

## 修正加速勾配法に基づく軸受け表面のテクスチャ形状の最適化

(オイルクリアランスを考慮した摩擦係数の最小化問題に対する考察)

PROPOSAL OF A MODIFIED ACCELERATION GRADIENT METHOD  
FOR SHAPE OPTIMIZATION PROBLEM OF TEXTURE ON BEARING SURFACE  
(CONSIDERATIONS FOR MINIMIZATION PROBLEM OF FRICTION COEFFICIENT  
CONSIDERING OIL CLEARANCE)新田 大晃<sup>1)</sup>, 岸田 真幸<sup>2)3)</sup>, 倉橋 貴彦<sup>4)</sup>

Hiroaki ARATA, Masayuki KISHIDA and Takahiko KURAHASHI

- 1) 長岡技術科学大学大学院工学研究科 (〒 940-2137 新潟県長岡市上富岡 1603-1, E-mail: s193009@stn.nagaokaut.ac.jp)  
 2) 長岡技術科学大学大学院工学研究科 (〒 940-2137 新潟県長岡市上富岡 1603-1, E-mail: s173029@stn.nagaokaut.ac.jp)  
 3) 岐阜工業高等専門学校 助教 (〒 501-0495 岐阜県本巣市上真桑 2236-2, E-mail: kishida@gifu-nct.ac.jp)  
 4) 長岡技術科学大学工学研究院 准教授 (〒 940-2137 新潟県長岡市上富岡 1603-1, E-mail: kurahashi@mech.nagaokaut.ac.jp)

In this paper, we present some numerical results for the texture shape optimization problem using a modified acceleration gradient method. The modified acceleration gradient method is derived based on the concept of the Taylor expansion, and it is known that the convergence rate of this method is faster than the conventional acceleration gradient method, i.e., Nesterov's accelerated gradient method. In previous studies, the basic oil film thickness was adjusted so that the load is constant in the texture shape optimization. However, there are restrictions on the value of oil clearance equivalent to the basic oil film thickness. It is also necessary to dispense with the adjustment of the basic oil film thickness in order to investigate the change of the load capacity by shape optimization. Therefore, texture shape optimization was performed in the case of dispensing with the basic oil film thickness adjustment in this paper by using the present method. All numerical calculations were carried out based on the finite element method using FreeFEM++. As the result, it was found that the effect of reducing the friction coefficient by increasing the load capacity is greater than that by decreasing the friction force.

**Key Words**: Modified acceleration gradient method, Shape optimization, Texture, Friction coefficient

## 1. 序論

摩擦や摩耗による経済的な損失は、各国の国内総生産の約 2~7% を占めている<sup>(1)</sup>。これらを低減する方法として表面テクスチャリングと呼ばれる表面改質技術が挙げられる。この方法は、流体中を移動する物体に微細な凹凸を加工することで、摩擦などの抵抗を低減させる技術である。近年、レーザー加工等の微細加工技術の発達によって、高精度かつ低コストなテクスチャの加工が可能になりつつあるため、メカニカルシール、スラストベアリング、ピストンリング、磁気メモリデバイスなどの機械部品へのテクスチャの適用が進んで

いる<sup>(2)</sup>。Hamilton(1966)らは、微細な凹凸を付与した平行平板について実験および解析を実施し、微細な凹凸によって負荷容量が増加することを発見した<sup>(3)</sup>。Etsion(1996)らは、半球状の規則的なテクスチャを付与したメカニカルシールの性能を予測できる数学的モデルを提案し、摩擦トルクを低減させるためにテクスチャの大きさと密度を適切に選択する必要があることを示した<sup>(4)</sup>。1996 年以降、表面テクスチャリングは幅広い用途でトライボロジー特性の改善に有効であることが示されているが、特定の部品や動作条件への依存度が高いため、それらに合わせてテクスチャのパラメータ(形状, サイズ, 分布)を設計する必要がある<sup>(5)</sup>。そのため、

テクスチャの機械部品への適用において、特定の部品や動作条件の範囲を想定した最適化解析の実施が求められている。Sasaoka et al.(2020) は、摩擦係数の最小化を目的としたテクスチャ深さの形状最適化を実施し、半球状の形状が摩擦係数を減少させることを示した<sup>(6)</sup>。また、Zhirong (2021) らは、負荷容量の最大化を目的としたテクスチャの表面形状の最適化を実施し、シェブロン型の形状が負荷容量を増加させることを示した<sup>(7)</sup>。これらの最適化解析では、勾配を用いた反復計算によって設計変数を更新し、最適な形状が求められる。この方法は、一般的に最急降下法と呼ばれており広く知られている。最急降下法の問題点として、反復計算に時間がかかる点が挙げられる。そのため、ネステロフの加速勾配法(1983)<sup>(8)</sup> やモメンタム法(1986)<sup>(9)</sup> などの改善策が提案された。Sasaoka et al.(2020) は、最急降下法に対してテイラー展開の概念を導入した新しい更新式を提案し、反復計算にかかる時間を削減した<sup>(6)</sup>。また、本研究グループでは文献<sup>(6)</sup> に対して更なる拡張をし、摩擦係数の最小化を目的としたテクスチャの形状最適化において、ネステロフの加速勾配法にテイラー展開の概念を導入した修正加速勾配法の提案をした<sup>(10)</sup>。これまでのテクスチャの摩擦係数の最小化の検討では、摩擦係数の分母である負荷容量が一定となるように基本油膜厚さの調整をアルゴリズムに加えていた。しかし、実際の軸受等の基本油膜厚さに相当するオイルクリアランス<sup>(11)</sup> (Fig.1 参照) は、軸受の設計段階において決められる。また、焼付き防止および騒音防止の観点から、軸径  $d$  およびオイルクリアランス  $C$  の比の目安が定められている<sup>(12)</sup>。したがって、テクスチャの形状最適化において基本油膜厚さの調整を行うことで予め定められたオイルクリアランスの値にならない場合が考えられる。そのため、本論文では、オイルクリアランスを考慮し、基本油膜厚さの調整を行わない場合において、摩擦係数の最小化問題に修正加速勾配法を適用し、検討および考察を実施した。尚、本論文における全ての数値計算は、FreeFEM++により実施した<sup>(13)</sup>。また、本論文では、Sasaoka et al.(2020) が検討した解析モデルと同様の平行平板間におけるテクスチャモデルを採用する<sup>(6)</sup>。

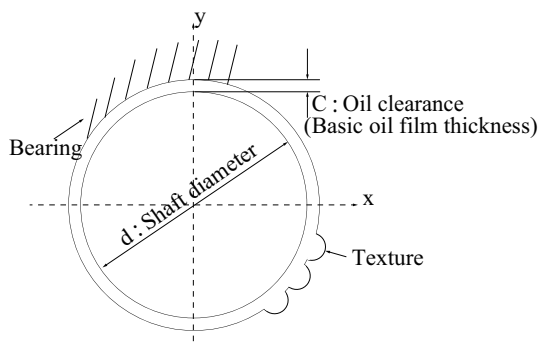


Fig. 1 Image diagram of oil clearance.

## 2. 形状最適化問題の理論

本章では、形状最適化問題の理論、摩擦係数の最小化のた

めの定式化および形状更新式のアルゴリズムについて述べる。目的関数の最小化または最大化のための物体の形状最適化に関する研究は、1970年代が始まりである<sup>(14)</sup>。最適化問題では、目的を満足する設計変数を求めるための反復計算において設計変数に対する感度を求める必要がある。感度を求める方法として、ラグランジュ未定乗数法に基づく感度解析手法が挙げられる。ラグランジュ未定乗数法では、目的関数とラグランジュ未定乗数を乗じた制約関数の足し合わせによりラグランジュ関数を定義する。ラグランジュ関数を定義することにより、制約のある目的関数の最小化問題を無制約条件下のラグランジュ関数の最小化問題に置き換えることができる<sup>(15)</sup>。また、ラグランジュ関数について全ての変数で偏微分することにより、ラグランジュ関数の第一変分を求めることができる。ラグランジュ関数の第一変分は、停留条件よりゼロとなる。停留条件を満たす場合において、ラグランジュ関数の第一変分より状態方程式、随伴方程式および感度方程式が求まり、状態方程式および随伴方程式を解くことにより得られる状態変数および随伴変数から感度を求めることができる。最急降下法などの一次法により、感度を用いて設計変数を更新することで目的を満足する未知変数を求めることができる。

### 2.1. 摩擦係数の最小化問題に対する定式化

Fig.2に本論文におけるテクスチャの計算モデルを示す。本論文における計算モデルは、Sasaoka et al.(2020)<sup>(6)</sup> が実施したテクスチャの形状最適化の拡張検討であるため、Sasaoka et al.(2020)<sup>(6)</sup> と同様の半径  $R$  のテクスチャが四角形領域に9つある計算モデルを採用した。なお、テクスチャの間隔やテクスチャの面積率、テクスチャの圧力変化の相互作用等を考慮するため、テクスチャを9つとしている。計算モデルは、四角形領域を  $\Omega$  とし、その境界を  $\Gamma_1$  としている。四角形領域内に9つの円形テクスチャを等間隔に配置し、四角形領域の面積に対してテクスチャの面積率  $A$  が約50%とする。また、テクスチャ部の領域を  $\omega$  とし、その境界を  $\Gamma_2$  と定義する。ここで、 $h_{dep}$ 、 $h_0$  および  $h(x,y)$  は、テクスチャの深さ、基本油膜厚さおよび油膜厚さの分布を示す。

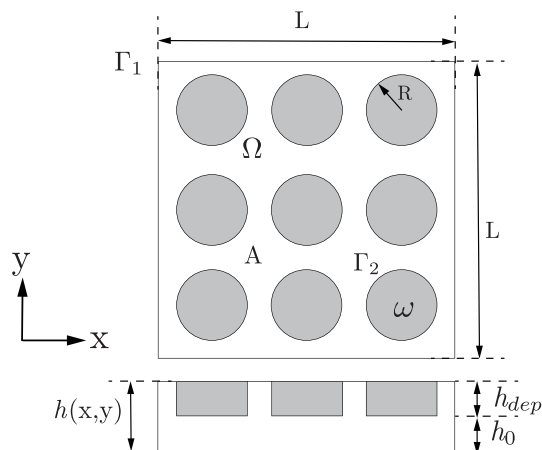


Fig. 2 Numerical model.

本論文では、摩擦係数  $\mu$  の最小化を目的とする。一般に、最小化または最大化の対象を目的関数とするが、本研究グループで行われた過去の検討では摩擦力  $F$  を目的関数とし、基本油膜厚さの調整により負荷容量  $W$  を一定とする条件を加えることで式 (1) に示す摩擦係数を評価していた<sup>(6)</sup>。本論文では、摩擦力を目的関数と定義し、基本油膜厚さの調整を除いた場合において摩擦係数の評価を行う。尚、テクスチャの形状更新による圧力分布の変化によって負荷容量が変化するが、初期の負荷容量における基本油膜厚さは変化しない。目的関数  $J$  を式 (2) に示す。本解析モデルでは、潤滑剤などの薄い流体膜が介在する摺動面を仮定するため、状態方程式を式 (3) に示すレイノルズ方程式とする<sup>(16)</sup>。レイノルズ方程式は、膜厚さを  $h$  として、油膜に作用する圧力  $p$  の分布を求めるための状態方程式である。レイノルズの仮定を以下に示す。(1) 流体は、非圧縮性ニュートン流体である。(2) 流体の慣性力は粘性力に比べて小さく、無視できる。(3) すきま内の流れは層流で、粘度は一定である。(4) 潤滑膜は極めて薄く、厚さ方向の圧力変化は無視できる。(5) 固体表面と流体との間ですべりは起こらない。ここで、 $\eta$  は粘性係数、 $U$  は摺動速度である。また、その境界条件を式 (4) に示す。なお、境界条件は、領域の外周部をゼロとしている<sup>(17)</sup> したがって、制約関数はレイノルズ方程式となるため、ラグランジュ関数  $L$  は式 (5) のように定義できる。 $\lambda$  はラグランジュ未定乗数である。

$$\mu = \frac{F}{W} = \frac{\int_{\Omega} \left( \frac{\eta U}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} \right) d\Omega}{\int_{\Omega} p d\Omega} \quad (1)$$

$$\text{minimize } J = F = \int_{\Omega} \left( \frac{\eta U}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} \right) d\Omega \quad (2)$$

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) - 6\eta U \frac{\partial h}{\partial x} \right] d\Omega = 0 \quad (3)$$

$$p = 0 \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (4)$$

$L=J$

$$+ \int_{\Omega} \lambda \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) - 6\eta U \frac{\partial h}{\partial x} \right] d\Omega \quad (5)$$

次に、ラグランジュ関数の第一変分を求めることにより、式 (6) および式 (8) に示す随伴方程式および感度方程式が得られる。式 (7) に随伴方程式の境界条件を示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial p} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} - \frac{3}{h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{3\lambda}{h^2} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ &- \frac{3\lambda}{h} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = 0 \quad \text{in } \Omega \end{aligned} \quad (6)$$

$$\lambda = 0 \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial h} &= -\frac{\eta U}{h^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{3}{h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ &- \frac{3\lambda}{h} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \frac{6\eta U}{h^3} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \end{aligned} \quad (8)$$

式 (8) に示す感度を直接用以て形状を更新する場合、一般に形状の波打ち現象が発生する。したがって、本論文では、楕円型偏微分方程式であるポアソン方程式を使用して感度を平滑化する<sup>(18)</sup>。またこのほかに、ヘルムホルツ方程式による平滑化法(詳細は付録を参照)があるが、本論文では、比較検討のために Sasaoka et al.(2020)<sup>(6)</sup> と同様にポアソン方程式を用いた。式 (27) に平滑化後の感度を示す。また、テクスチャ領域においてのみ形状更新を行うため、平滑後の感度を式 (10) に示すように境界  $\Gamma_2$  においてゼロと定義する。ここで境界  $\Gamma_2$  は、テクスチャの縁を示す。尚、チルダ記号の付いた感度を平滑後の感度と定義する。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\tilde{\partial L}}{\partial h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\tilde{\partial L}}{\partial h} \right) = \frac{\partial L}{\partial h} \quad \text{in } \omega \quad (9)$$

$$\left( \frac{\tilde{\partial L}}{\partial h} \right) = 0 \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (10)$$

## 2.2. 形状更新式のアプローチ

本節では、最急降下法およびネステロフの加速勾配法などの一次法および提案手法について述べる。式 (11) に最急降下法 (GD) による形状更新式を示す。ここで、 $h$  はテクスチャ内部の油膜厚さの分布であり、本論文における設計変数である。最急降下法は、感度の減少方向に対して設計変数を更新し、感度が収束するまで更新を繰り返す方法である。ここで、 $\alpha$  はステップ幅である。

$$h^{(l+1)} = h^{(l)} - \alpha \left( \frac{\tilde{\partial L}}{\partial h} \right)^{(l)} \quad (11)$$

以下に、ネステロフの加速勾配法 (NAG) による形状更新式を示す<sup>(8)</sup>。この方法は、式 (13) によって、慣性による更新を行った後に式 (12) によって、仮想点  $H$  から最急降下法によって更新を行う方法である。ここで  $\gamma$  はモメンタム係数であり、式 (14) に示す<sup>(19)</sup>。

$$h^{(l+1)} = H^{(l)} - \alpha \left( \frac{\tilde{\partial L}}{\partial H} \right)^{(l)} \quad (12)$$

$$H^{(l)} = h^{(l)} + \gamma^{(l)} (h^{(l)} - h^{(l-1)}) \quad (13)$$

$$\gamma^{(l)} = \frac{l-1}{l+2} \quad (14)$$

次に、本研究グループで開発を行った修正加速勾配法 (MAG) による形状更新式の導出について述べる。まず、式 (12) に式 (13) を代入する。ここで、 $\Delta h$  は、式 (16) により計算される。

$$h^{(l+1)} = h^{(l)} + \gamma^{(l)} \Delta h - \alpha \left( \frac{\tilde{\partial L}}{\partial H} \right)^{(l)} \quad (15)$$

$$\Delta h = h^{(l)} - h^{(l-1)} \quad (16)$$

ここで、式の導出において、後退差分ではなく前進差分により  $\Delta h$  の定義を以下のように改める。

$$\Delta h = h^{(l+1)} - h^{(l)} \quad (17)$$

次に、式 (17) を式 (15) に代入し、以下のように整理する。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} &= -\frac{h^{(l+1)} - h^{(l)} - \gamma^{(l)}(h^{(l+1)} - h^{(l)})}{\alpha} \\ &= -\frac{h^{(l+1)}(1 - \gamma^{(l)}) - h^{(l)}(1 - \gamma^{(l)})}{\alpha} \\ &= -(1 - \gamma^{(l)})\frac{h^{(l+1)} - h^{(l)}}{\alpha} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、式 (18) の右辺について、設計変数  $h$  のステップ幅  $\alpha$  に対する微分として解釈し、以下のように定義する。

$$\frac{h^{(l+1)} - h^{(l)}}{\alpha} = \frac{\partial h}{\partial \alpha} \quad (19)$$

式 (18) に式 (19) を代入すると、式 (20) が得られる。

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha} = -\frac{1}{(1 - \gamma^{(l)})} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} \quad (20)$$

また、式 (20) をステップ幅  $\alpha$  で微分すると以下のようになる。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial \alpha^2} = -\frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{1}{(1 - \gamma^{(l)})} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} \quad (21)$$

ここで、設計変数  $h$  に対して二階微分までのテイラー展開を考えると、式 (22) の様に表すことができる。

$$h^{(l+1)} = h^{(l)} + \alpha \left(\frac{\partial h}{\partial \alpha}\right)^{(l)} + \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial \alpha^2}\right)^{(l)} \quad (22)$$

次に、式 (22) に、上述において誘導した式 (20) および式 (21) を代入すると式 (23) が得られる。

$$\begin{aligned} h^{(l+1)} &= h^{(l)} - \frac{\alpha}{(1 - \gamma^{(l)})} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} \\ &\quad - \frac{\alpha^2}{2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{1}{(1 - \gamma^{(l)})} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、式 (23) の第三項目について、後退差分を適用すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} h^{(l+1)} &= h^{(l)} - \frac{\alpha}{(1 - \gamma^{(l)})} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} \\ &\quad - \frac{\alpha^2}{2} \frac{1}{(1 - \gamma^{(l)})} \frac{\left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} - \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l-1)}}{\alpha} \end{aligned} \quad (24)$$

上記の式を整理すると、式 (25) のようになる。

$$\begin{aligned} h^{(l+1)} &= h^{(l)} - \frac{\alpha}{1 - \gamma^{(l)}} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} \\ &\quad - \frac{\alpha}{2(1 - \gamma^{(l)})} \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} - \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l-1)} \right\} \\ &= h^{(l)} - \frac{\alpha}{2(1 - \gamma^{(l)})} \\ &\quad \left\{ 3 \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} - \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l-1)} \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、ネステロフの加速勾配法にテイラー展開を適用しているため、 $h^{(l)}$  は、式 (13) による更新後の  $H^{(l)}$  であると定義できる。したがって、式 (26) が求まる。

$$\begin{aligned} h^{(l+1)} &= H^{(l)} \\ &\quad - \frac{\alpha}{2(1 - \gamma^{(l)})} \left\{ 3 \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} - \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l-1)} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

式 (26) が本研究グループで開発を行った修正加速勾配法による形状更新式である。

### 3. テクスチャの形状最適化問題に対する数値解析

#### 3.1. 計算条件

計算条件を Table1 に示す。有限要素メッシュを Fig.3 に示す。初期のテクスチャ深さの分布を Fig.4 に示す。

Table 1 Numerical conditions.

Number of nodes	4300
Number of elements	8398
Load capacity $W$	10 [N]
Velocity in $x$ direction $U$	0.01 [m/s]
Viscosity of fluid $\eta$	0.08 [Pa·s]
Radius of a texture $R$	$5.35 \times 10^{-3}$ [m]
Analysis area size $L \times L$	$1.6 \times 10^{-3}$ [m <sup>2</sup> ]
Ratio of texture $A$	50 [%]
Initial depth of a texture $h_{dep}$	$1 \times 10^{-5}$ [m]
Step size $\alpha$	$10^{-3}$
Convergence judgment parameter $\varepsilon$	$5 \times 10^{-4}$



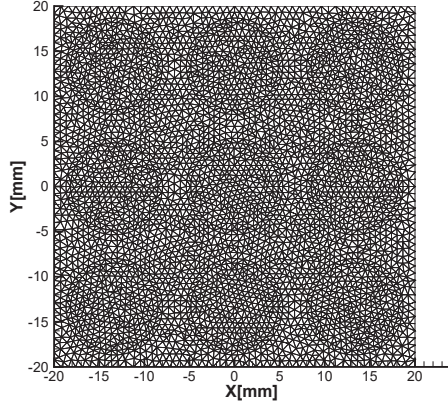


Fig. 3 Finite element mesh.

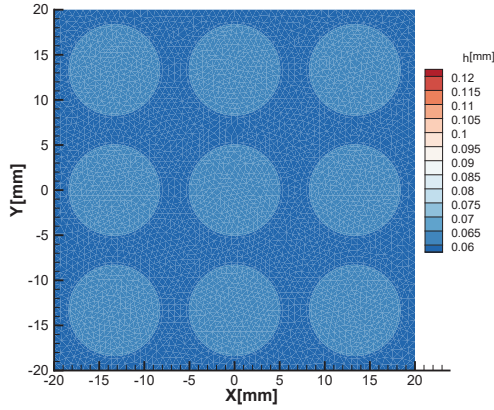


Fig. 4 Initial distribution of texture depth.

### 3.2. 形状最適化の流れ

以下に、テクスチャの形状最適化の流れを示す。

1. 初期条件および初期のテクスチャ深さの分布を与える。
2. レイノルズ方程式を解き状態変数  $p$  を求める。
3. 摩擦係数を計算し、収束判定  $|\frac{\mu^{(l+1)} - \mu^{(l)}}{\mu^{(0)}}| < \varepsilon$  を満たす場合は、解析を終了する。
4. 随伴方程式を解き、随伴変数  $\lambda$  を求める。
5. 感度を計算し、感度の平滑化を行う。
6. 形状更新式により、設計変数  $h$  を更新する。
7. 2へ戻る。

尚、本論文では、摩擦力を目的関数としているため、本来であれば摩擦力によって収束判定を行うべきであるが、本論文では、収束判定において負荷容量の変化の影響も考慮する必要がある。そこで、本研究では負荷容量を含む摩擦係数によって収束判定を行う。また、Table2に本論文の計算アルゴリズムを示す。まず、ステップ幅および初期膜厚さ等の初期条

件を入力する。次に、モメンタム係数を計算する。その後、反復計算により、モメンタム係数および仮想点  $H$  と感度の計算を行い、それらを修正加速勾配法による形状更新式に代入することで、設計変数の更新が行われる。

Table 2 Algorithm for texture shape optimization.

#### Modified Acceleration Gradient Method

Require:  $\alpha$ : Step size,  $\gamma^{(0)} = 0$ ,

$h^{(0)}$ : Initial oil film thickness

for  $l = 0, 1, 2, \dots$  do

$$\gamma^{(l)} = l - 1/l + 2$$

$$H^{(l)} = h^{(l)} + \gamma^{(l)}(h^{(l)} - h^{(l-1)})$$

$$\left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)}$$

$$h^{(l+1)} = H^{(l)} - \frac{\alpha}{2(1-\gamma^{(l)})} \left\{ 3 \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l)} - \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial H}\right)^{(l-1)} \right\}$$

end for

### 3.3. 結果

本論文では、摩擦係数の最小化を目的にテクスチャの深さの最適化を実施した。以下に、Figs.5~8に摩擦力、摩擦係数、負荷容量および相対誤差の履歴をそれぞれ示す。また、Figs.9~11にGD, NAGおよびMAGによる形状更新後のテクスチャ深さの分布をそれぞれ示す。

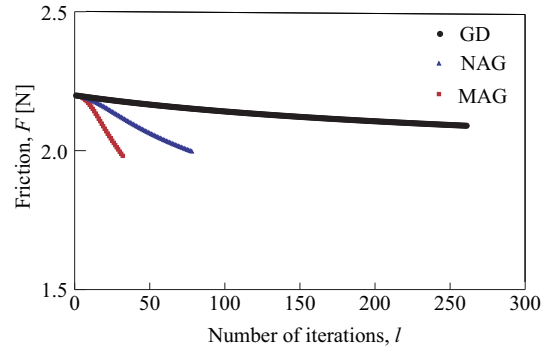


Fig.5 History of friction coefficient by GD, NAG and MAG.

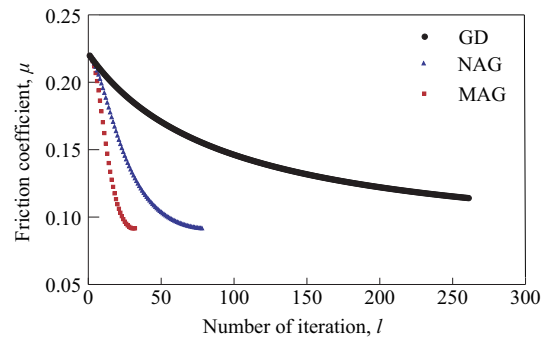


Fig.6 History of friction coefficient by GD, NAG and MAG.

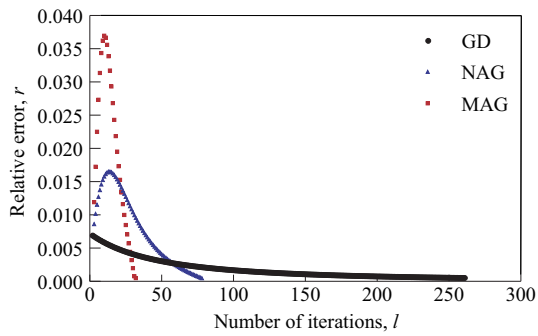


Fig. 7 History of relative error by GD, NAG and MAG.

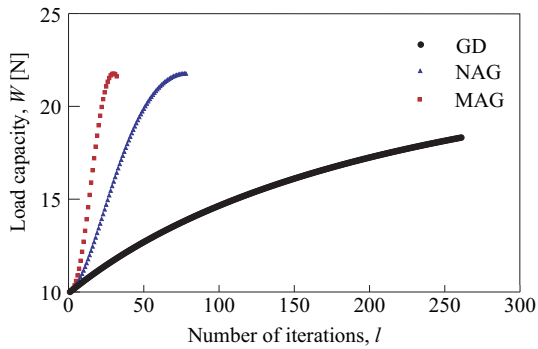


Fig. 8 History of load capacity by GD, NAG and MAG.

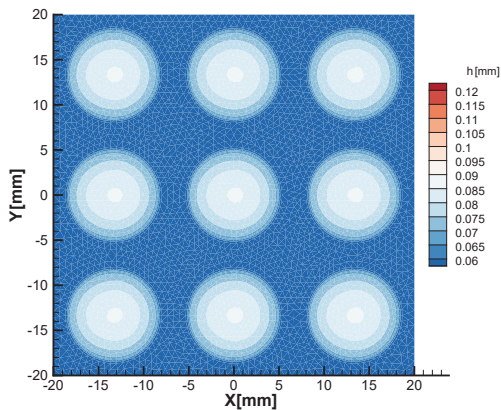


Fig. 9 Distribution of texture depth by GD.

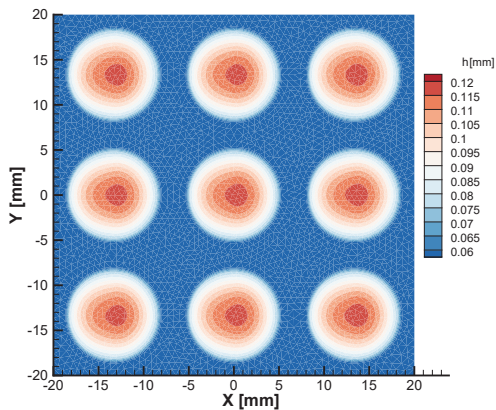


Fig. 10 Distribution of texture depth by NAG.

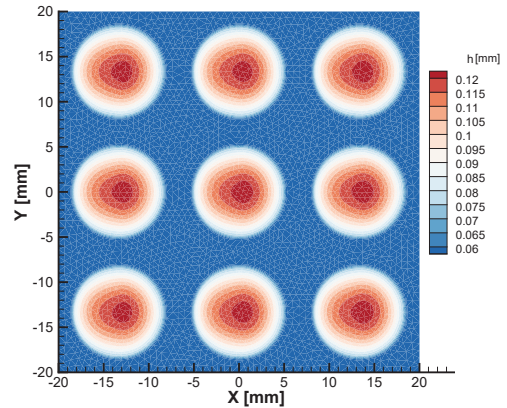


Fig. 11 Distribution of texture depth by MAG.

Fig.5 より、摩擦力は約 10%減少していることがわかる。また、Fig.6 より、摩擦係数は、初期の摩擦係数に比べて約 60%減少しており、Fig.7 に示す相対誤差の値も収束判定を満たしていることがわかる。また、Fig.8 より、負荷容量は初期の負荷容量に比べて約 2.2 倍に上昇しており、グラフの傾向から摩擦係数と同様に収束していることがわかる。また、負荷容量と摩擦係数との間には逆相関の関係があることがわかる。これらのことから、摩擦力は約 10%減少するのに対して、負荷容量は約 2.2 倍になることから、摩擦係数が 60%減少した要因として、負荷容量の影響が大きいことがわかる。

次に、得られたテクスチャ深さの分布について述べる。Figs.9~11 を比べると、Fig.9 のテクスチャ深さは他に比べて浅い分布であることがわかる。この要因は、収束判定定数を各手法において等しくしているためであり、形状更新が他の手法に比べて遅いことを示している。また、Figs.10 および 11 では、深さの中央がどちらも右寄りになっており、Fig.11 の方が、深い箇所の範囲が広いことがわかる。ここで、Fig.6 において収束時の摩擦係数は、NAG が 0.09176、MAG が 0.09166 である。したがって、MAG の摩擦係数は NAG よりも僅かに低いことから、摩擦係数が小さくなるとテクスチャ深さが右寄りに増し、深い箇所の範囲が広くなると言える。

また、Fig.7 に示す相対誤差の履歴から収束傾向について述べる。Fig.7 の相対誤差の履歴では、GD は単調に減少し収束に向かうのに対して、NAG および MAG では、一度、相対誤差が上昇し、その後、減少に向かうことがわかる。これは、NAG と MAG の共通点である式 (13) による更新の影響であると推測される。また、NAG と MAG を比べると、MAG の方が相対誤差の上昇幅が大きいことがわかる。これは、テイラー展開によって導出された追加項による影響であると推測される。

### 3.4. 負荷容量の上昇要因

Fig.12 に初期の圧力分布、Figs.13~15 に各手法における収束後の圧力分布を示す。従来は、基本油膜さの調整によ



て負荷容量が一定となるようにしていた。本論文では、基本油膜厚さの調整を除いたため、負荷容量が変化した。圧力分布から、テクスチャの流速方向の前方の圧力が高いことがわかる。これは、摩擦力の最小化によって、テクスチャの深さが流速方向の前方で深くなることで、テクスチャの流速方向の前方に圧力が集中していると考えられる。また、Figs.9 および 10 に示すようにテクスチャの深さや範囲が深くなることでより強い圧力が生じていると考えられる。

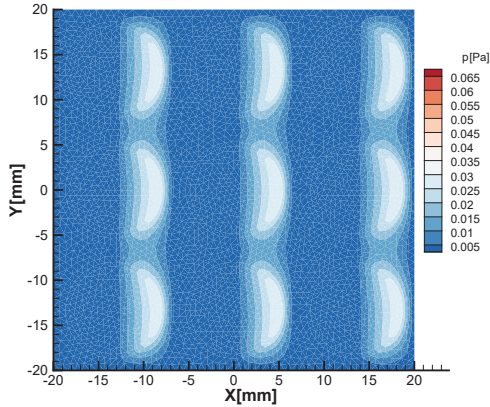


Fig. 12 Initial distribution of pressure.

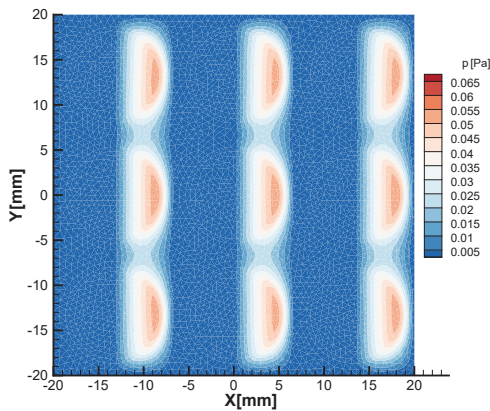


Fig. 13 Distribution of pressure by GD.

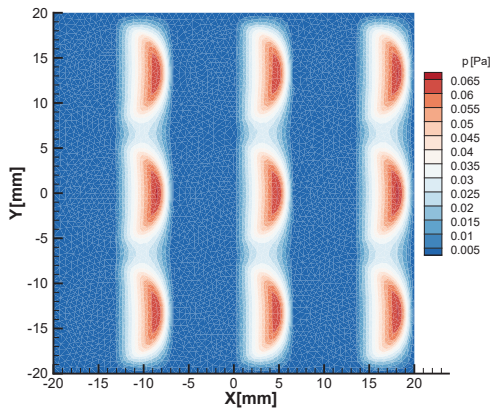


Fig. 14 Distribution of pressure by NAG.

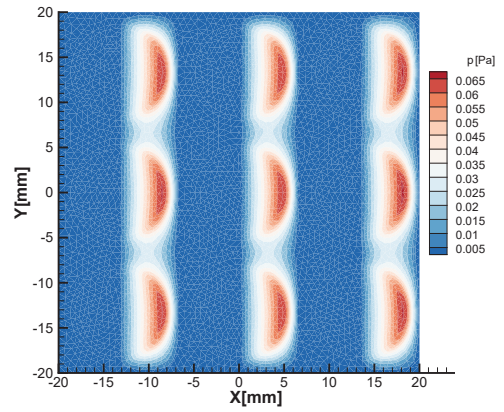


Fig. 15 Distribution of pressure by MAG.

### 3.5. 基本油膜さの調整による影響評価

Fig.16 に、基本油膜厚さの調整を実施した場合と調整しない場合の摩擦係数の結果の比較を示す。また、Figs.17 および 18 に基本油膜さの調整を実施した場合の油膜さの分布および基本油膜さの調整を実施しない場合の油膜厚さの分布を示す。

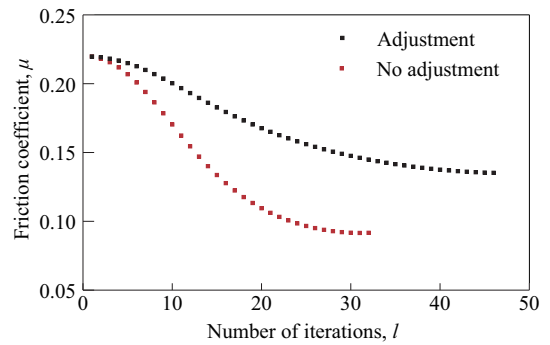


Fig. 16 Comparison of friction coefficients with and without adjustment of basic oil film thickness.

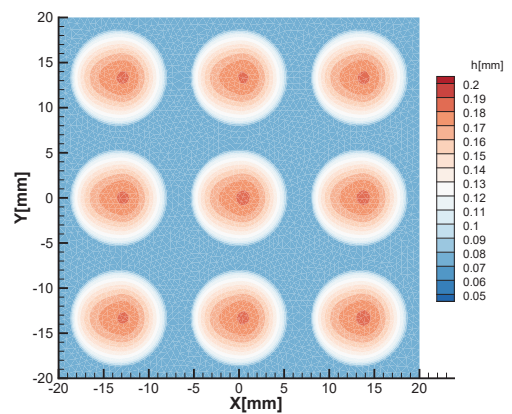


Fig. 17 Distribution of texture depth (Adjustment).

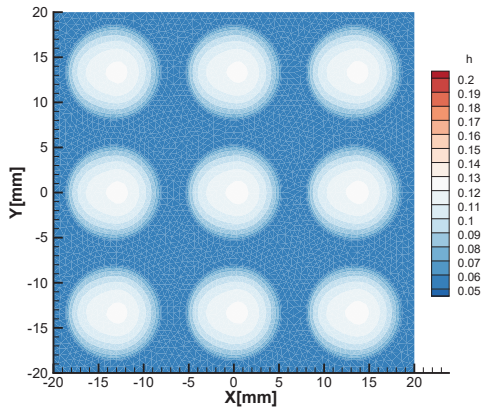


Fig. 18 Distribution of texture depth (No adjustment).

Fig.16 より、基本油膜さの調整を行わないことで、負荷容量の上昇による効果から摩擦係数が大幅に削減されていることがわかる。また、Figs.17 および 18 の比較から、得られた形状の特徴は同様であるが、基本油膜厚さの調整をしない場合のほうが、テクスチャの深さが浅いことがわかる。したがって、負荷容量の増加によって従来よりもテクスチャの深さが浅い場合でも摩擦係数の低減効果があることが判明した。

#### 4. 結論

本論文では、基本油膜厚さの調整を実施しない場合において、摩擦係数の低減を目的に修正加速勾配法によるテクスチャの深さの形状最適化を実施した。以下に、本論文で得られた知見を示す。

- テクスチャ（円形）の深さ形状は、単純な半球状の形状ではなく、流速方向に対して後方よりも前方を深くすることで摩擦係数の低減効果が得られる。
- 摩擦係数と負荷容量は逆相関の関係にあり、摩擦係数が最小となる時、負荷容量は最大となる。
- 摩擦力の下降率よりも負荷容量の上昇率の方が高いため、負荷容量の上昇による摩擦係数の低減効果のほうが大きい。
- 基本油膜厚さの調整を行わない場合、テクスチャの深さが浅い場合でも負荷容量の上昇によって摩擦係数の低減効果が得られる。

なお、本論文では、Sasaoka et al.(2020)<sup>(6)</sup>と同様に外周部において圧力をゼロとする境界条件で解析を行ったが、外周部の境界条件を周期境界条件とした場合の方が、より現実的な問題として扱えると考えられる。したがって、周期境界条件を考慮したテクスチャの解析は今後の課題である。

#### 謝辞

本研究の実施に当たり、長岡技術科学大学大学院 機械創造工学専攻の修了生 笹岡 修太氏より多大なる助言を受けた。ここに謝意を表す。

#### 付録

ここでは、ヘルムホルツ方程式による感度の平滑化の一例を示す。以下にヘルムホルツ方程式による感度の平滑化式を示す<sup>(20)</sup>。R は任意定数である。以下の解析例では、 $R = 1.9$  で解析を実施した。Fig.19 に摩擦係数の履歴を示す。Fig.6 と Fig.19 を比較した場合、収束の傾向は同様であることがわかる。また、Figs.20~22 に示すテクスチャ深さの図と Figs.9 ~11 に示すテクスチャ深さの図を比較すると、テクスチャ深さが最も深くなる位置がテクスチャの前方から中心に変わっていることがわかる。これは、平滑化手法やパラメータの設定による違いであると考えられる。したがって、これらの平滑化手法による形状の違いについても、将来的な検討課題とする。

$$-R \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial \tilde{L}}{\partial h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial \tilde{L}}{\partial h} \right) \right] + \left( \frac{\partial \tilde{L}}{\partial h} \right) = \frac{\partial L}{\partial h} \quad \text{in } \omega \quad (27)$$

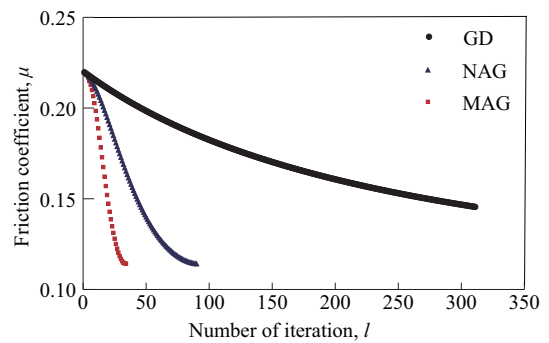


Fig. 19 History of friction coefficient by GD, NAG and MAG.

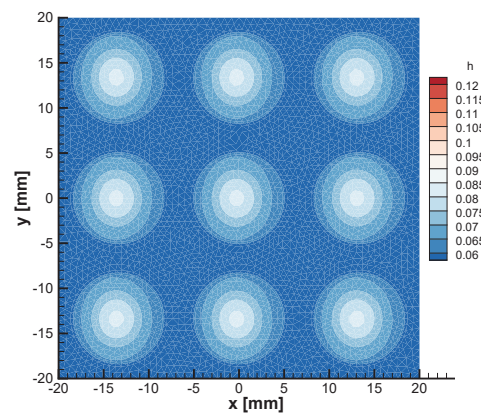


Fig. 20 Distribution of texture depth by GD.



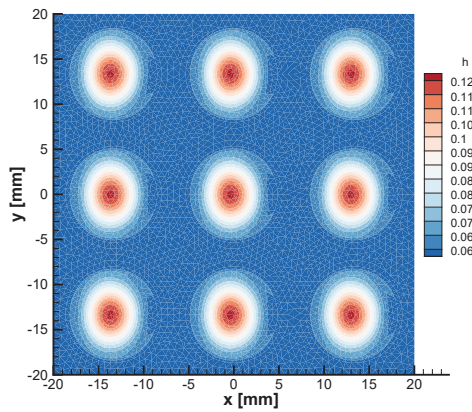


Fig. 21 Distribution of texture depth by NAG.

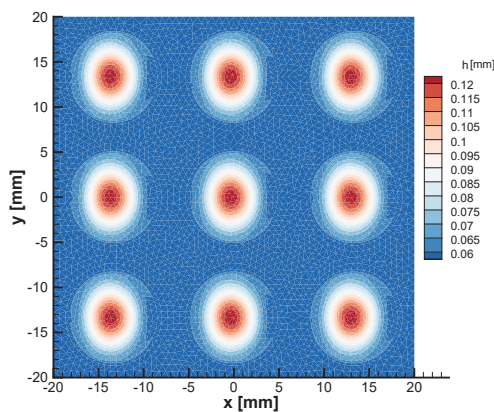


Fig. 22 Distribution of texture depth by MAG.

### 参考文献

- (1) Luo, J., Liu, M. and Ma, L. : Origin of friction and the new frictionless technology—Superlubricity: Advances and future outlook, *Nano Energy*, Vol.86 (2021), pp. 92–106.
- (2) Mao, B., Siddaiah, A., Liao, Y. and Menezes, P.L. : Laser surface texturing and related techniques for enhancing tribological performance of engineering materials: A review, *Journal of Manufacturing Processes*, Vol.53 (2020), pp. 153–173.
- (3) Hamilton, D. B., Walowit, J. A. and Allen, C. M. : A Theory of Lubrication by Microirregularities, *Journal of Basic Engineering*, Vol.88, Issue 1 (1966), pp. 311–336.
- (4) Etsion, I. and Burstein, L. : A Model for Mechanical Seals with Regular Microsurface Structure, *Tribology Transactions*, Vol.7, Issue 2 (1964), pp. 149–154.
- (5) Gropper, D., Wang, L. and Harvey, T.J. : Hydrodynamic lubrication of textured surfaces: A review of modeling techniques and key findings, *Tribology International*, Vol.94 (2016), pp. 509–529.
- (6) Sasaoka, S. and Kurahashi, T. : Proposal of texture shape optimization algorithm under constant load condition and considerations on new shape update equation (Texture shape optimization for minimization of friction coefficient), *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol.15, No.3 (2020), pp. 1–20.
- (7) Zhirong, T., Xiangkai, M., Yi, M. and Xudong, P. : Shape optimization of hydrodynamic textured surfaces for enhancing load-carrying capacity based on level set method, *Tribology International*, Vol.162 (2021), pp. 107–136.
- (8) Nesterov, Y.E. : A method for solving the convex programming problem with convergence rate  $O(1/k^2)$ , *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, Vol.269 (1983), pp. 543–547.
- (9) Sutton, R. S. : Two problems with backpropagation and other steepest-descent learning procedures for networks, *Proc. 8th Annual Conf. Cognitive Science Society*, (1986).
- (10) Arata, H., Kishida, M. and Kurahashi, T. : Texture shape optimization analysis using a new acceleration gradient method based on the Taylor expansion and conjugate direction, *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol.17 No.4 (2022), pp. 1–13.
- (11) Lais Bittencourt Visnadi, Helio Fiori de Castro. : Influence of bearing clearance and oil temperature uncertainties on the stability threshold of cylindrical journal bearings *Mechanism and Machine Theory*, Vol.134 (2019), pp. 57–73.
- (12) 大豊工業（株）軸受研究グループ：機械要素活用マニュアル すべり軸受, 株式会社工業調査会, pp. 52-53.(1998).
- (13) Hecht, F. : New development in freefem++, *Journal of Numerical Mathematics*, Vol.20 No.3-4 (2012), pp. 251–265.
- (14) Watson, S.R. : Toward the minimum drg on a body of given volume in slow viscous flow, *Institute of Mathematics and its applications*, Vol.7 (1971), pp. 367–376.
- (15) 篠原主勲. : 形状微分と物質微分による随伴法を用いた形状最適化, *大同大学紀要*, 第 49 卷 (2013), pp. 89–111.
- (16) Reynolds, O. : On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Towers experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol.177 (1886), pp. 157–234.
- (17) Masaki Oda, Katsumi Iwamoto, Kentaro Tanaka and Toshikazu Fujino : Lubrication Characteristics of sliding Surfaces with Dimple or Grooves-In the case of surface Texturing Applied on Parallel Surfaces, *Journal of the JIME*, vol.53, No.5(2018).
- (18) 畔上秀幸 : 領域最適化問題の一解法, *日本機械学会論文集 A 編*, 60 卷, 574 号 (1994), pp. 165–172.

- (19) Tseng, P. : On accelerated proximal gradient methods for Convex-concave optimization, Siam Journal on Optimization, (2008).
- (20) 荒瀬浩平 : PDE フィルターを援用したトポロジー最適化によるアウターローター型 SPM モーターの構造複雑性低減に関する研究, 法政大学大学院紀要, 理工学・工学研究科編, Vol.62 (2021).