

経頭蓋点状散乱体配列レンズの頭蓋内音場最適化

INTRACRANIAL ACOUSTIC FIELD OPTIMIZATION OF A POINT-LIKE-SCATTERERS-ARRAYED TRANSCRANIAL LENS

植田 毅¹⁾

Tsuyoshi UETA

1) 東京慈恵会医科大学物理学研究室 (〒182-8570 東京都調布市国領町 8-3-1, E-mail: tsuyoshi_ueta@jikei.ac.jp)

The lens constructed by optimally arranging point-like scatterers on a lattice was proposed according to the concept of Fresnel lens, and it showed superior performance focusing the incident plane wave on a focal point and suppressing the sound field except the vicinity of the focal point. In the present study, we have investigated the transcranial focusing performance of the point-like-scatterers-arrayed lens. The objective function is defined as the sound field vanishes within the skull except the focus(es) and becomes higher at the focus(es) than around. The placement of the point-like scatterers is optimized in terms of the objective function. It has confirmed that the lens focused the incident plane wave with enough intensity even transcranially.

Key Words: Fresnel lens, point-like scatterers, optimization, integral equation, transcranial focusing

1. はじめに

脳梗塞は脳の動脈が狭窄または閉塞し、脳の組織に供給される血流が滞ることに伴い、脳組織が壊死した状態を言う。脳梗塞を防ぐためには、脳動脈の狭窄や閉塞を速やかに解消する必要がある。脳梗塞に対する処置は、血栓溶解薬を発症後3時間以内に静脈内投与し、血栓を解消することにほぼ限られる。急性期の脳梗塞において血栓溶解剤の効果を促進する非侵襲的治療法として、閉塞部位への超音波の経頭蓋的照射が有効とされ、臨床応用が期待されている⁽¹⁾。

しかし、頭蓋内での超音波の反射波の干渉により脳にダメージを与えることが問題となっている⁽²⁾。そこで、頭蓋骨と脳組織もフォノンニック構造として取り込むことにより、脳内での干渉を起こさせることなく超音波を経頭蓋的に患部の形状に高精度かつ適時的に集束させるデバイスの基礎研究に取り組んできた。

この研究では、当初、メッシュ状マイクロ流路に液体金属(ガリスタン)を導入し、位置制御を行うことにより音響レンズを構成し、生体内の変化にリアルタイムに対応して変形するリアルタイム・アダプティブなフォノンニック構造を実現することを目標としていた^(3, 4, 5)。頭蓋骨内の焦点から発する点源音波と遠方からの入射平面波(参照音波)との干渉パターンからフォノンニック構造を構成し、経頭蓋音響フレネルレンズとして、その特性を有限要素法を用いて高精度に数値

解析することにより、経頭蓋での超音波の実用的集束を確認した^(6, 7)。

レンズ機能は確認できたものの、トポロジー最適化による形状、配置の最適化には大規模な計算が必要でリアルタイム、アダプティブな構成は困難であり、表面張力の影響でマイクロ流路へのガリスタンの注入が非常に難しいことが判明した。また、空気中から直接超音波を頭部に入射させた場合、頭蓋骨での反射が非常に強いことも考慮し、頭部を水とほぼ同じ媒体(超音波ゼリー)で覆う方向で修正した。水とほぼ同じメディアの中では気泡が強く超音波を散乱する。そこで、新たに頭部を覆うメディアの中にクロスバースイッチを設置し、それにより必要な時、必要な場所に気泡を発生させることにより音響フレネルレンズを構成することを構想している。

気泡を点状散乱体として、点状散乱体を配列することにより音響レンズをモデル化する。このモデルに入射する平面波の振る舞いを調べるために、積分方程式法を用いることにより、散乱体の位置の音場のみを未知変数とするコンパクトな定式化ができる。方程式が低次元になることにより、焦点のみで音場強度が大きくなるように点状散乱体の配置を容易に最適化することが可能となる。

このレンズのモデルとして、頭部近傍に置いた点状散乱体の数および配列を最適化することにより、レンズを実現できることを確認している^(8, 9)。また、最適化前の散乱体の初

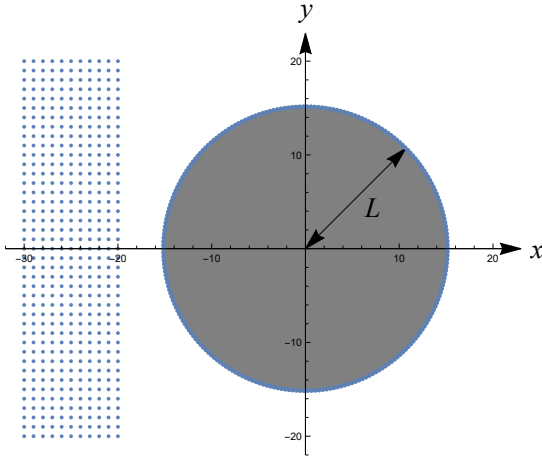


Fig.1 Illustration of a Fresnel lens constructed by arrayed point-like scatterers and of the target domain to optimize the sound field.

期配置に依らず、同じ配置集束することが確かめられ、初期状態を散乱体がない状態から最適化すればよいことを確認している⁽¹⁰⁾。

本研究では、頭蓋骨内に焦点を設定し、その焦点に入射平面波を集束させ、かつ、頭蓋骨内の焦点以外の点で音場が0になるように点状散乱体の配置を最適化し、点状散乱体を配列することで十分な機能を実現できることを確認する。

2. 点状散乱体によるレンズ模型

系全体が、物性が水に近く、音速が c_0 の媒体で満たされているとする。頭蓋骨内も同じ媒体で満たされているとする。Fig.1の左無限遠方 ($x \rightarrow -\infty$) から x 軸に平行に入射する平面波を灰色で示す目的領域内(頭蓋骨内)にある(場合によっては複数の)焦点に集束させるレンズを図中に・の配列で示す正方格子の上に置く点状散乱体で構成する⁽⁹⁾。格子定数(格子の間隔) d を系の代表的長さとして、これを用いて長さをスケールする。本研究では自由度を絞るために散乱体の散乱能は全て同じであるとし、レンズは散乱体があるかないかのみで構成される。

頭蓋骨は原点に中心を持つ半径 L の円上に、半径 a の点状散乱体を $L(\cos(2n\theta), \sin(2n\theta))$, ($n = 1, \dots, [\pi/\theta]$) のように配列することによりモデル化する。ただし、 $\theta \equiv 4 \sin^{-1}(a/L)$ であり、 $[\dots]$ はガウス記号である。本研究では、頭蓋骨をつくる点状散乱体の散乱能をレンズを構成する点状散乱体の $1/3$ とする⁽¹¹⁾。

3. 定式化

媒体の密度 $\rho(\mathbf{r})$ 、弾性率 $K(\mathbf{r})$ が空間変化する場合は、周波数 ω の音場 $\psi(\mathbf{r}, \omega)$ の支配方程式は

$$\left(\nabla^2 + \frac{\rho}{K}\omega^2\right)\psi(\mathbf{r}, \omega) = \left(\frac{1}{\rho}\nabla\rho\right) \cdot \nabla\psi(\mathbf{r}, \omega) \quad (1)$$

と書ける。

頭蓋外の媒体での音速を c_0 、波数を $k = \omega/c_0$ とし、空間

変化する音速の変化は音速を $c(\mathbf{r})$ とすると、支配方程式は

$$\begin{aligned} (\nabla^2 + k^2)\psi(\mathbf{r}, \omega) &= \left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{r})}\right)k^2\psi(\mathbf{r}, \omega) \\ &+ \left(\frac{1}{\rho}\nabla\rho\right) \cdot \nabla\psi(\mathbf{r}, \omega) \quad (2) \\ &= V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}, \omega) \\ &+ \left(\frac{1}{\rho}\nabla\rho\right) \cdot \nabla\psi(\mathbf{r}, \omega) \quad (3) \end{aligned}$$

と変形し、散乱ポテンシャル $V(\mathbf{r})$ を定義する。本模型では、密度 ρ 、弾性率 K が空間変化するの点状散乱体部分のみである。

点 \mathbf{R} を中心とする点状散乱体を半径 a の円形領域での音速を c として

$$v_{\mathbf{R}}(\mathbf{r}) = \left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{R})}\right)(ka)^2 \frac{1}{\pi a^2} \theta(a - |\mathbf{r} - \mathbf{R}|) \quad (4)$$

と表す。ここで、 $\theta(x)$ はヘヴィサイドの階段関数である。 $\left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{R})}\right)(ka)^2$ がこの散乱体の散乱能となる。 N 個の散乱体がある場合、 n 番目の散乱体の位置ベクトルを \mathbf{R}_n とし、全体の散乱ポテンシャルは

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) &= \sum_{n=1}^N v_{\mathbf{R}_n}(\mathbf{r}) \\ &= \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{R}_n)}\right)(ka)^2 \frac{1}{\pi a^2} \theta(a - |\mathbf{r} - \mathbf{R}_n|) \quad (5) \end{aligned}$$

と書ける。

この場合、式(3)の右辺第2項の $\nabla\rho$ は散乱体表面のみで値を持つが、散乱体の表面で強く音波を反射するため、 $\nabla\psi \simeq 0$ としてこの項を無視する。

式(3)に共役なグリーン関数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)$ を用いると、開放系で、入射平面波がある場合の方程式は

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{ikx} - \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) V(\mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (6)$$

となる。散乱ポテンシャルは式(5)で与えられるから

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= e^{ikx} - \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{R}_n)}\right)(ka)^2 \\ &\quad \times \frac{1}{\pi a^2} \theta(a - |\mathbf{r}' - \mathbf{R}_n|) \psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ &= e^{ikx} - \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{R}_n)}\right)(ka)^2 \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) \\ &\quad \times \frac{1}{\pi a^2} \theta(a - |\mathbf{r}' - \mathbf{R}_n|) \psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (7) \end{aligned}$$

となる^(12, 13, 14, 15)。

散乱体の有効散乱半径が十分小さいとして、 $\left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{R}_n)}\right)(ka)^2$ を一定に保ったまま、 $a \rightarrow 0$ とすると、 $\frac{1}{\pi a^2} \theta(a - |\mathbf{r} - \mathbf{R}_n|) \rightarrow \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n)$ となるから

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{ikx} - \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{R}_n)}\right)(ka)^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{R}_n; \omega) \psi(\mathbf{R}_n) \quad (8)$$

を得る。

点状散乱体の位置 \mathbf{R}_m の音場 $\psi(\mathbf{R}_m)$ に対する自己無撞着な方程式を得るために $\mathbf{r} = \mathbf{R}_m$ とすると、式 (8) の右辺の和の中に $G(\mathbf{R}_m, \mathbf{R}_m; \omega)$ が現れるが、 $G(\mathbf{R}_m, \mathbf{R}_m; \omega)$ は発散する。しかし、実際には、式 (7) の右辺は発散しないため、 $a \rightarrow 0$ の極限を取る前の積分

$$\int G(\mathbf{R}_m, \mathbf{r}'; \omega) \frac{1}{\pi a^2} \theta(a - |\mathbf{r}' - \mathbf{R}_m|) \psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$$

をより正確に評価する必要がある。点状散乱体内で音場 $\psi(\mathbf{r}')$ は変化しないとし、また、積分の中で

$$G(\mathbf{R}_m, \mathbf{r}'; \omega) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\mathbf{R}_m - \mathbf{r}'|) \quad (9)$$

$$\approx \frac{i}{4} \left\{ 1 + i \frac{2}{\pi} (\ln(k|\mathbf{R}_m - \mathbf{r}'|) + \gamma - \ln 2) \right\} \quad (10)$$

のように展開する。ここで、 $H_0^{(1)}$ は 0 次第 1 種ハンケル関数、 γ は Euler 定数である。

このとき、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi a^2} \int G(\mathbf{R}_m, \mathbf{r}') \theta(a - |\mathbf{r}' - \mathbf{R}_m|) \psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ & \sim \frac{i}{4\pi a^2} \psi(\mathbf{R}_m) \int H_0^{(1)}(k|\mathbf{r}' - \mathbf{R}_m|) \\ & \quad \times \theta(a - |\mathbf{r}' - \mathbf{R}_m|) d(\mathbf{r}' - \mathbf{R}_m) \\ & \sim \frac{i}{4\pi a^2} \psi(\mathbf{R}_m) \int_0^a \left\{ 1 + i \frac{2}{\pi} (\ln r + \ln k + \gamma - \ln 2) \right\} 2\pi r dr \\ & = -\frac{1}{4\pi} \left(2 \ln \frac{ka}{2} + 2\gamma - 1 - i\pi \right) \psi(\mathbf{R}_m) \quad (11) \end{aligned}$$

のように評価できる。

したがって、音場 $\psi(\mathbf{r})$ は

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= e^{ikx} - \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{c_0}{c(\mathbf{R}_n)} \right) (ka)^2 \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_n; \omega) \psi(\mathbf{R}_n) \\ \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_n; \omega) &\equiv \begin{cases} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\mathbf{r} - \mathbf{R}_n|), & \mathbf{r} \neq \mathbf{R}_n \\ -\frac{1}{4\pi} (2 \ln \frac{ka}{2} + 2\gamma - 1 - i\pi), & \mathbf{r} = \mathbf{R}_n \end{cases} \quad (12) \end{aligned}$$

と与えられる (12, 13, 14, 15)。

式 (12) において $\mathbf{r} = \mathbf{R}_m$ とすると、散乱体がある点における音場 $\{\psi(\mathbf{R}_m)\}$ を与える自己無撞着な方程式から得られる。 $\{\psi(\mathbf{R}_m)\}$ が決定すると、式 (12) により任意の点の音場が求まる。

4. 散乱体がない場合の音場 (初期状態)

レンズを構成する散乱体がない状態が最適化により点状散乱体レンズを構成する初期状態となるので、その場合の頭蓋骨周辺の音場の様子を確認する。頭蓋骨を模擬する点状散乱体の半径を $a/d = 0.05$, $(1 - \frac{c_0}{c})(ka)^2 = 5/12$, 波数 $kd = 4\pi$ と設定し、振幅 1 の平面波を入射させた場合の頭蓋骨周辺の音場を計算した。頭蓋骨内の音場強度の 3 次元プロットを Fig.2 に示す。Fig.3 は x 軸 (入射方向) 上の音場強度である。頭蓋骨外の部分に背景色を付けて示している。これらの図から、入射波は頭蓋骨により反射されるが、部分的には頭蓋内に透過し、頭蓋骨の後背部による反射波との干渉により、頭

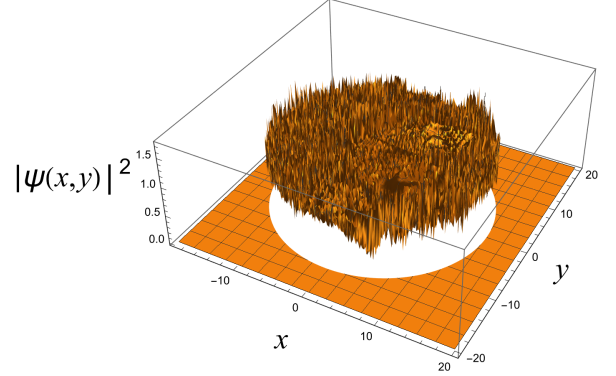


Fig. 2 3D plot of $|\psi|^2$ within the objective domain for the case without the lens.

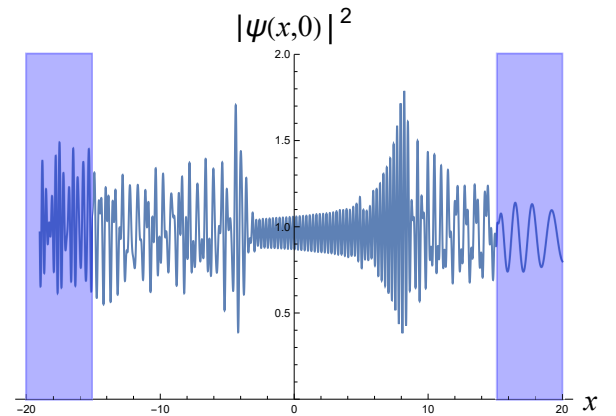


Fig. 3 The intensity of sound pressure $|\psi|^2$ along x -axis for the case without the lens.

部全部と後部に空間的に激しく変化する音場強度の高い部分が発生していることが確認できる。この場合は深刻な状態ではないが、頭蓋骨の形状によっては頭蓋骨によるレンズ効果も含め頭蓋内での音場強度極端に大きくなることも考えられる。

5. 配列最適化

散乱体が存在しない状態を初期条件として、設定した対象領域 (Fig.1 の灰色部分 (脳内)) での音場強度を小さくし、焦点でのみ大きな強度をもつように散乱体の数および配置を最適化する。

最適化のために、最適化対象領域 (頭蓋内) に正方格子を設定し、目的関数を定義する。その目的関数をモンテカルロ法に依り最小化する。

5.1. 目的関数

対象領域に波動関数の評価のために正方格子 $\xi_{i,j} = \alpha(i, j)$ を設定する。 α は格子間隔である。ただし、この格子点は焦点を含むようにとる。 n_f 個の焦点の座標を $\mathbf{r}_{f,i}$ として、焦点以外の波動場の強度を小さくするための目的関数は

$$J_{\text{vf}} = \sum'_{i,j} |\psi(\xi_{i,j})|^2 - \sum_{i=1}^{n_f} |\psi(\mathbf{r}_{f,i})|^2 \quad (13)$$

と定義される。ここで、 \sum' は点 $\xi_{i,j}$ が対象領域内にある場合のみ加算することを意味する。

焦点においては、 $|\psi(\mathbf{r}_{f,i})|^2$ が上に凸であるという条件を課す。具体的には、最近接格子への変位ベクトルを $\{\mathbf{a}_i\}$ ($i = 1 \sim 4$) として、目的関数は

$$J_{\text{fp}} = \sum_{i=1}^{n_f} \sum_{j=1}^4 \{ |\psi(\mathbf{r}_{f,i} + \mathbf{a}_j)|^2 - |\psi(\mathbf{r}_{f,i})|^2 \} \quad (14)$$

のように定義する。

これらより、焦点以外での波動強度を小さくし、焦点のみで急峻なピークをもたせるための目的関数は

$$J = J_{\text{vf}} + cJ_{\text{fp}} \quad (15)$$

と書ける。ここで、 c は重みのパラメータである。

実用的には、両者の項数がほぼ同等になるように、 $c = (\text{最適化領域の格子点数})/4$ とする。

5.2. モンテカルロ法による最適化

点状散乱体の数および配置の最適化はモンテカルロ法を用いて以下の手順で行う。

レンズを構成する現在の点状散乱体の配置について、レンズを構成する散乱体および頭蓋骨モデルを構成する散乱体の位置の音場 $\{\psi(\mathbf{R})\}$ についての自己無撞着方程式を解き、その解を用いて最適化対象領域の格子点の音場を求める。

次に、乱数に依り散乱体が配置される格子点 \mathbf{R} を1つ選び、そこに散乱体が配置されていれば、散乱体を取り除き、散乱体が配置されていなければ、散乱体を配置し、新たな散乱体の配置を決定する。その新しい配置に対し、同様の過程で目的関数を計算する。散乱体の配置の変更前に対する変更後の目的関数の差 ΔJ を求める。

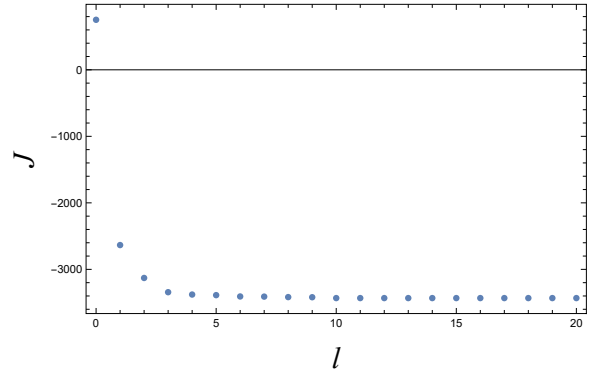


Fig. 4 Variation of the objective function J with l for the focus (0,0).

熱浴法を用いて、閾値

$$p_c = \frac{e^{-\Delta J}}{1 + e^{-\Delta J}} = \frac{1}{1 + e^{\Delta J}} \quad (16)$$

を求め、 $[0,1]$ の範囲の乱数 p に対して、 $p < p_c$ の場合、散乱体の新しい配置に変更し、それを満たさない場合には元の状態のままにする。

この手続きを散乱体の配置格子点の数の回数だけ行えば、平均として全ての散乱体の配置格子点について1回の最適化を行ったことになるので、これを繰り返しの単位とし、ステップと呼ぶ。本来なら、最適化では目的関数が収束するまで繰り返すが、本研究では30ステップまで計算している (Fig.4, 9, 14 にはそのうち20までを示している)。

6. 最適化された散乱体配置とそのレンズ性能

半径 $L/d = 1 + 10\sqrt{2} \simeq 15.14$ の頭蓋骨を考える。頭蓋骨を構成する点状散乱体の散乱能を $(1 - \frac{c_0}{c})(ka)^2 = 5/12$ とし、レンズを構成する点状散乱体の散乱能は $(1 - \frac{c_0}{c})(ka)^2 = 5/4$ とする。半径はどちらの散乱体も $a/d = 0.05$ とする。レンズを構成する散乱ポテンシャルを配置する格子は x 軸方向に11層、 y 軸方向に41層とする。

波数 $kd = 4\pi$ の平面波が入射する場合に、3つの焦点に対して、点状散乱体がない状態を初期状態として、その最適配置を決定する。また、頭蓋内、頭蓋近傍で音圧強度を計算することにより、決定されたレンズの性能を評価する。目的関数を計算する対象領域の格子間隔は $\alpha = 1$ とする。

6.1. 焦点 (0,0) の場合

円形モデル頭蓋骨の中心 (0,0) を焦点とする場合の計算結果を示す。

初期状態から最適化手続きのステップ数 l に対する目的関数の値の変化を Fig.4 に示す。Fig.4 より目的関数 J は速やかかつ単調に減少し、 $l = 10$ 以後 J の値は全く変化しておらず、収束している。

最終の点状散乱体の配置を Fig.5 に示す。この計算では x 軸についての対称性を条件として課していないがほぼ対称な形状に収束している。

この配置の点状散乱体に平面波を入射させた場合の目的領域 (頭蓋内) における音圧強度の3次元プロットを Fig.6

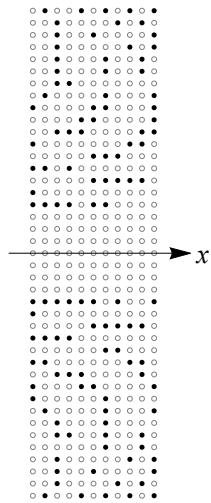


Fig. 5 Final configuration of the point-like scatterers for the focus (0, 0).

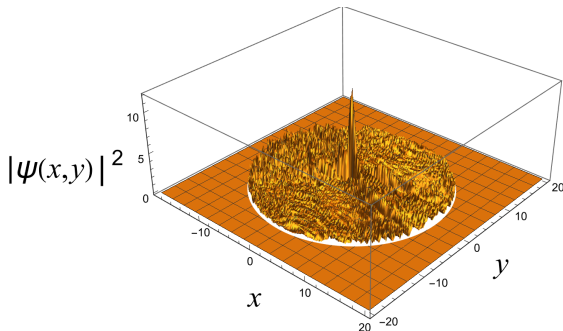


Fig. 6 3D plot of the intensity of the sound pressure $|\psi|^2$ within the objective domain for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.5.

に示す。 $|\psi|^2$ は焦点 (0,0) において鋭いピークを持ち、入射平面波は非常によく集束されている。焦点以外では、焦点におけるピークの高さに対して相対的に十分小さいレベルに抑えられている。

入射方向に対して垂直な y 方向の集束の状態を詳しく見るために、Fig.7 に y 軸上の音圧強度の変化 $|\psi(0,y)|^2$ を示す。頭蓋骨外の部分に背景色を付けて示している。 $|\psi(0,y)|^2$ は焦点において極めて急峻なピークが現れており、焦点から離れた点では音圧強度は比較的平坦で十分小さな値に抑えられている。

入射方向に対して縦方向の集束の状態を確認するために、Fig.8 に x 軸上の音圧強度 $|\psi(x,0)|^2$ を示す。頭蓋骨外の部分に背景色を付けて示している。 x 方向にも顕著なピークが見られ、そのピークの半値幅は 1.53 で、 y 軸方向の半値幅 0.349 に比べ、 4.3 倍以上になっている。焦点以外での $|\psi(x,0)|^2$ は焦点より前方（レンズ側）では概ね 2 以下に抑えられており、焦点の後方、頭蓋骨近傍の干渉の包絡線のピーク値もおよそ 2.4 に抑えられている。

6.2. 焦点 (7, 0) の場合

レンズの位置に対して頭蓋内で焦点の位置が深い場合の

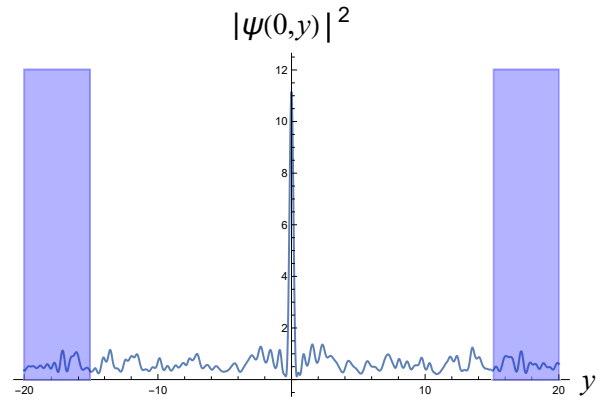


Fig. 7 The intensity of the sound pressure $|\psi(0,y)|^2$ on the y -axis for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.5.

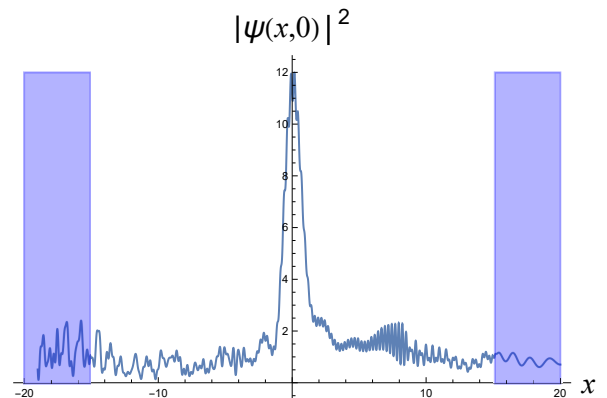


Fig. 8 The intensity of the sound pressure $|\psi(x,0)|^2$ on the x -axis for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.5.

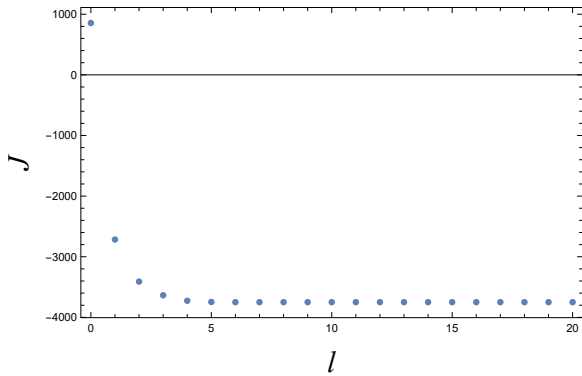


Fig. 9 Variation of the objective function J with l for the focus $(7, 0)$.

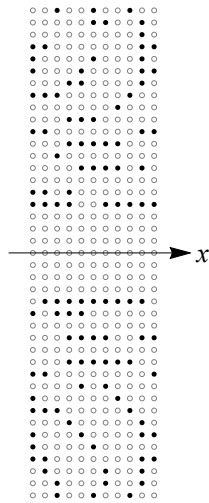


Fig. 10 Final configuration of the point-like scatterers for the focus $(7, 0)$.

集束特性を見るために、 $(7, 0)$ を焦点とした場合の計算結果を示す。

目的関数のステップ数 l 依存性を Fig.9 に示す。目的関数 J は焦点が $(0, 0)$ の場合よりも速やかに減少し、 $l = 6$ 以後、 J の値は全く変化していない。

最終の点状散乱体の配置を Fig.10 に示す。この場合も x 軸について対称な形状に収束している。

この場合の頭蓋内の音圧強度は Fig.11 のようである。音圧強度 $|\psi(7, y)|^2$ 、 $|\psi(x, 0)|^2$ をそれぞれ Fig.12, 13 に示す。頭蓋骨外の部分に背景色を付けて示している。 $|\psi|^2$ は焦点 $(7, 0)$ において鋭いピークを持ち、入射平面波は非常によく集束されている。焦点以外の点では音圧強度は平坦で十分小さな値に抑えられている。この場合も、ピークの x 、 y 方向それぞれの半値幅が 2.40、0.457 であり、その比は 5 倍以上になっている。

6.3. 焦点 $(0, 7)$ の場合

焦点位置がレンズ正面からずれた場合の集束特性を調べるために、 $(0, 7)$ を焦点とした場合の計算結果を示す。

目的関数のステップ数 l 依存性を Fig.14 に示す。目的関数 J は焦点が $(0, 0)$ の場合よりも速やかに減少し、 J は $l = 6$

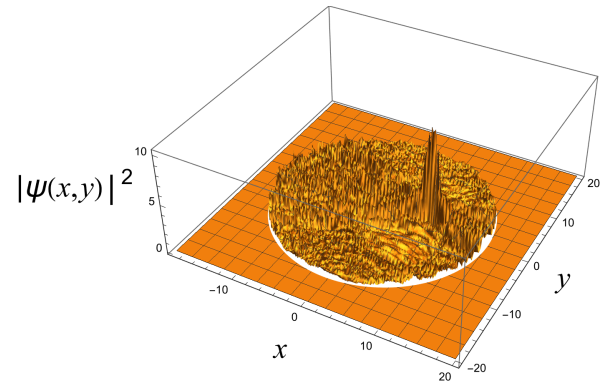


Fig. 11 3D plot of the intensity of the sound pressure $|\psi|^2$ within the objective domain for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.10.

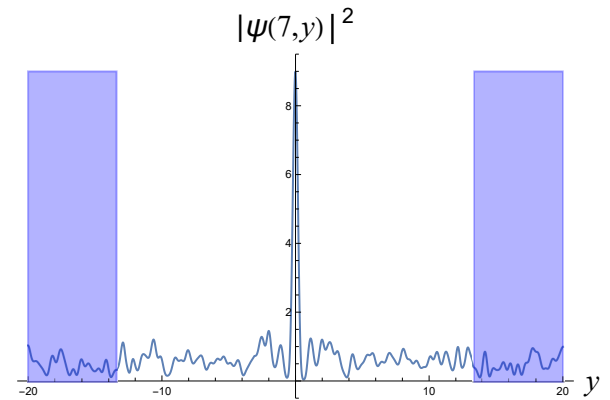


Fig. 12 The intensity of the sound pressure $|\psi(7, y)|^2$ on the y -axis for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.10.

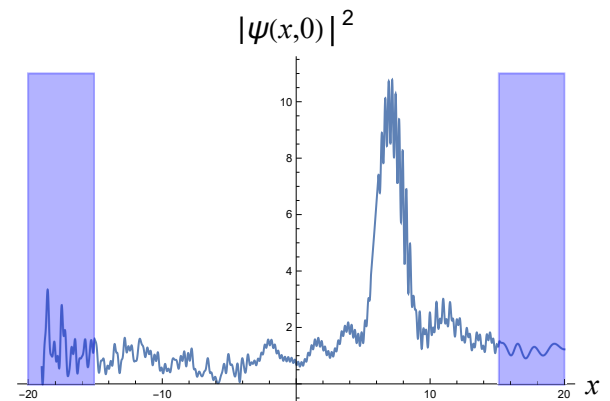


Fig. 13 The intensity of the sound pressure $|\psi(x, 0)|^2$ on the x -axis for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.10.

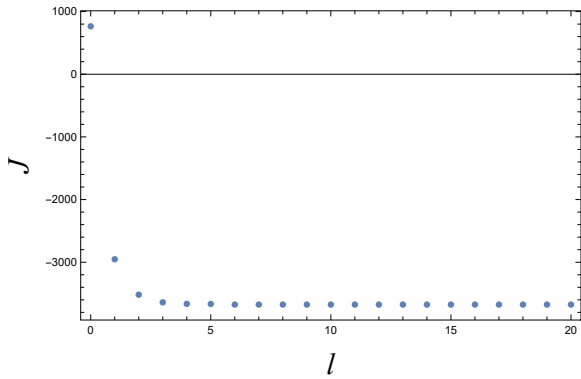


Fig. 14 Variation of the objective function J with l for the focus $(0, 7)$.

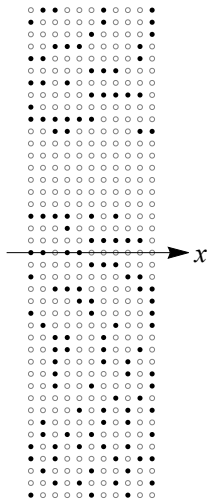


Fig. 15 Final configuration of the point-like scatterers for the focus $(0, 7)$.

で収束している。

最終の点状散乱体の配置を Fig.15 に示す。この場合は、 $(0, 0)$ を焦点とする場合の配置を焦点方向に平行移動した構造に似た配置に収束している。

頭蓋内の音圧強度は Fig.16 のようである。音圧強度 $|\psi(0, y)|^2$, $|\psi(x, 7)|^2$ をそれぞれ Fig.17, 18 に示す。頭蓋骨外の部分に背景色を付けて示している。焦点がレンズの設計領域の中心からずれている場合でも、 $|\psi|^2$ は焦点 $(0, 7)$ において鋭いピークを持ち、入射平面波は非常によく集束され、焦点以外の点では音圧強度は平坦で十分小さな値に抑えられている。この場合も、ピークの x , y 方向それぞれの半値幅が 1.279, 0.372 であり、その比は 3.5 倍より小さくなっている。

7. 結論

点状散乱体を矩形領域に正方格子に点状散乱体を適切な配置で並べる経頭蓋音響レンズを提案し、その特性を調べた。レンズを構成する点状散乱体の配置は、「頭蓋内にある焦点で音場強度が近傍より大きい」、「焦点位置以外の頭蓋内の音場は 0 になる」という条件を表す目的関数をモンテカルロ法により最小化した。最適化は多くて 11 回の繰り返しで収

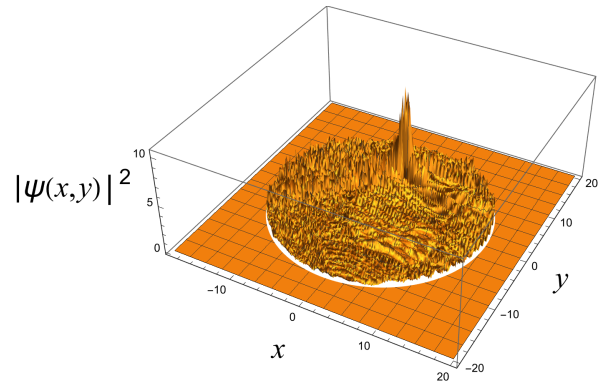


Fig. 16 3D plot of the intensity of the sound pressure $|\psi|^2$ within the objective domain for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.15.

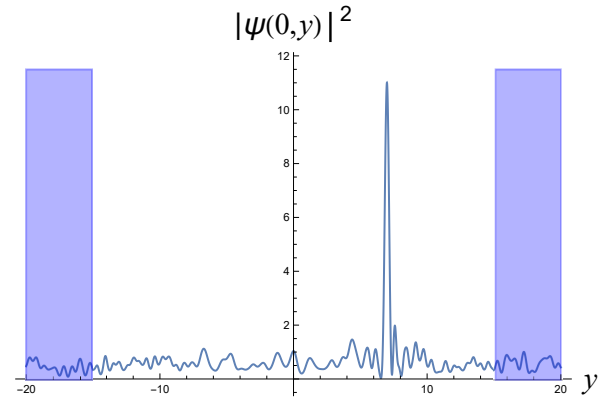


Fig. 17 The intensity of the sound pressure $|\psi(0, y)|^2$ on the y -axis for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.15.

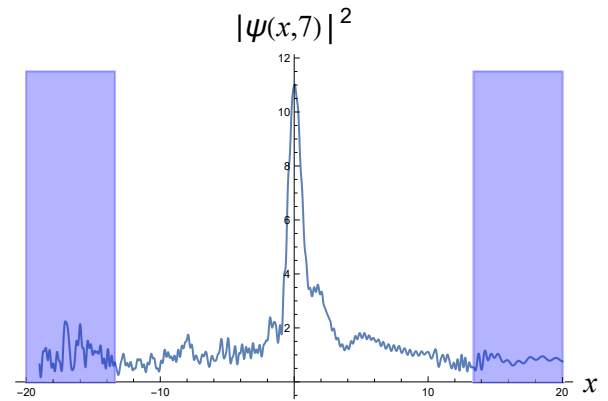


Fig. 18 The intensity of the sound pressure $|\psi(x, 7)|^2$ on the x -axis for the final configuration of the point-like scatterers shown in Fig.15.

束しており、簡便な手法で点状散乱体の最適な配置の決定が期待される。頭蓋骨も点状散乱体を並べることによりモデル化し、頭蓋外から入射する平面波の集束特性を調べた。頭蓋内の様々な位置に設定した焦点において、音圧強度の極めて急峻なピークを作り、ピークの高さに対し、周辺の音圧強度は十分低いレベルに抑えられていることを確認した。また、ピークの広がり、焦点がレンズに対して平行に移動しても大きな影響は受けないが、焦点がレンズから遠ざかると大きくなる。

ピークは入射方向の広がりがそれに垂直な方向に比べ3倍から5倍大きい、これはフレネルレンズの特性である。入射方向のピークの広がりを抑えるためには、レンズの横幅を広げる、散乱体を置く領域を矩形ではなく、頭蓋骨を囲むような領域に設定するなどが考えられる。

本論文で示した計算例よりもさらに焦点が頭蓋骨に接近している場合や頭蓋骨の形状が楕円形など細長い部分を持ち、焦点がその近傍にある場合には、予備的計算で焦点と頭蓋骨の間で振幅の大きな干渉が生じることがあることが分かっている。この原因は、本研究の段階では目的関数を評価する点は一様な正方格子状に取っているため、焦点と頭蓋骨の間が狭くなると目的関数の評価点数が少ない、もしくは無い状態が生じてしまうためと考えられる。したがって、この現象は目的関数を評価する点の格子をアダプティブメッシュにするなどの工夫により解消できると期待される。

今後、頭蓋骨の形状の影響、頭蓋骨のモデルの散乱体の散乱強度の影響を調べる必要があるが、実用的なレンズが設計可能であることが確認できた。今後、複数焦点の場合の解析、3次元系への拡張が望まれる。

謝辞:

本研究はJSPS 科研費 課題番号 18K04028, 19H00740 および平成 31 年度 東京慈恵会医科大学研究助成費の助成を受けて行われました。

参考文献

- (1) 阿部優子, 荻原誠, 窪田純, 松島雅人, 谷藤泰正, 古幡博: 経頭蓋超音波併用脳血栓溶解装置の有効性に関する *in vitro* 実験, 東京慈恵会医科大学雑誌, **120** (2005), pp. 213–214.
- (2) 齋藤理, 井口保之, 小川武希, 横山昌幸: 超音波のヒト頭蓋骨片透過における直進性検証, 東京慈恵会医科大学雑誌, **128** (2013), pp. 211–212.
- (3) H. Isakari, K. Kuriyama, S. Harada, T. Yamada, T. Takahashi and T. Matsumoto: A topology optimisation for three-dimensional acoustics with the level set method and the fast multipole boundary element method, *Mechanical Engineering Journal*, **1** (2014), CM0039.

- (4) 安藤 真: マイクロチューブを用いたアダプティブ超音波収束システムの開発に向けたトポロジー最適化に関する研究, 名古屋大学修士論文, (2017).
- (5) 齋藤優里, 安藤 真, 荒上祐一, 高橋 徹, 植田 毅, 飯盛浩司, 松本敏郎: 超音波収束を用いた脳梗塞医療を援用するためのトポロジー最適化システムの開発, 第 31 回計算力学講演会講演論文集, (2018) 223.
- (6) 糸賀 響, 植田 毅: 脳血栓の治療に向けた音響レンズの基礎的設計, 第 32 回計算力学講演会講演論文集, (2019) 219.
- (7) S. Jiménez-Gambín, N. Jiménez, J. M. Benlloch and F. Camarena: Holograms to Focus Arbitrary Ultrasonic Fields through the Skull, *Phys. Rev. Appl.*, **12** (2019), 014016.
- (8) A. Spadoni and C. Daraio: Generation and control of sound bullets with a nonlinear acoustic lens, *PNAS*, **107** (2010), pp. 7230–7234.
- (9) 植田 毅: 点状散乱体の配置の最適化によるフレネルレンズ設計, 計算工学講演会論文集, **25** (2020), C-10-04.
- (10) 植田 毅: 点状散乱体レンズの配列最適化における初期状態依存性, 第 34 回計算力学講演会講演論文集, (2021) 059.
- (11) G. Tayeb and S. Enoch: Combined fictitious-sources-scattering-matrix method, *J. Opt. Soc. Am. A*, **21** (2004), pp. 1417–1423.
- (12) T. Ueta: Boundary Element Method for Electron Transport in the presence of pointlike scatterers in magnetic fields, *Phys. Rev. B*, **60** (1999), pp. 8213–8217.
- (13) 宮川 悠, 植田 毅: 点状磁性散乱体が存在する場合の境界要素法, 計算数理工学論文集, **4** (2004), pp. 1–6.
- (14) Y. Miyagawa and T. Ueta: A novel numerical method for the analysis of electron transport in the presence of pointlike magnetic scatterers, *J. Phys.: Condens. Matter*, **20** (2008), 365208.
- (15) 植田 毅: Krein 公式によるグリーン関数を用いた境界要素法 - フラクタル配置点状散乱体への応用 -, 計算数理工学論文集, **14** (2014), pp. 101–106.