griesmaier と Schmiedecke⁽⁸⁾ は、1 組の送受信点間でのデータに対して複数周波数の相関行列を作成している．本研究では Griesmaier と Schmiedecke に倣って相関行列を作成し、イメージングの際に複数の送受信点の情報を重ね合わせる．送受信点 \mathbf{x}_j 、受信点 \mathbf{x}_i に対する相関行列 $\mathbf{F}^{(ij)}$ は次のように定義される．

$$\mathbf{F}^{(ij)} = \begin{bmatrix} F_{1,1}^{(ij)} & \dots & F_{1,p+1}^{(ij)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{2q-p,1}^{(ij)} & \dots & F_{2q-p,p+1}^{(ij)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$F_{m,n}^{(ij)} = \frac{1}{k_{n+m-1}} u^{\text{far}}(\hat{\mathbf{x}}_i, \hat{\mathbf{x}}_j, k_{n+m-1}) \quad (14)$$

ここで、 $k_n = n\Delta k$ であり、 Δk は用いる波数の刻み幅である．また、 $p, 2q$ はそれぞれ推定され得る散乱源の数、使用する周波数の数であり、 $p < q$ とする必要がある．

検査点 \mathbf{z} を波源とする波の位相情報ベクトルを次のように定義する．

$$\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\mathbf{z}) = [\xi^0, \xi^1, \xi^2, \dots, \xi^{2q-p-1}] \quad (15)$$

ここで、 $\xi = e^{ik_1(-\hat{\mathbf{x}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) \cdot \mathbf{z}}$ である．位相情報ベクトル $\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\mathbf{z})$ と相関行列 $\mathbf{F}^{(ij)}$ の以下の関係を用いることで散乱源を推定する．

$$\mathbf{z} \in \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_N\} \Leftrightarrow \boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\mathbf{z}) \perp \ker(\mathbf{F}^{(ij)\mathbf{H}}) \quad (16)$$

複数周波数 MUSIC 法では相関行列 $\mathbf{F}^{(ij)}$ は正方行列でないため、次のように相関行列 $\mathbf{F}^{(ij)}$ の特異値分解を行う．

$$\mathbf{F}^{(ij)} = \sum_{l=1}^{p+1} \sigma_l \mathbf{u}_l \mathbf{v}_l^{\mathbf{H}} \quad (17)$$

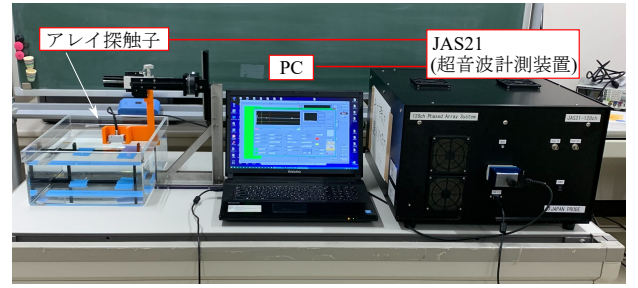


Fig. 2 Measurement system.

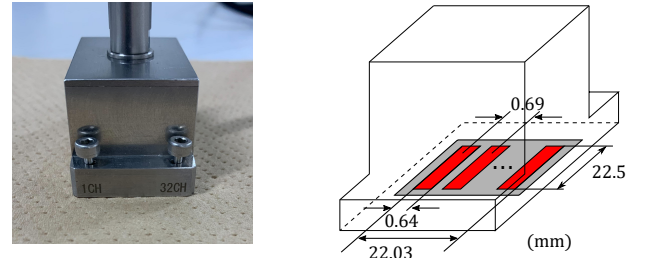


Fig. 3 Linear array probe.

ここで、 σ_l 、 \mathbf{u}_l 、 $\mathbf{v}_l^{\mathbf{H}}$ は、それぞれ特異値、左特異ベクトル、右特異ベクトルである．特異値 $\sigma_l \neq 0$ のときの左特異ベクトル $\tilde{\mathbf{u}}_l$ を用いて、 $\mathbf{P}^{(ij)}$ を次のように定義する．

$$\mathbf{P}^{(ij)} = \sum_{l=1}^{M'} \tilde{\mathbf{u}}_l \tilde{\mathbf{u}}_l^{\mathbf{H}} \quad (18)$$

ここで、 $M' = \text{rank}(\mathbf{F}^{(ij)})$ である．検査点が散乱源位置と一致するとき発散する次の関数 W' を定義する．

$$W'(\mathbf{z}) = \frac{1}{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L |[\mathbf{I} - \mathbf{P}^{(ij)}] \boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\mathbf{z})|^2} \quad (19)$$

ここで、 \mathbf{I} は単位行列である．数値計算では、式 (19) の W' は散乱源と一致する位置で有限の大きい値をとることが期待できる．

3. 計測波形を用いた MUSIC 法によるイメージング

3.1. 超音波の計測条件

超音波計測で用いる装置の構成を Fig. 2 に示す．超音波計測装置は Japan Probe 製の JAS21 を用いた．JAS21 では、送信波の中心周波数を 30kHz から 10MHz まで、電圧を 10V から 300V まで選択可能であり、最大 128 素子まで用いた送受信が可能である．使用したリニアアレイ探触子を Fig. 3 に示す．リニアアレイ探触子は振動素子を 32 個有しており、公称中心周波数は 5.0MHz である．素子中心間距離（エレメントピッチ）は 0.69mm であり、1 素子の幅は 0.64mm、奥行きが 22.5mm である．

Fig. 4 に示すように、水中に散乱源としてアルミニウム製の針金またはアルミニウム製の丸棒を設置した．針金と丸棒の直径はそれぞれ、0.89mm と 9.0mm である．水中の音速は $c = 1.48\text{km/s}$ とした．水槽底面からの反射波を受信しないように、測定時間を $102\mu\text{s}$ と設定して水槽底面から 90mm 程度の高さにアレイ探触子を設置した．また、JAS21 による

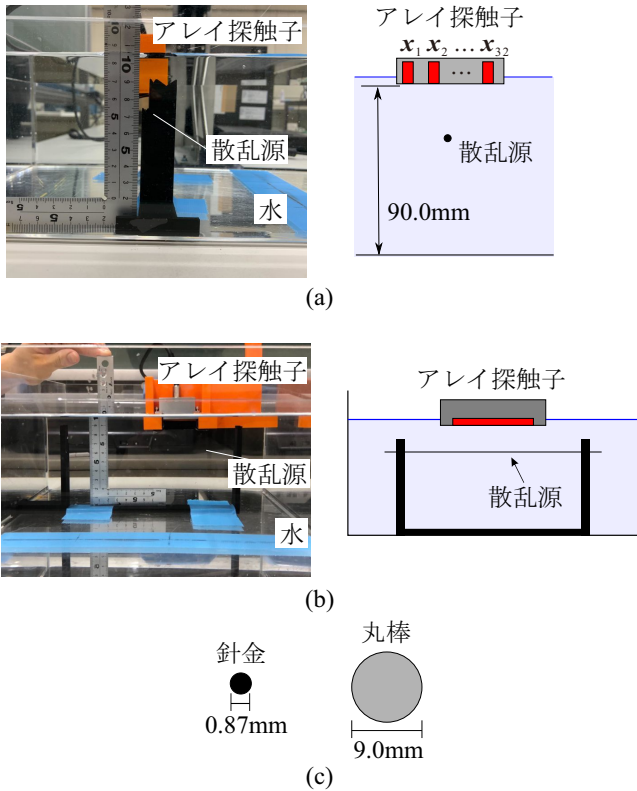


Fig. 4 (a) Front view and (b) side view of experimental instruments. (c) indicates size of scatterers.

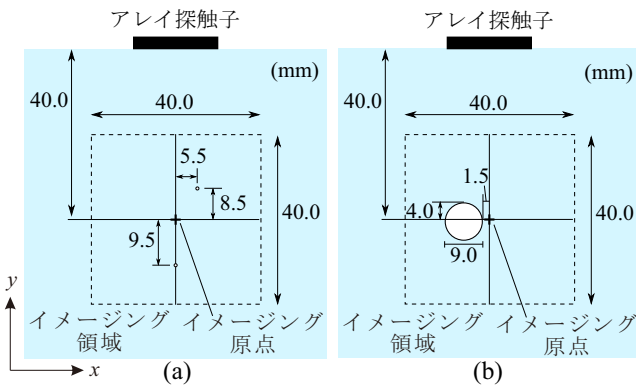


Fig. 5 Arrangement of array probe and scatterers for (a) case 1 and (b) case 2.

印加電圧は 200V, 入力中心周波数は 5MHz, サンプルング周波数は 80MHz とした.

以上の超音波計測は 3次元空間で行うものの, リニアレイ探触子の奥行きは十分大きく, 散乱源として設定した針金と丸棒は 2次元の形状を有しているため, 2次元問題とみなせると考える. 各アレイ素子による指向性は水中音場では弱いため, 入射波は円筒波として考える. また, 散乱源は有限の大きさを有しているが, 散乱源の境界もしくは内部領域に複数の点散乱源が分布していると考えて MUSIC 法によるイメージングを行う.

3.2. イメージング結果

Fig. 5 に示すケース 1 とケース 2 の 2つの場合についてイメージングを行った. いずれの場合もアレイ探触子の直下

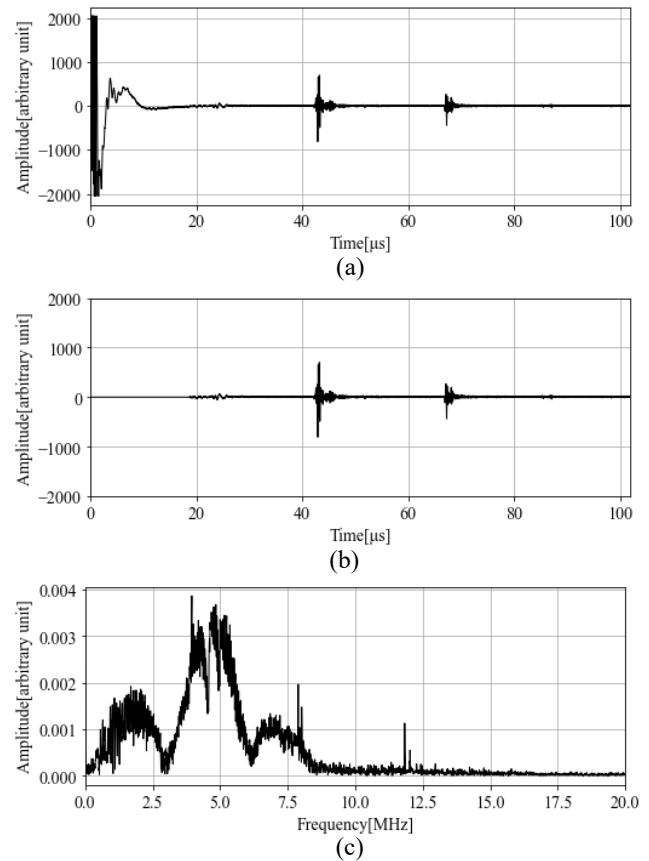


Fig. 6 Example of waveform for case 1. (a), (b), and (c) indicate total wave, scattered wave, and Fourier spectrum of scattered wave, respectively.

40mm をイメージング原点とし, イメージング原点を基準に縦横 40mm の範囲を可視化した. ケース 1 では直径 0.87mm の針金 2つを散乱源とし, ケース 2 では直径 9.0mm の丸棒 1つを散乱源とした. ケース 1 で取得した実験波形の一例として 16 番目の素子で超音波を送受信したときの波形を Fig. 6 に示す. MUSIC 法では散乱波のみを使用するため, Fig. 6(b) のように 18.75μs までの振幅をゼロとして入射波を削除した. Fig. 6(c) は Fig. 6(b) のフーリエスペクトルであり, 中心周波数が 5MHz 程度であることが分かる.

Fig. 6(b) の時刻歴波形をそのまま FFT した場合, Fig. 6(c) のフーリエスペクトルの周波数刻みは $\Delta f \approx 0.0098\text{MHz}$ であった. そのため, 複数周波数 MUSIC 法では式 (14) 中の波数 k_n を $k_n = 2n\pi\Delta f/c$ と設定して, 式 (13) 中の q については $2q\Delta f < f_{\max}$ となる最大の q を用いた. ここで, f_{\max} は最大周波数であり, 複数周波数 MUSIC 法において変化させるパラメータである. そのため, 使用する周波数成分は $\{\Delta f, 2\Delta f, \dots, 2q\Delta f\}$ である. 推定され得る散乱源数 p はできるだけ大きくとり, $p = q - 1$ とした.

ケース 1 とケース 2 に対するイメージング結果を Fig. 7 に示す. Fig. 7(a) と Fig. 7(b) はケース 1, Fig. 7(c) と Fig. 7(d) はケース 2 のイメージング結果である. また, Fig. 7(a) と Fig. 7(c) は単一周波数 MUSIC 法, Fig. 7(b) と Fig. 7(d) は複数周波数 MUSIC 法による結果である. プロットしている

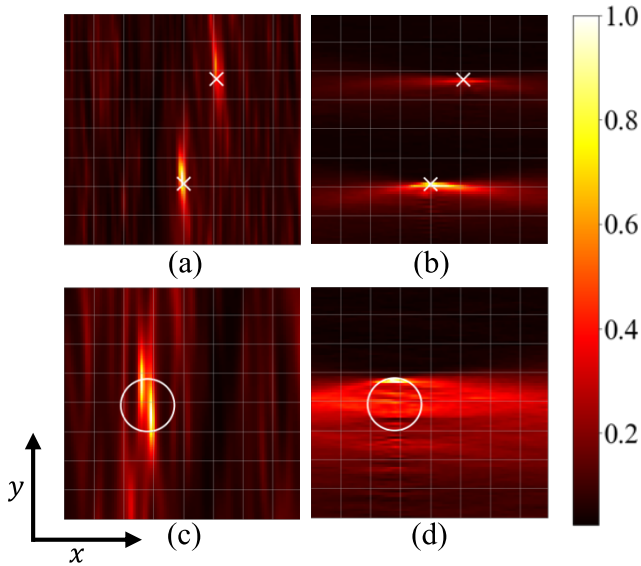


Fig. 7 Imaging results for (a) case 1 by single-frequency MUSIC method, (b) case 1 by multi-frequency MUSIC method, (c) case 2 by single-frequency MUSIC method, and (d) case 2 by multi-frequency MUSIC method.

値は W , W' をそれぞれのイメージング領域内の最大値で正規化した値である。単一周波数 MUSIC 法ではケース 1 で 2.55MHz, ケース 2 で 1.57MHz の成分を使用した。これらは, 様々な周波数成分に対する単一周波数 MUSIC 法の結果の中から比較的良好にイメージングできた例である。一方, 複数周波数 MUSIC 法では両ケースに対して $f_{\max} = 6\text{MHz}$ とした場合の結果を示している。このとき, $q = 306$, $p = 305$ として最大 305 個の点散乱源位置を推定できる条件で数値計算を行った。Fig. 7(a)–(d) より, いずれの手法でも散乱源の位置を概ね検出できていることが分かる。再構成像が単一周波数 MUSIC 法では縦に, 複数周波数 MUSIC 法では横に伸びる特徴が見られた。また, ケース 2 のイメージング結果を比較すると, 単一周波数 MUSIC 法では丸棒の上と内部の 2ヶ所で, 複数周波数 MUSIC 法では丸棒の上側の境界 1ヶ所でピーク値が確認できた。

以上の結果から, 本計測条件に対して適切なパラメータ設定の下では, 2次元理論によるイメージングができていることが分かる。ただし, Fig. 7にはイメージングに用いる周波数成分, 固有値と特異値をゼロとみなすための閾値を調整して比較的良好的結果が得られた場合のみを示していることに注意されたい。以下では, これらのパラメータが結果に及ぼす影響について考察する。

3.2.1. イメージングに用いる周波数成分を変化させた場合

Fig. 8 に様々な周波数成分を用いた場合の単一周波数 MUSIC 法によるイメージング結果を示す。Fig. 8 の結果はそれぞれ (a) 0.5MHz, (b) 1.0MHz, (c) 2.0MHz, (d) 5.0MHz の場合である。Fig. 8 より, 低い周波数成分を使用した場合, 再構成像が縦に広がり, 縦方向の位置ずれが顕著になる傾向が見て取れる。一方, 高い周波数成分を使用した場合, 散乱体がない位置でも W が大きい値を取っている点が散見され,

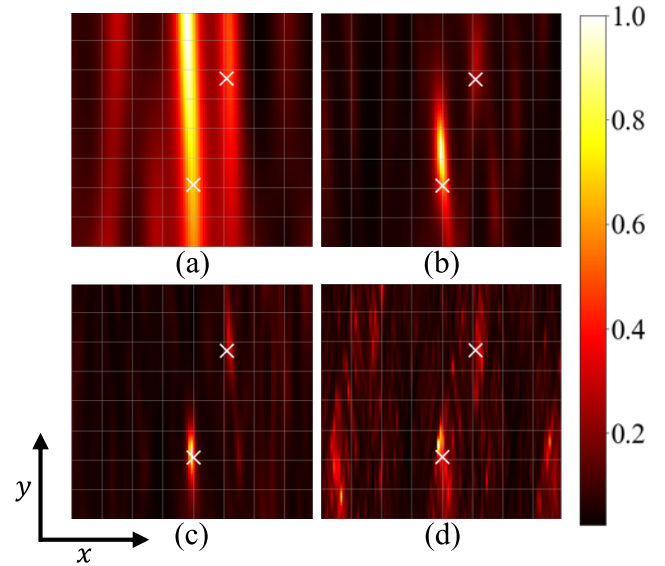


Fig. 8 Imaging results by single-frequency MUSIC method when (a) 0.5MHz, (b) 1.0MHz, (c) 2.0MHz, and (d) 5.0MHz frequency components are used.

一概に高い周波数成分を用いると高解像度であるとは言えない。Fig. 6(c) より, 計測波形は 5MHz 付近で最も大きい振幅が確認できるため, 5MHz の周波数成分は含まれている。しかしながら, 単一周波数 MUSIC 法は位相の誤差に敏感である⁽⁷⁾ ため, 高周波数成分はその影響を受けやすいと思われる。以上より, 単一周波数 MUSIC 法は限られた周波数帯域でのみ正しい散乱体位置に再構成像が現れるため, 散乱体位置が不明の場合における適切な周波数の選定は容易でない。

次に, Fig. 9 に上限周波数を変化させたときの複数周波数 MUSIC 法によるイメージング結果を示す。Fig. 9 は, f_{\max} をそれぞれ (a) 0.5MHz, (b) 1.0MHz, (c) 2.0MHz, (d) 5.0MHz とした場合の結果である。Fig. 9 より, 低い周波数成分のみに制限すると, 再構成像が横に広がっていることが分かる。しかしながら, 高い周波数成分まで用いることで再構成像が収束していく傾向が確認でき, 単一周波数 MUSIC 法で見られる検出性能の低下は発生しなかった。以上より, 使用する周波数成分によって再構成像が不安定になる単一周波数 MUSIC 法と比較して, 複数周波数 MUSIC 法はロバスト性が高いと考えられる。

3.2.2. 固有値と特異値の閾値を変化させた場合

単一周波数 MUSIC 法, 複数周波数 MUSIC 法のいずれも固有値, 特異値がゼロとなるかどうかの判別に閾値が必要となる。しかしながら, 計測実験のようにノイズが含まれる場合は, ノイズレベルに応じてこの閾値を定める必要がある。ケース 1 に対して, 単一周波数 MUSIC 法では 2.55MHz の周波数成分を用いた場合, 複数周波数 MUSIC 法では $f_{\max} = 6\text{MHz}$ とした場合について閾値がイメージング結果に与える影響を調べる。

Fig. 10 にゼロとみなす固有値の絶対値を変化させたときの単一周波数 MUSIC 法によるイメージング結果, 固有値の絶対値の分布を示す。Fig. 10 より, 閾値による大きな結果

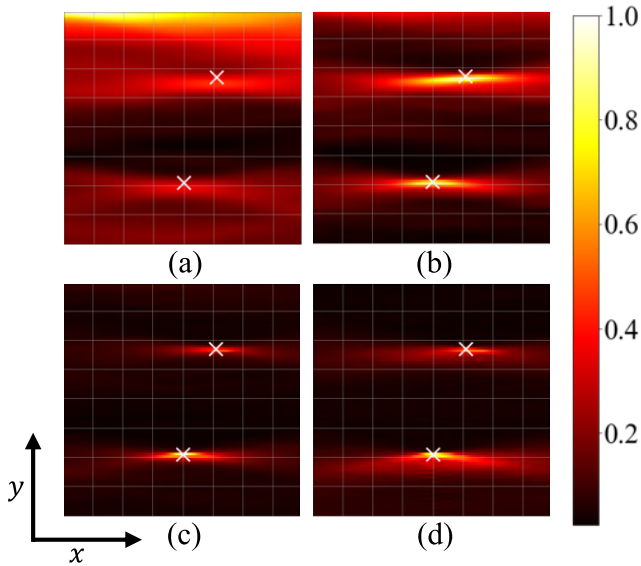


Fig. 9 Imaging results by multi-frequency MUSIC method when frequency components upto (a) 0.5MHz, (b) 1.0MHz, (c) 2.0MHz, and (d) 5.0MHz are used.

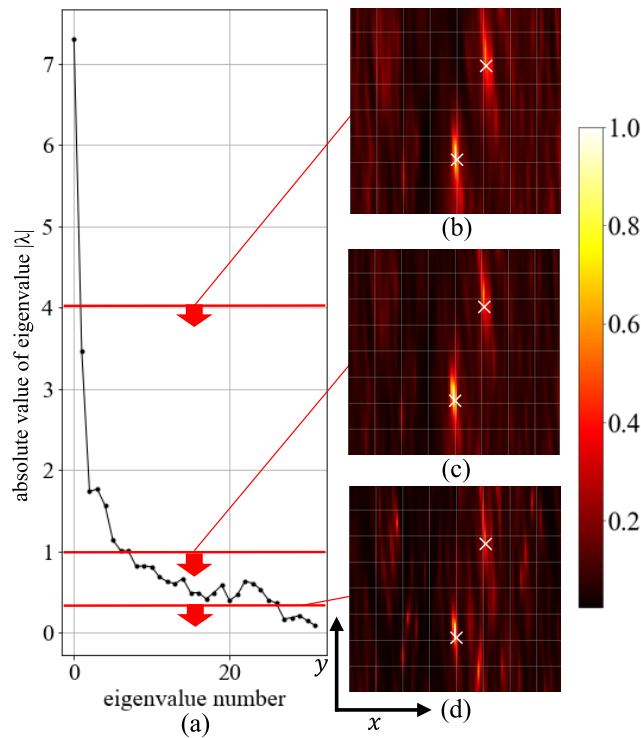


Fig. 10 (a) Distribution of absolute values of eigenvalues $|\lambda|$ and imaging results using (b) $|\lambda| < 4$, (c) $|\lambda| < 1$, and (d) $|\lambda| < 0.3$.

の変化は見られなかったが、閾値を小さくすると散乱体以外の位置で W が大きな値を取る箇所が増加している。次に、Fig. 11 にゼロとみなす特異値を変化させたときの複数周波数 MUSIC 法によるイメージング結果、特異値の分布を示す。Fig. 11 より、複数周波数 MUSIC 法では小さい特異値まで用いるようにすると、再構成像が少し不明瞭になるという影響が確認できたが、散乱体位置の推定は正確にできていること

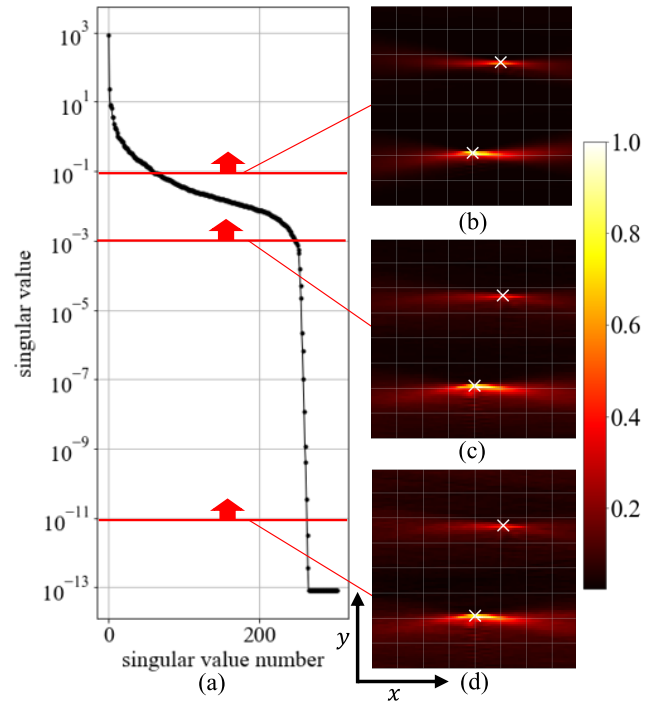


Fig. 11 (a) Distribution of singular values σ and imaging results using (b) $\sigma > 10^{-1}$, (c) $\sigma > 10^{-3}$, and (d) $\sigma > 10^{-11}$.

が分かる。また、Fig. 10(a), 11(a) より、単一周波数 MUSIC 法の固有値の数と比較して、複数周波数 MUSIC 法の特異値の数が多く、値の分布も広範囲であるため、閾値の選定が容易であると思われる。

4. まとめ

本研究では、超音波探傷試験への MUSIC 法の適用を見据え、実測波形を用いた 2 種類の MUSIC 法によるイメージング結果の比較を行った。両手法とも適切なパラメータ設定の下では散乱源位置を概ね推定することができた。

イメージングに使用する周波数成分に関する比較では、両手法で低周波数での再構成像の広がり確認された。複数周波数 MUSIC 法では高周波数成分まで使用することで推定精度の改善が見られたが、単一周波数 MUSIC 法では高周波数での位相ずれの影響が大きくなった可能性があり、適切な周波数成分を選択する必要があった。

使用する固有値と特異値の判別のための閾値の検討では、単一周波数 MUSIC 法は閾値の影響によって散乱源位置以外に再構成像が現れた。一方、複数周波数 MUSIC 法は閾値の変化によるイメージング精度の悪化はあまり見られず、散乱源位置を精度良く推定できていた。

これらの結果から、単一周波数 MUSIC 法では正確なイメージング結果を得るには適切なパラメータの設定が必要であり、パラメータに対してイメージング結果の精度が敏感であることが分かった。一方、複数周波数 MUSIC 法では、実測波形のようなノイズを含むデータに対してもパラメータ設定は比較的敏感でなく、ロバスト性が高いことが分かった。

謝辞： 本研究は JSPS 科研費 (20H02230) の助成，学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点の支援 (jh220033) を受けたものです。この場をお借りして感謝申し上げます。

参考文献

- (1) R. O. Schmidt: Multiple emitter location and signal parameter estimation, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **34**(1986), pp. 276–280.
- (2) 菊間信良, 安西睦, 小川勝, 山田幸一, 稲垣直樹: 室内無線通信のための MUSIC 法による多重波の到来方向と伝搬遅延時間の推定, 電子情報通信学会論文誌, **J73-B2**(1990), pp. 786–795.
- (3) A. Kirsch: The MUSIC-algorithm and the factorization method in inverse scattering theory for inhomogeneous media, *Inverse Problems*, **18**(2002), pp. 1025–1040.
- (4) T. Fu, Y. Wang, L. Qiu, and X. Tian: Sector piezoelectric sensor array transmitter beamforming MUSIC algorithm based structure damage imaging method, *Sensors*, **20**(2020), 1265.
- (5) S. Fan, A. Zhang, H. Sun, and F. Yun: A local TR-MUSIC algorithm for damage imaging of aircraft structures, *Sensors*, **21**(2021), 3334.
- (6) C. Fan, M. Caleap, M. Pan, and B. W. Drinkwater: A comparison between ultrasonic array beamforming and super resolution imaging algorithms for non-destructive evaluation, *Ultrasonics*, **54**(2014), pp. 1842–1850.
- (7) M. Moscoso, A. Novikov, G. Papanicolaou, and C. Tsogka: Multifrequency interferometric imaging with intensity-only measurements, *SIAM Journal on Imaging Sciences*, **10**(2017), pp. 1005–1032.
- (8) R. Griesmaier and C. Schmiedecke: A multifrequency MUSIC algorithm for locating small inhomogeneities in inverse scattering, *Inverse Problems*, **33**(2017), 035015.

