

三次元電気探査法に基づくトンネル切羽前方地山推定手法の改善

IMPROVEMENT OF 3-D RESISTIVITY TOMOGRAPHY IN FRONT REGION OF TUNNEL FACE

竹内 新¹⁾, 阿部 和久²⁾, 椎谷 成孝³⁾, 紅露 一寛⁴⁾

Arata TAKEUCHI, Kazuhisa ABE, Shigeyuki SHIYA and Kazuhiro KORO

- 1) 新潟大学大学院 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 番地, E-mail:f19e029g@mail.cc.niigata-u.ac.jp)
2) 新潟大学工学部 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 番地, E-mail:abe@eng.niigata-u.ac.jp)
3) 株式会社福田組 (〒 951-8668 新潟市中央区一番堀通町 3 番地 10, E-mail:siiya3070@dws.fkd.co.jp)
4) 新潟大学工学部 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 番地, E-mail:kouro@eng.niigata-u.ac.jp)

In order to estimate the geological structure in the front region of tunnel face, a numerical method is developed within the framework of three-dimensional resistivity tomography. For this purpose, an estimation method is constructed based on the gradient method. The objective function is derived from the posterior probability of unknown conductivity, by virtue of the Bayes' theorem. To save the computation time spent for the design sensitivity analysis, the adjoint equation is introduced. The hyper parameters given by the variance of noise and the inverse matrix of covariance are optimized using the average likelihood. Through numerical examples, performance of the proposed method is validated. In particular, the relationship between the accuracy of estimation and the arrangement of source point and observation points is discussed.

Key Words: Bayesian Estimation, Hyper Parameter, Geological Structure

1. はじめに

トンネル掘削の際に、切羽前方域の地山構造を事前に把握することは、施工の安全性や経済性確保などの面で重要である。そのため、トンネル切羽面前方に設けたボーリング孔から試料を採取して、強度試験を行い力学特性を評価する、ボーリング調査法⁽¹⁾が広く用いられている。当該法では試料を直に採取するため、その力学性状を的確に知ることができる。しかし、ボーリング資料より得られる情報は一次元的なものに限定されることに加え、ボーリング工事は費用と時間を要するため、削孔数には限界がある。したがって、トンネル切羽前方の地山構造を3次元的に把握するためには、ボーリング調査法を補完する新たな手法の導入が必要となる。

そこで著者ら⁽²⁾は、上述の調査法に加え、電気探査法⁽³⁾の一つである比抵抗トモグラフィ探査法を併用した手法の開発を行っている。当該法では、トンネル切羽面の3箇所まで水平ボーリングを実施し、その内1本を電流入力に、他の2本を電位測定に用い、その結果より求めた電気比抵抗値に基づき地山構造の3次元推定を行う。なお、文献(2)では、比抵抗分布の推定の際に拡張 Kalman フィルタ⁽⁴⁾を用いた。

当該推定法は、地山剛性等の推定⁽⁵⁾への適用例も報告されているが、本来線形逆問題を対象とした Kalman フィルタを非線形問題に拡張したものであり、未知量の修正過程は必ずしも非線形問題に適した効率的なものとはなっていない。そのため、文献(2)に示した解析例では、未知量の収束が緩慢で、問題によっては不安定なものとなっていた。

本論文では、当該法における上述の問題点の改善を目的として、Bayes の定理⁽⁶⁾に基づいた推定法を構成する。具体的には、観測データに基づく未知量の事後確率分布の指数部より目的関数を設定し、未知量推定を目的関数の最小化問題として定式化する。その下で、最小解の探索に勾配法に基づいた非線形推定法を適用することにより、計算負荷が比較的軽微で、さらに安定且つ速やかな収束性を確保し得る手法を構築する。なお、収束過程において、測定データのノイズや未知量の事前確率分布に関する分散や共分散逆行列などの超パラメータについても推定可能な手法⁽⁶⁾を適用する。これにより、観測データ数より未知数が多い場合に正則化項の役割を果たす事前情報に関する共分散行列についても、その最適値を客観的に決定することが可能となる。

以下では、まず本探査法の概略とそれに対応する数理モデルについて述べる。次に、未知量である電気伝導率(比抵抗

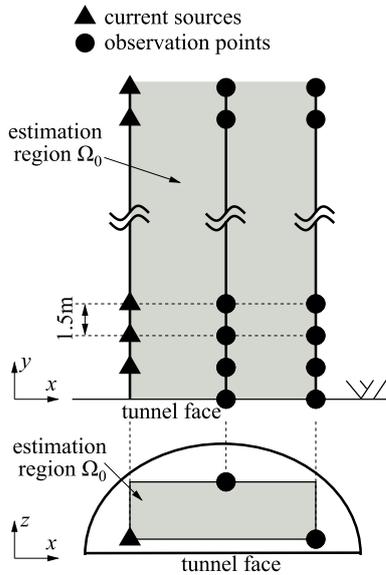


Fig. 1 Outline of 3-D resistivity tomography

逆数)の推定法に関する定式化を示す。最後に、幾つかの解析例を通して本推定法や、それに基づく探査法の妥当性について検討する。

2. トンネル切羽前方探査解析

2.1. 電気探査法の概要

トンネル切羽前方域に、Fig.1 に示す様に3本のボーリング孔を設ける。なお、Fig.1において、部分領域 Ω_0 は未知量である電気伝導率の推定領域である。

電位測定を以下の手順により実施する。

- 1) 電位測定に用いる切羽面中央上部および右下部ボーリング孔を削孔する。
- 2) 上記2つのボーリング孔内に固定電極を等間隔(1.5m)に設置する。
- 3) 左下部に電流入力用のボーリング孔を1ロッド分(1.5m)打撃削孔する。
- 4) 移動電極を左下部ボーリング孔に挿入し、先端地山に接地させて電流を入力する。
- 5) 中央上部および右下部ボーリング孔内の各固定電極における電位を測定する。
- 6) 移動電極を回収する。
- 7) 3)~6)を繰り返す。

2.2. 電気探査法の順解析過程

2.1. に述べた電気探査を対象とした有限要素順解析過程において、トンネル切羽前方の三次元場をFig.2に示す有限領域 Ω で離散化する。 Ω 内の電位場は次の支配方程式で与えられる。

$$\text{div}(k \text{ grad } u) = -Q\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

ここで、 u は電位、 k は電気伝導率、 \mathbf{x}_0 は電流入力点、 Q は入力電流、 δ はデルタ関数である。

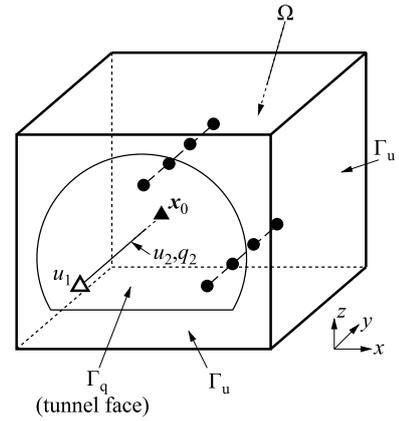


Fig. 2 Numerical model of present problem

本研究における境界条件は、次式により与えられる。

$$\begin{aligned} q &:= \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \quad \text{on } \Gamma_q \\ u &= \frac{\rho Q}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|}, \quad \text{on } \Gamma_u \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 Γ_q はトンネル切羽面に対応する部分境界であり、当該境界面内に位置している有限要素節点においては法線 n 方向流束 q をゼロに規定する。 Γ_u はそれ以外の境界であり、そこに属する節点では電位を規定する。なお、 Ω 内の電位場が無限領域のそれを近似し得る様に、 Γ_u 上の節点では \mathbf{x}_0 に電流 Q を入力した場合の電位を式(2)第2式により設定する(2)。式(2)の ρ は、領域全体を一様場と見なして得られる見かけの比抵抗値である。また、電流入力用ボーリング孔は、入力点 \mathbf{x}_0 手前まで中空の金属ロッドで保護されているため、そこに位置する節点電位 u_2 は、切羽面上のロッド端電位 u_1 と等しい値をとる様に拘束する。

式(1), (2), および上述の設定条件に対応する有限要素方程式を次式で与える。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{b1} & \mathbf{K}_{b2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{1a} & \mathbf{K}_{1b} & K_{11} & K_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{2a} & \mathbf{K}_{2b} & \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \\ u_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{q}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_a \\ \bar{\mathbf{q}}_b \\ 0 \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{u}_a = \bar{\mathbf{u}}_a$ は Γ_u 上の規定節点電位、 \mathbf{u}_b は $\mathbf{u}_a, u_1, \mathbf{u}_2$ 以外の節点における電位、 \mathbf{q}_2 はロッド上の節点流束、 $\bar{\mathbf{q}}_b$ は \mathbf{u}_b に対応する流束であり、 \mathbf{x}_0 で Q 、それ以外の節点ではゼロとなる。また、 \mathbf{I} は単位行列、 $\mathbf{1} = \{1 \ 1 \ \dots \ 1\}^T$ である。

3. 電気伝導率の推定法

3.1. 目的関数の設定

上述の電気探査において、電流入力用ボーリングロッドの掘進過程を N ステップ実施する場合について考える。第 α ステップ目における電流入力・電位測定の求解方程式(式(3))を次式で表すものとする。

$$[\mathbf{A}^\alpha] \{\mathbf{v}^\alpha\} = \{\mathbf{b}^\alpha\}, \quad (\alpha = 1, \dots, N) \quad (4)$$

ここで、 $[\mathbf{A}^\alpha]$, $\{\mathbf{v}^\alpha\}$, $\{\mathbf{b}^\alpha\}$ は、それぞれ第 α ステップ目の式 (3) における求解行列、未知ベクトル、および右辺ベクトルである。

切羽面中央上部および右下部ボーリング孔での測定電位を成分とするベクトルを $\{\mathbf{Y}^\alpha\}$ とし、それに対する順解析結果を $\{\mathbf{h}^\alpha\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{v}^\alpha\}$ で与えるものとする。なお、 $[\mathbf{B}]$ は式 (4) の解 $\{\mathbf{v}^\alpha\}$ から測定点における電位に対応する節点成分を抽出する定数行列である。測定ノイズを $\{\epsilon^\alpha\}$ とすると、次の関係が成り立つ。

$$\{\mathbf{Y}^\alpha\} = \{\mathbf{h}^\alpha\} + \{\epsilon^\alpha\} \quad (5)$$

$\{\epsilon^\alpha\}$ の各成分を、互いに独立な期待値ゼロ、標準偏差 σ_ϵ の Gauss ノイズと仮定すると、 $\{\mathbf{h}^\alpha\}$ が与えられた場合の $\{\mathbf{Y}^\alpha\}$ の事後確率分布の指数部に (-1) を乗じた項 $J_{1\alpha}$ は次式で与えられる。

$$J_{1\alpha} = \frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} \|\mathbf{Y}^\alpha - \mathbf{h}^\alpha\|^2 \quad (6)$$

部分領域 Ω_0 における電気伝導率を、有限要素毎に、もしくは幾つかの要素集合毎に設定するものとし、これら未知量を成分として与えられるベクトルを $\{\mathbf{X}\}$ で表す。当該未知量の事前情報が、期待値 $\{\tilde{\mathbf{X}}\}$ および精度行列 (共分散逆行列) $[\Phi]$ の正規分布で与えられているものとする。すると、 $\{\mathbf{X}\}$ の事前確率分布の指数部に (-1) を乗じた項 J_2 は次式で与えられる。

$$J_2 = \frac{1}{2} [\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}]^T [\Phi] [\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}] \quad (7)$$

ベイズの定理⁽⁶⁾により、測定データ $\{\mathbf{Y}^\alpha\}$, $\alpha = 1, \dots, N$ が与えられた場合の、未知ベクトル $\{\mathbf{X}\}$ の事後確率密度関数 $p(\mathbf{X}|\mathbf{Y})$ は次式により評価できる。

$$p(\mathbf{X}|\mathbf{Y}) = \frac{p(\mathbf{Y}|\mathbf{X})p(\mathbf{X})}{p(\mathbf{Y})} \quad (8)$$

$$= \frac{p(\mathbf{X})}{p(\mathbf{Y})} \prod_{\alpha} p(\mathbf{Y}^\alpha|\mathbf{X})$$

ここで、 $p(\mathbf{Y}^\alpha|\mathbf{X})$ は $\{\mathbf{X}\}$ が与えられた場合の $\{\mathbf{Y}^\alpha\}$ の事後分布、 $p(\mathbf{X})$, $p(\mathbf{Y})$ は事前分布である。なお、各ステップの測定ノイズは互いに独立であることから、 $p(\mathbf{Y}|\mathbf{X})$ は $p(\mathbf{Y}^\alpha|\mathbf{X})$ の積で与えられる。

式 (8) で、測定後における $p(\mathbf{Y})$ は確定量 (定数) となるので、その場合の $p(\mathbf{X}|\mathbf{Y})$ は $p(\mathbf{X})\prod_{\alpha} p(\mathbf{Y}^\alpha|\mathbf{X})$ に比例する。よって、 $\{\mathbf{X}\}$ の最適推定解は、 $p(\mathbf{X})\prod_{\alpha} p(\mathbf{Y}^\alpha|\mathbf{X})$ の指数部を最大ならしめる $\{\mathbf{X}\}$ により与えられる。

上述の Bayes の定理に基づき、未知量の推定問題を、式 (6)~(8) に基づき、次式の目的関数 J の最小化問題として設定する。

$$J = \sum_{\alpha=1}^N J_{1\alpha} + J_2 + \sum_{\alpha=1}^N [\lambda^\alpha]^T \{\mathbf{A}^\alpha \mathbf{v}^\alpha - \mathbf{b}^\alpha\} \quad (9)$$

ここで、 $\{\lambda^\alpha\}$ は未定乗数ベクトルである。

3.2. 未知量推定法

式 (9) の目的関数 J は、未知量である電気伝導率の非線形関数で与えられるため、最小解は反復計算により求めること

となる。反復過程における収束性の向上には Newton 法が有効と考えられるが、そのためには目的関数 J の Hessian (2 回微分) を求める必要があり、1 回の修正に要する計算量がむしろ増大するため、本問題への適用に関する限り必ずしも得策とは言えない。また、修正過程で Hessian を近似的に求める準 Newton 法も提案されているが、いずれにしても未知量推定の反復過程で Hessian の近似行列を係数行列とした連立方程式の求解が必要であり、未知数の増加に伴い計算負荷が増大する。そこで本研究では、 J の最小解探索に勾配法を適用する。

式 (4) を考慮すると、式 (9) より $\partial J / \partial X_i$ は次式で与えられる。

$$\frac{\partial J}{\partial X_i} = \Phi_{ij}(X_j - \tilde{X}_j) - \frac{1}{\sigma_\epsilon^2} \sum_{\alpha} (Y_k^\alpha - h_k^\alpha) B_{ki} \frac{\partial v_i^\alpha}{\partial X_i} \quad (10)$$

$$+ \sum_{\alpha} \lambda_k^\alpha \left(\frac{\partial A_{ki}^\alpha}{\partial X_i} v_i^\alpha + A_{ki}^\alpha \frac{\partial v_i^\alpha}{\partial X_i} \right)$$

ここで、行列・ベクトル成分における繰り返し指標は総和規約に従うものとする。なお、 $\partial h_k^\alpha / \partial X_i = B_{ki} \partial v_i^\alpha / \partial X_i$ の関係を用いた。

$\{\lambda^\alpha\}$ に次の随伴方程式を課すものとする。

$$[\mathbf{A}^\alpha]^T \{\lambda^\alpha\} = \frac{1}{\sigma_\epsilon^2} [\mathbf{B}]^T \{\mathbf{Y}^\alpha - \mathbf{h}^\alpha\} \quad (11)$$

すると、式 (10) の $\partial J / \partial X_i$ は次式で与えられる。

$$\frac{\partial J}{\partial X_i} = \Phi_{ij}(X_j - \tilde{X}_j) + \sum_{\alpha} \lambda_k^\alpha \frac{\partial A_{ki}^\alpha}{\partial X_i} v_i^\alpha \quad (12)$$

これにより、感度 $\partial v_i^\alpha / \partial X_j$ を求める必要がなくなり、そのための連立方程式の求解計算が不要となる。

式 (12) で求めた勾配成分より、未知量の修正成分 ΔX_i を次式に基づき与える。

$$\Delta X_i = -\beta \frac{\partial J}{\partial X_i} \quad (13)$$

ここで β の値は、 $|\Delta X_i / X_i|$ が所定の上限値以下となる様に設定する。また、未知量 X_i は電気伝導率であるので、物理的に正值をとらねばならない。修正過程において当該要件を保証するため、 X_i を $\tilde{X}_i e^{\gamma_i}$ と指数表現により与える。すると、 ΔX_i は次式で近似できる。

$$\Delta X_i \approx X_i \Delta \gamma_i \quad (14)$$

ここで、 $\Delta \gamma_i$ は γ_i の修正量である。

式 (13), (14) より次の修正式を得る。

$$X_i + \Delta X_i = X_i \cdot e^{\Delta \gamma_i}, \quad \Delta \gamma_i = -\frac{\beta}{X_i} \frac{\partial J}{\partial X_i} \quad (15)$$

3.3. 超パラメータの設定

超パラメータである $[\Phi]$, および σ_ϵ^2 の最適値を求めるために、 $\{\mathbf{X}\}$ の事後確率分布に関する次の平均データ尤度 Θ ⁽⁶⁾ を導入する。

$$\Theta = - \sum_{\alpha} \left\{ \frac{M}{2} \ln \sigma_\epsilon^2 + \frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} E(\|\mathbf{Y}^\alpha - \mathbf{h}^\alpha\|^2) \right\} \quad (16)$$

$$+ \frac{1}{2} \ln |\Phi| - \frac{1}{2} E([\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}]^T [\Phi] [\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}])$$

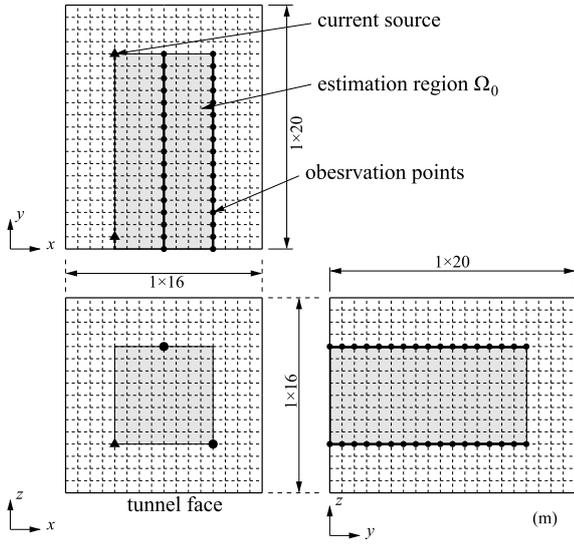


Fig. 3 Analysis conditions

ここで、 M は観測点総数である。 Θ の最大化条件 ($\partial\Theta/\partial\sigma_\epsilon^2 = 0$, $\partial\Theta/\partial\Phi = \mathbf{0}$) より、多少の計算の後、超パラメータの最適値が次式により求められる。

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{1}{MN} \sum_{\alpha} E(\|\mathbf{Y}^\alpha - \mathbf{h}^\alpha\|^2) \approx \frac{1}{MN} \sum_{\alpha} \|\mathbf{Y}^\alpha - \mathbf{h}^\alpha\|^2 \quad (17)$$

$$[\Phi] = [\Gamma] - \frac{1}{1 + [\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}]^T [\Gamma] [\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}]} [\Gamma] \{\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}\} [\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}]^T [\Gamma] \quad (18)$$

ここで、 $[\Gamma]$ は本来 J の Hessian であるが、本手法では計算負荷軽減のため、その近似行列を BFGS 法⁽⁷⁾ (B 公式) により求め代用する。

4. 解析例に基づく検討

4.1. 解析条件

解析対象領域を Fig.3 に示す。 x, y, z 方向の長さがそれぞれ 16, 20, 16 (m) の直方体領域を、各辺 1m の 8 節点 6 面体要素で離散化する。電気伝導率の推定領域 Ω_0 は、図中 $8 \times 16 \times 8$ (m) のグレーの部分領域に設定した。観測点は、トンネル切羽面の中央上部と右下部から y 軸方向に並ぶ各節点 (図中●点) に設けている。電流入力点は切羽面の左下部から y 軸方向に順次 1 節点ずつ移動して設定し、そこに単位電流 ($Q=1(\text{A})$) を入力する。なお、2.1. に述べたとおり、実際の測定ではこれらの間隔を 1.5m に設定しているが、本解析例では 1m とした。また、切羽面 ($y=0$) 全面で流束をゼロとし、それ以外の境界では式 (2) 第 2 式により電位を規定した。

外部領域と推定領域 Ω_0 のほとんどの部分における電気伝導率の正解値を $1.0 (1/\Omega\text{m})$ とし、 Ω_0 の一部分に電気伝導率が $2.0 (1/\Omega\text{m})$ で与えられる部分領域 (介在物) を設定した。なお、介在物領域については、電流入力点および測定ボーリング孔と当該領域との位置関係がそれぞれ異なる、以下の 4 ケースを検討対象とした。

case1 : $\{x:4-12, y:6-10, z:4-12\}$ (m)

case2 : $\{x:6-10, y:4-12, z:4-12\}$ (m)

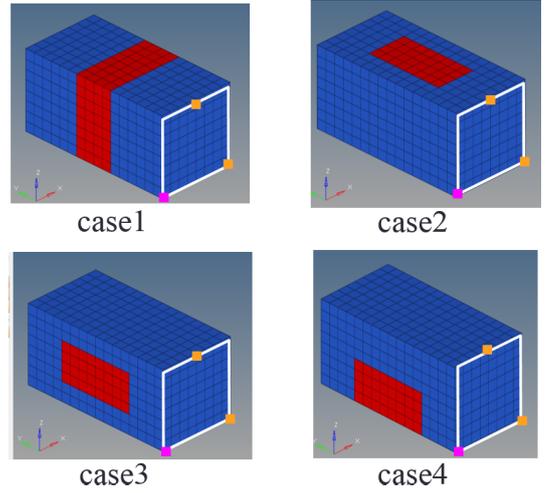


Fig. 4 Location of inclusion in each case

case3 : $\{x:4-12, y:4-12, z:6-10\}$ (m)

case4 : $\{x:4-12, y:4-12, z:4-8\}$ (m)

各ケースの Ω_0 内における介在物位置を Fig.4 に示す。なお、赤い領域が介在物であり、右端面が切羽面となる。切羽面には電流入力ロッド位置と観測ボーリング孔位置を、それぞれピンク色とオレンジ色の点で表示した。

4.2. 電位分布の様子

本解析では、本来無限な領域を Fig.3 の有限領域で打ち切っている。この影響を可能な限り低減するために、境界 Γ_u 上において式 (2) 第 2 式により電位を規定する方法を採った。その下で行った順解析より得られた電位分布の様子を、case1 を例に Fig.5 に示す。図は、 $z=4(\text{m})$ における水平面内の分布を描画したものである。なお、電流入力点が同一平面内の $(x, y)=(4\text{m}, 16\text{m})$ に設定されている場合を図示しており、そのため当該点近傍で電位分布が急変動している様子が確認できる。電位は電流入力点から概ね同心円状に分布しており、境界近傍においても不自然な分布は認められず、ここで採用した電位境界値の設定方法の妥当性が確認できる。ちなみに、 $x=4(\text{m})$ の座標軸に沿って、電位分布が一様に低くなっている。これは、金属ロッド挿入に対応して、当該直線上に位置する節点の電位が一定値となる様な拘束条件を、求解方程式に課していることによるものである。

4.3. 推定計算の反復回数

順解析結果から擬似測定データを作成し、それに基づき推定を行った。なお、擬似測定データには分散 $\sigma_\epsilon^2=1 \times 10^{-8} (\text{V}^2)$ のノイズを付加している。また、未知電気伝導率の初期値は、外部領域のそれと同じ $1.0 (1/\Omega\text{m})$ に設定した。超パラメータの初期値については、測定ノイズの分散 σ_ϵ^2 を 1、未知電気伝導率の共分散逆行列を単位行列に設定した。

まず、各ケースの推定計算の収束の様子を Fig.6 に示す。この図は、式 (17) より求めた分散の推定値 ($\hat{\sigma}_\epsilon^2$) の推移を示したものである。式 (17) に示すように、これは解析結果と測定値との誤差二乗和を定数 MN で割った値であり、この値を推定精度の評価指標として用いた。なお、推定過程にお

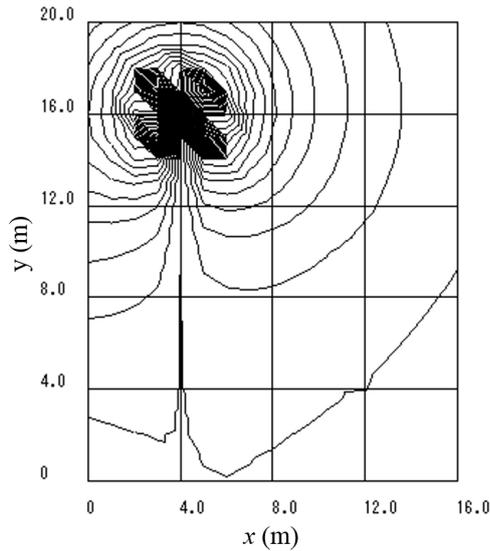


Fig. 5 Distribution of electric potential (case1)

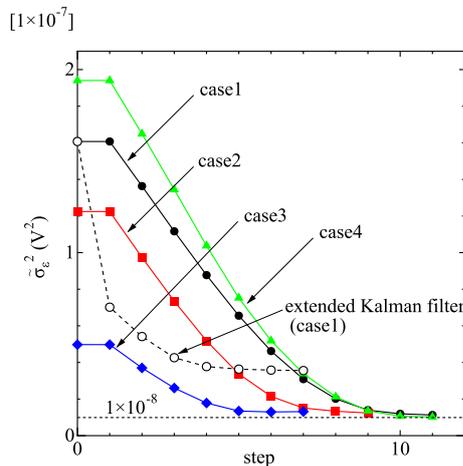


Fig. 6 Convergence of $\hat{\sigma}_\epsilon^2$

ける反復計算の収束判定にも、この値を用いている。いずれのケースにおいても収束は安定且つ速やかであり、10回前後の反復回数で推定計算は終了した。なお、上述のとおり、ノイズの分散を $\sigma_\epsilon^2 = 1 \times 10^{-8} (\text{V}^2)$ と設定したが、その推定値となる $\hat{\sigma}_\epsilon^2$ は正解値付近に収束しており、超パラメータの推定結果の妥当性も確認できる。

4.4. 電気伝導率の推定結果

各ケースにおける電気伝導率の推定結果を Fig.7~Fig.10 に示す。なお、case3 以外は電気伝導率が $1.5(1/\Omega m)$ 以上の領域を示している。一方、case3 では全体に推定値が低目となったため、当該ケースのみ $1.3(1/\Omega m)$ 以上の領域を図示した。図中の太枠は、正解における介在物の分布域境界である。

case1(Fig.7)における (x, z) 面内の分布では、2つの測定用ボーリング孔位置と、電流入力点とをつなぐ直線に沿って電気伝導率の高い領域が推定されている。 (x, z) 面内にはこれら3点のみが設定されているが、 y 軸方向には1m間隔で密に測定点が置かれており、電流入力点と各測定ボーリング

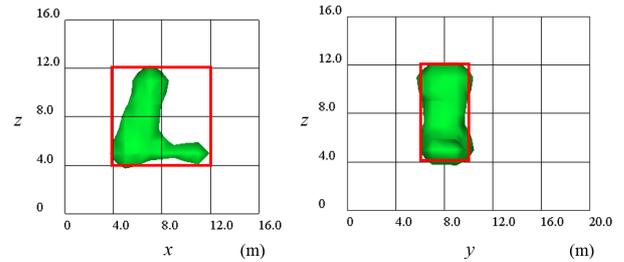


Fig. 7 Estimation of inclusion (case1)

孔内の測定点とで与えられる平面内の詳細な情報を得ることができる。そのため、これら2つの平面内での電気探査を統合した様な推定結果が得られたものと考えられる。一方、 y 軸方向については、上述のように測定点が密に設定されているため、介在物の分布範囲が適切に推定できている。

case2(Fig.8)では、 (x, z) 面内において、電流入力点と2つの観測点とをつなぐ直線上の一部にしか介在物が分布していない。そのため、当該面内における推定値は正解とは幾分異なり、左下部の電流入力点と中央上部の測定点とをつなぐ直線側に分布がずれた結果となっている。ただし、 y 軸方向に関しては、case1と同様に、介在物の分布範囲が概ね適切に推定されている。

case3(Fig.9)の結果は、今回検討した4ケースの中で最も低い推定精度となった。当該ケースの場合、 (x, z) 面内において、電流入力点と右下部測定点とをつなぐ直線上に介在物が存在していない。さらに、電流入力点と中央上部の測定点との間にも、介在物の一部分が分布するだけとなっている。そのため、前述の2つの測定平面内の探査からでは、介在物位置を適切に推定し得なかったものと思われる。

case4(Fig.10)では、4ケースの中で、最も良好な3次元推定結果を得ることができた。これは、電流入力点と右下部測定点とで構成される平面に沿って介在物が位置していたためと考えられる。

以上より、 (x, z) 面内に関しては、電流入力点と測定点とをつなぐ直線に沿って特徴的な地山構造(電気伝導率)が分布する場合、適切な推定が可能であることが分かった。一方、ボーリング孔に沿った y 軸方向に関しては、測定点が密に配置されるため、地山構造を概ね適切に推定できることを確認した。

なお、ここでは介在物の電気伝導率が周囲に比べ高い場合の結果を示したが、逆に低い場合においても同傾向の推定結果が得られた。

4.5. 拡張 Kalman フィルタとの比較

case 1 を例に、文献(2)で用いた拡張 Kalman フィルタとの比較を行った。なお、当該法にも 3.2. に述べた未知量修正法を適用した。 $\hat{\sigma}_\epsilon^2$ の収束の様子を Fig.6 に、電気伝導率の推定結果を Fig.11 に示す。本問題に関する限り、 $\hat{\sigma}_\epsilon^2$ の収束自体は拡張 Kalman フィルタの方が速やかとなっているが、最終的な推定精度は本手法の方が良好である。また、Fig.11 の

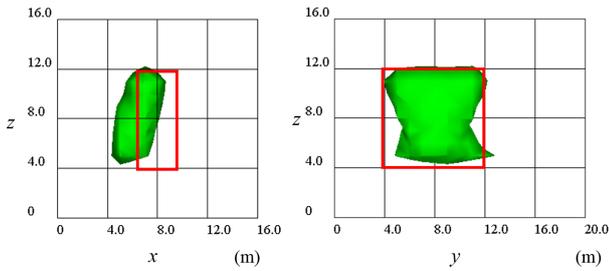


Fig. 8 Estimation of inclusion (case2)

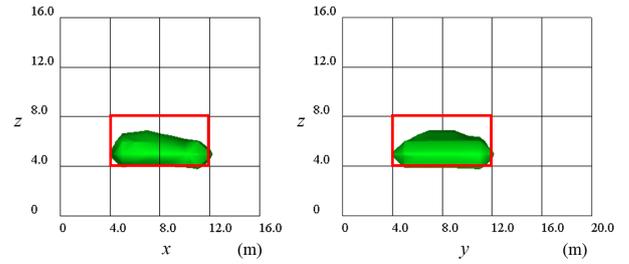


Fig. 10 Estimation of inclusion (case4)

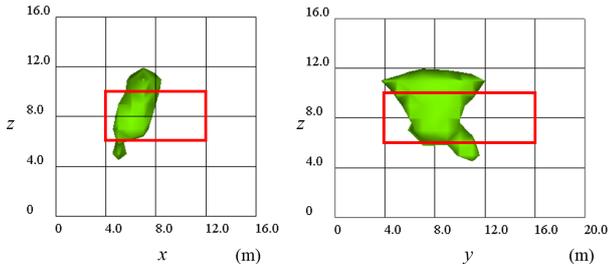


Fig. 9 Estimation of inclusion (case3)

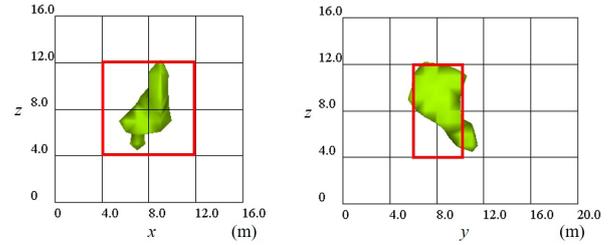


Fig. 11 Estimation of inclusion (case1, Kalman filter)

介在物の推定域も、Fig.7に比べ正解との適合性はやや劣り、本手法の有効性が確認できる。

5. おわりに

トンネル切羽前方の三次元電気探査法において未知量となる電気比抵抗(電気伝導率)に対する推定手法を構築した。未知量推定過程の安定化と計算の効率化を図るために、勾配法に基づく推定法を採用した。その際に、Bayesの定理に基づき、測定データ取得を前提とした事後確率分布より目的関数を構成した。なお、勾配法で用いる目的関数の感度は、随伴方程式の導入により効率的に求めた。また、事後確率分布から得られる平均データ尤度の最大化条件より、測定データノイズの分散と未知な電気伝導率の事前分布の共分散逆行列から成る超パラメータの最適化を行った。

幾つかの解析例に本手法を適用した結果、何れのケースにおいても10回程度の修正計算で最小値に至っており、収束過程の安定性を確認することができた。また、一連の電流入力点と2本のボーリング孔に設けた測定点群とから、切羽前方域における電気伝導率の3次元的な推定を試みたが、電流入力点と測定ボーリング孔とで構成される平面近傍の地質構造について、特に良好な推定結果を得ることができた。このことから、ボーリング孔追加によって、より複雑な分布域の推定精度改善が期待されるが、コスト低減の観点からは、必ずしも得策とは言えない。さらに、文献(2)で構成した拡張Kalmanフィルタによる方法との比較を行った。case1を対象とする限り、当該法がより速やかな収束性を示したものの、前方探査で最も重要となる地山分布の推定については本手法の方がより良好な結果を与えることを確認した。

参考文献

- (1) 保坂雅夫, 小池 豊: 地質調査ボーリング—その歴史と最近の技術の動向—, 地盤工学会, **41**(1993), No.9, pp.13-18.
- (2) 佐々木 丈, 阿部和久, 椎谷成孝, 今村大介, 紅露一寛: 比抵抗トモグラフィによるトンネル切羽前方の三次元地山構造推定, 計算数理工学論文集, **17**(2017), pp.71-76.
- (3) (財)物理探査学会編: 物理探査適用のてびき, (財)物理探査学会, (2008).
- (4) 樋口知之: データ同化入門, (2011), 朝倉書店.
- (5) Nguyen, L.T., Datcheva, M., Nestorovic, T.: Identification of a fault zone ahead of the tunnel excavation face using the extended Kalman filter, Mech. Research Comm., **53**(2013), pp.47-52.
- (6) 関原謙介: ベイズ信号処理, 共立出版, (2015).
- (7) Bonnans, J.F., et al.: Numerical Optimization (2nd Ed.), Capt.4 and 5, (2006), Springer.