計算数理工学論文集 Vol. 19 (2019 年 12 月), 論文 No. 21-191201 JASCOME

有限要素法を用いた屈曲CFRP中の欠陥に対する3次元順解析および時間反転解析

3-D FORWARD AND TIME-REVERSAL ANALYSIS FOR DEFECT IN BENT CFRP USING FINITE ELEMENT METHOD

前原　佑 1), 竹田 晴彦 2), 斎藤　隆泰 3)

Yu MAEHARA, Haruhiko TAKEDA and Takahiro SAITOH

1) 群馬大学大学院理工学府　修士課程　(〒 376-8515　群馬県桐生市天神町 1-5-1,　E-mail:t14303088@gunma-u.ac.jp)
2) 群馬大学理工学部環境創生理工学科　(〒 376-8515　群馬県桐生市天神町 1-5-1,　E-mail:t160c056@gunma-u.ac.jp)
3) 群馬大学大学院理工学府　准教授　(〒 376-8515　群馬県桐生市天神町 1-5-1,　E-mail:t-saitoh@gunma-u.ac.jp)

This paper is concerned with the reconstruction of a defect in bent carbon fiber reinforced plastic (CFRP). To detect a defect in a bent CFRP, the time-reversal method first proposed by Fink is considered. The 3-D finite element method (FEM) is utilized to obtain scattered ultrasound wave data from a defect in the curved area of bent CFRP. The scattered ultrasound waves obtained by the 3-D FEM are time-reversed and sent back to the defect to identify the defect position using the time-reversal analysis. The cross-spectrum is used to evaluate the convergence area of time-reversed waves from an array transducer. Numerical results show that the time-reversal method has the possibility to be a defect detection method for a bent CFRP.

Key Words: Bent CFRP, Time-reversal analysis, Anisotropic elastodynamics, FEM.

1. はじめに

本論文では, 2 次元問題を扱った前論文 (1) を 3 次元問題へと拡張し, 引き続き屈曲した炭素繊維強化プラスチック (CFRP: Carbon Fiber Reinforced Plastic) 中の欠陥検出方法について検討する. CFRP は軽量で高強度, 耐腐食性の性質を示すものの, 異方性の性質を示し, 力学特性が複雑である. 近年, CFRP は航空宇宙, 自動車, 土木分野において需要が拡大しており, 今後, 単なる薄板としての利用のみならず, 複雑形状に加工した上での利用が進むと思われる. しかしながら, 例えば複雑加工の一例である屈曲 CFRP は, 外部圧力状態や複雑形状が原因で, 炭素繊維積層シートの層間が完全に接着せず, 層間剥離が生じる可能性が指摘されている. そのような屈曲 CFRP 中の層間剥離に, 従来の超音波非破壊検査を適用する場合, 異方性が原因で, 欠陥からの散乱波は極めて複雑となり, 検査精度の低下を招く危険性がある. このような背景から, 屈曲 CFRP 中を伝搬する超音波のシミュレーションがいくつか行なわれている. 例えば, Xu(2) らは差分法を用いて屈曲 CFRP 中の二次元超音波伝搬シミュレーションを行なっている. 一方, Ashizawa ら (3) は, 差分法を用いて円筒 CFRP に対する二次元超音波伝搬シミュレーションを行ない, 結果をレーザー超音波可視化試験結果と比較している. しかしながら, 層間剥離を検出する逆解析は行なわれていない. Spies ら (4), 斎藤ら (5) は, 異方性材料中の欠陥形状再構成手法を開発しているが, 屈曲 CFRP のように異方性の度合いが連続的に変化する領域内の欠陥形状再構成は難しい. このような背景を踏まえ, 著者らは, 時間反転法 (6) に着目し, 2 次元問題を対象に屈曲 CFRP 中の層間剥離の再構成に関する研究を行ってきた (1). しかしながら, CFRP は積層の仕方や着目断面によって異方性の性質が大きく異なるため, 3 次元問題として扱うことが望ましい.

そこで, 本論文では, 前論文 (1) を 3 次元問題に拡張する. 時間反転法を超音波非破壊評価における欠陥形状再構成に応用する場合, 広義な意味ではデータ同化 (7) であり, 実際の計測で得られた受信波形を時間反転させ, 数値シミュレーション上で再入射させることで, 検査を補助する役割を担うことになる. その際, 解析対象の形状を忠実にモデル化することが重要となり, 例えばイメージベースモデリング (8) が役に立つ. そのため, 本論文では, 前論文と同様, イメージベースモデリングと親和性の高い有限要素法 (FEM: Finite Element Method) を数値解析手法に選定する. 以下では, 屈曲 CFRP や解析モデル, 異方性弾性波動論について説明した後, 屈曲部分のモデル化, 時間反転法とクロススペクトルによる欠陥検出について説明する. その後, 時間反転解析に必要となる 3 次元順解析

2019 年 10 月 15 日受付，2019 年 10 月 29 日受理

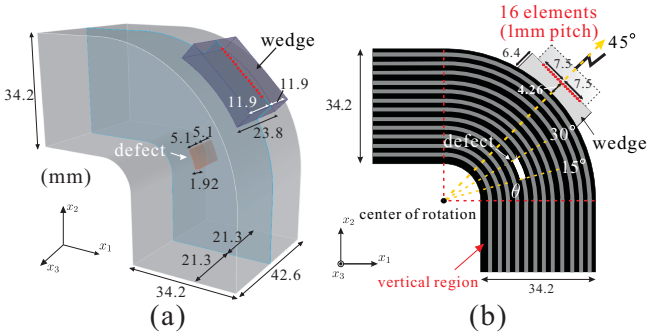


Fig.1　Analysis model for bent CFRP (a) 3-D perspective view and (b) $x_1 - x_2$ sectional view.

と, その結果に基づき行う時間反転解析結果を示すことで, 本手法の有効性等や, 今後の課題について述べる.

2. 屈曲 CFRP と解析モデル

まず, 屈曲 CFRP と解析モデルについて説明する. 対象とする材料は, 繊維の配向方向が一方向であり, 繊維方向に強い異方性を示す CFRP である. この特徴を示す一方向 CFRP を Fig.1 で示すように屈曲させたものを本研究で扱う. x_3 方向に相応の厚さを有するため, 厚さの影響は無視できない. Fig.1(a) に解析モデルの 3 次元透視図を, Fig.1 (b) に $x_1 - x_2$ 面における断面図を示す. なお, Fig.1 (b) の灰色曲線はエポキシ樹脂を, 黒色曲線は炭素繊維の配向方向を模擬している. 対象とする層間剥離 (欠陥) は, 厚さを考慮せずに解析を行うことが数理的にも望ましいが, 本研究では, FEM を用いることや実務への応用を優先し, 層間剥離を厚さ 1.92mm, 奥行 10.2mm のスリットに見立てた. ウェッジは, Fig.1 (b) の屈曲部分の回転の中心 (center of rotation) より, 45° 線上を中心とし, ウェッジ角 45° で幅・奥行 23.8mm のものを, 屈曲 CFRP に取り付けた. 超音波の送受信は, リニアアレイ探触子の利用を想定する. リニアアレイ探触子は, 受信点間隔 1mm の 16 点のアレイ素子から成り, ウェッジの中心に設置した. 素子からの超音波は簡単のため, 点波源でモデル化する. 解析モデルは, $x_1 - x_2$ 面で対称とする. なお, 本解析では, 屈曲 CFRP 中の繊維径は超音波の波長に比べて十分小さいとし, 解析では, 屈曲部で異方性の度合いが変化する弾性波動問題としてモデル化する.

3. 異方性弾性波動の基礎式

異方性弾性波動論の基礎式および, 群速度曲線について簡単にまとめておく. 詳細は, 文献 [9] 等を参考にされたい.

3.1. 基礎式

以下では, 特に断りのない限り, 右下添字は総和規約に従うとする. 弾性波変位 $u_i(\boldsymbol{x}, t)$ は位置 $\boldsymbol{x}$, 時刻 t において, 物体力を無視すると, それぞれ次の運動方程式と構成方程式を満足する.

$$\sigma_{ij,j}(\boldsymbol{x}, t) = \rho \ddot{u}_i(\boldsymbol{x}, t) \qquad \text{(運動方程式)} \tag{1}$$

$$\sigma_{ij}(\boldsymbol{x}, t) = C_{ijkl} u_{k,l}(\boldsymbol{x}, t) \quad \text{(構成方程式)} \tag{2}$$

ここで, $\sigma_{ij}(\boldsymbol{x}, t)$ は応力, ρ は異方性材料の密度, $[\,]_{,i}$ は空間微分 $\partial/\partial x_i$ を, $\dot{[\,]}$ は時間に関する微分を表す. また, C_{ijkl} は弾性定数を表す. ただし, 弾性定数 C_{ijkl} は, 異方性弾性波動問題の場合は Voigt 標記された弾性定数 $C_{\alpha\beta}(\alpha, \beta = 1, \ldots, 6)$ を用いると便利であるため, 本論文でもそのように扱う.

3.2. 群速度曲線

前論文同様, 異方性弾性体中の弾性波動伝搬挙動を確認するために便利な, 群速度曲線を予め求めておく [1]. Fig.2 (a)(横列) に本研究で扱う屈曲 CFRP の元となる一方向 CFRP の群速度曲線を, 比較のため Fig.2 (b)(横列) に等方性材料に対する群速度曲線をそれぞれ示す. Fig.2 は, いずれも各平面における群速度曲線を示していること, x_2 方向を繊維方向 (鉛直方向) としていることに注意されたい. なお, 一方向 CFRP に対する弾性定数は次式のように与えた.

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 16.3 & 3.72 & 4.96 & 0 & 0 & 0 \\ & 155.4 & 3.72 & 0 & 0 & 0 \\ & & 16.3 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 7.48 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & 3.37 & 0 \\ & & & & & 7.48 \end{bmatrix} \text{[GPa]} \tag{3}$$

本論文では, 3 次元問題を対象とするため, 式 (3) の全成分を解析に用いる. 等方性材料に対する弾性定数は, C_{11}=282.7, C_{12}=121.2(単位は GPa) とした. 一方向 CFRP, 等方性材料それぞれの密度 ρ は ρ=1600, 7850(kg/m^3) で与えた. Fig.2 (a) より, 一方向 CFRP では, 異なる 3 種類の波動が存在することがわかる. これらは, qP 波と呼ばれる擬似縦波, qS1 波, qS2 波と呼ばれる 2 つの擬似横波として区別される. 一方向 CFRP の $x_1 - x_2$ 面, $x_3 - x_2$ 面では, qP 波は繊維の配向方向に速く伝搬することが確認できる. また, qS1 波は波面がクロスした複雑な形となる. 一方で Fig.2 (b) より, 等方性材料中では, 縦波である P 波と横波である S 波の 2 種類の波動が存在し, それらは同心円状に伝搬することが確認できる. さらに, 適当な奥行き断面は Fig.2(a) で示すように, 擬似等方性の性質を示すが, Fig.2(b) の等方性の場合と比べてもわかるように, 波動伝搬挙動は異なることに注意する.

4. 異方性弾性波動問題に対する有限要素法の定式化

次に, 本研究で用いる 3 次元異方性弾性波動問題に対する有限要素法の定式化を簡単にまとめておく.

4.1. 有限要素法の定式化

式 (1) の運動方程式に式 (2) の構成方程式を代入し, アイソパラメトリック六面体一次要素を用いて, 解析領域の空間離散化を行う. 形状関数 $N_\alpha(\alpha = 1, ..., 8)$ を重み関数として乗じた後, 要素 e の領域 v_e で積分し, Gauss-Green の定理を用いて式を整理すると, 最終的に次の有限要素方程式を得る.

$$\sum_{e=1}^{m} \sum_{\beta=1}^{8} \Big[\int_{v^e} C_{ijkl} N_{\alpha,j} N_{\beta,k} dv u^e_{l\beta} + \int_{v^e} \rho N_\alpha N_\beta dv \ddot{u}^e_{i\beta} - \int_{S^e} N_\alpha N_\beta dst^e_{i\beta} \Big] = 0 \tag{4}$$

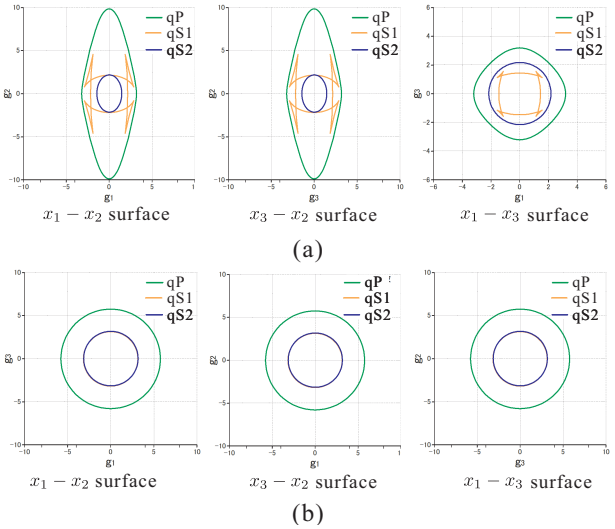


Fig. 2　Group velocity curves of (a) unidirectional CFRP and (b) isotropic material.

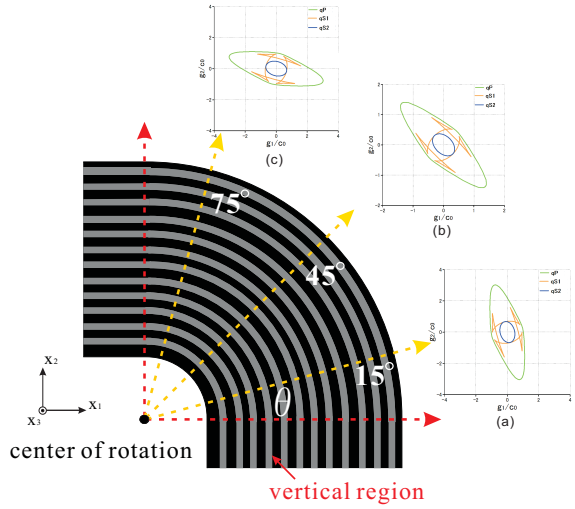


Fig.3　Enlarged view of bent CFRP curved area and group velocity curves for (a) $\theta = 15^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, and (c) $\theta = 75^\circ$.

ただし, m は全有限要素数, S_e は有限要素 e の境界, t_i は表面力を表す. ここで, 式 (4) をマトリクス表示すると

$$[K]\{u_i\} + [M]\{\ddot{u}_i\} - \{T_i\} = 0 \tag{5}$$

となる. $[K]$ は全体剛性マトリクス, $[M]$ は全体質量マトリクス, $\{u_i\}$ は節点変位ベクトル, $\{T_i\}$ は表面力ベクトルを表す. ここで, 式 (5) 左辺第 2 項における $\{\ddot{u}_i\}$ を中心差分で近似し, 式 (5) を陽解法で解く. $[M]$ に質量集中化を施し, $[M]$ を対角行列と仮定すると, 第 $n+1$ ステップにおいて, 式 (5) は以下のように表せる.

$$\{u_i\}_{n+1} = -\left[(\Delta t^2)[M]^{-1}[K] + 2[E]\right]\{u_i\}_n - \{u_i\}_{n-1} \tag{6}$$

ただし, $[E]$ は単位行列である. 7.1, 7.2 節で示す初期値, 境界値の下, 式 (6) を, 逐次的に解くことで, 順解析, 時間反転解析それぞれの第 n ステップにおける変位 $\{u_i\}_n$ を求めることができる. なお, 本論文では, 2 次元問題を扱った前論文 [1] のように CFRP 両端の吸収境界条件を適用していない. 7 節で行う 3 次元ボクセル有限要素解析における要素数が膨大であるのみならず, 吸収境界の付加はさらに要素数の大幅な増加を招くためであり, 計算負荷を考え, このような方策を取った.

5. 一方向 CFRP 屈曲部分のモデル化

本節では, 屈曲 CFRP のモデル化に必要な, 弾性定数の決定方法について説明しておく. CFRP の異方性は, 繊維の配向に依存する. そのため, 屈曲に応じて異方性の度合いが変化することとなる. ここでは前論文 [1] 同様, 繊維方向に応じて弾性定数を与える方策を取る. なお, 文献 [3] では, 円筒 CFRP に対して, 同様の方策を取っており, レーザー超音波可視化試験結果と比較することで, 異方性の影響を考察している.

屈曲部分の繊維方向は, Fig.3 に示すように与える. 異方性の方向の回転には, 下記の座標変換式を用いる [10].

$$C' = KCK^T \tag{7}$$

ここで, K は座標変換マトリクス, C' は座標変換後の弾性定数, C は座標変換前の弾性定数である. K^T は, K の転置である. 本解析では, 弾性定数は x_3 方向に一定であると仮定し, 角度 θ は Fig.3 に示す通り, 水平方向を基準に取る. 屈曲 CFRP 中の鉛直領域における弾性定数は式 (3) を用い, 式 (7) に θ=0,...,90° を代入することで角度に対応する弾性定数を求める. 求めた弾性定数を, 対応した各有限要素に振り分けることで屈曲部分の音響異方性の性質を適切に評価する. 式 (7) を用いて, Fig.3 における 15°, 45°, 75° 方向の群速度曲線を求めた例を, それぞれ Fig.3 中の (a)-(c) に示す. Fig.3 (a)-(c) より, 屈曲 CFRP の屈曲部分における波動は, 屈曲に伴い, 繊維方向に沿って速く伝搬することがわかる. ただし, 適当な奥行き断面では, Fig.2(a) の $x_1 - x_3$ 平面の群速度曲線が示すように, 特定の方向に極端に異なる速度で波動が伝搬することはない.

6. 時間反転法と欠陥検出

本節では, 時間反転法と, 時間反転法を利用した欠陥検出の原理について簡単に説明しておく. 詳細については, 例えば文献 [6][11] 等を参照されたい. 時間反転法は, 波動伝搬の相反性・可逆性を利用した方法である. そのコンセプトは, 欠陥からの散乱波を複数の受信点で時間反転させ, 対象領域に再入射させれば, 波動は散乱源に収束するというものである. 今, 欠陥の表面 S の位置を $\boldsymbol{y}$ とする. Fig.4 (a) に示すように, 入射波 u_i^{in} が欠陥で散乱され, 散乱波が M 個のアレイ素子上の各点 $\boldsymbol{z}^m$ で計測されたとすると, 素子 $\boldsymbol{z}^m$ で計測される散乱波 u_i^{sc} は

$$u_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{z}^m, t) = \int_S W_{ij}(\boldsymbol{z}^m, \boldsymbol{y}, t) * u_j^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{y}, t) dS_y \tag{8}$$

で表される. ただし, W_{ij} は対象とする弾性波動場の二重層ポテンシャル, $*$ は畳込み積分である. なお, ここでは, ボルン近似 [12] を用いて欠陥表面 S 上の散乱波 u_i^{sc} を入射波で近似している. 一方, 時間領域に対応する周波数領域の物理量を $\tilde{[\,]}$

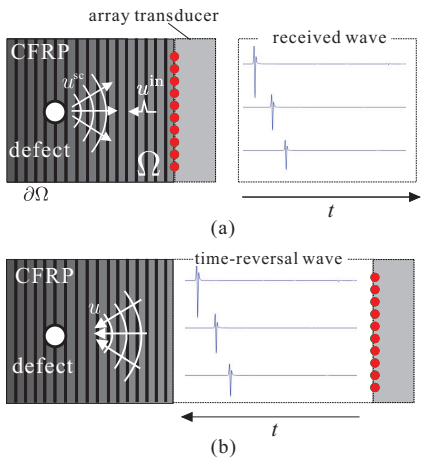


Fig. 4　Conceptual scheme of time-reversal method (a)scattered wave forms received by elements of a linear array transducer and (b)time-reversed waves to a defect.

で表し, 角周波数を ω とすると, 式 (8) は, 周波数領域において, 次式で表される.

$$\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{z}^m,\omega)=\int_S \tilde{W}_{ij}(\boldsymbol{z}^m,\boldsymbol{y},\omega)\tilde{u}_j^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{y},\omega)dS_y \tag{9}$$

次に, Fig.4 (b) に示すように, 超音波の計測時間を T とし, アレイ素子上の各点 $\boldsymbol{z}^m$ で受信した散乱波を時間反転させた $u_j^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{z}^m,T-t)$ を, 時刻 $t=0$ において対象領域に再入射させれば, 最終的に, 周波数領域における観測点 $\boldsymbol{x}$ について, 次の式を得る.

$$\mathcal{F}\{u_i^{\mathrm{tr}}(\boldsymbol{x},t)\}(\omega)=\sum_{m=1}^{M}\int_S \tilde{W}_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}^m,\omega)\tilde{W}_{jk}^*(\boldsymbol{z}^m,\boldsymbol{y},\omega)$$
$$\times\,\mathcal{F}\{u_k^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{y},T-t)\}(\omega)dS_y \tag{10}$$

ただし $[\,]^*$ は複素共役, u_i^{tr} は時間反転波の変位, $\mathcal{F}$ はフーリエ変換を表す. ここで, 入射波である u_i^{in} と時間反転波 u_i^{tr} でクロススペクトル $I_i(\boldsymbol{x})$ を次のように定義する.

$$I_i(\boldsymbol{x})=\int \mathcal{F}\{u_i^{\mathrm{tr}}(\boldsymbol{x},t)\}(\omega)\mathcal{F}\{u_i^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x},T-t)\}^*(\omega)d\omega \tag{11}$$

さて, 式 (10) の両辺に $\mathcal{F}\{u_i^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x},T-t)\}^*(\omega)$ を作用させると, 右辺は時間反転波が欠陥近傍 $\boldsymbol{x}\simeq\boldsymbol{y}$ に近づいた時に大きくなることが予想される. この時の左辺の逆フーリエ変換は, 相互相関 [13] の表現, すなわち左辺はクロススペクトルの表現となる. よって式 (11) におけるクロススペクトルの $|I|$ から欠陥位置を特定できることを示している. ただし, 入射波 u_i^{in} とは, 後の 7.1 節で示す順解析と同条件の下, 欠陥が存在しない領域で弾性波動問題を解いた解である. 一方, 時間反転波 u_i^{tr} は 7.2 節の時間反転解析で弾性波動問題を解いた解であることに注意する.

7. 数値解析例

以下, 数値解析例を示す. まず, 計測実験の代わりに, 4, 5 節で説明した FEM や屈曲部分のモデリングを元に欠陥からの散乱波 u_i^{sc} を求める (順解析). その後, 時間反転解析を行い,

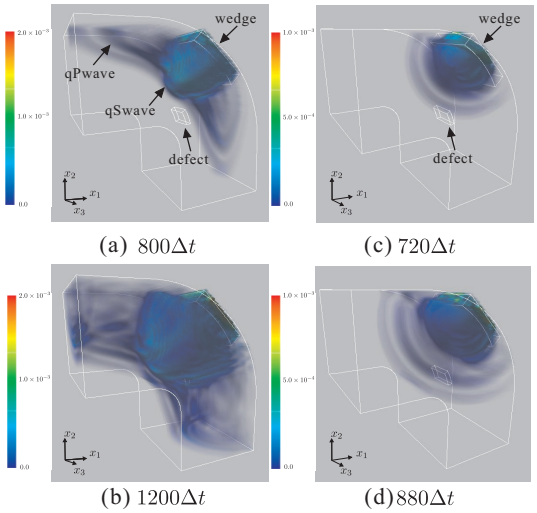


Fig. 5　Forward analysis results for (a)-(b) CFRP and (c)-(d) isotropic material.

Fig.1 における屈曲 CFRP 中の欠陥検出を試みる. なお, 比較のため, 同条件下における等方性材料中の欠陥推定も実施する. それぞれの解析に用いる弾性定数は 3 節で示したとおりであり, ウェッジ材料は, 一般的に用いられるポリスチレンとし, 弾性定数を C_{11}=6.048, C_{12}=1.388(単位は GPa), 密度を ρ=1050(kg/m^3) で与え, 欠陥部分は, $C_{11}=1.387\times10^{-4}$(単位は GPa), 密度を ρ=1.2(kg/m^3) で与えた.

7.1. 順解析

まず, 欠陥からの散乱波 u_i^{sc} を得るための順解析結果を示す. FEM では, 屈曲 CFRP を有限要素数 m=1723425 のボクセル要素で離散化し, 時間増分 Δt は Δt=10(ns) とした. なお, 順解析で解くべき初期値・境界値問題は次のように与えられる.

$$(C_{ijkl}u_{l,k})_{,j}=\rho\ddot{u}_i,\ \boldsymbol{x}\in\Omega,\ 0<t<T \tag{12}$$

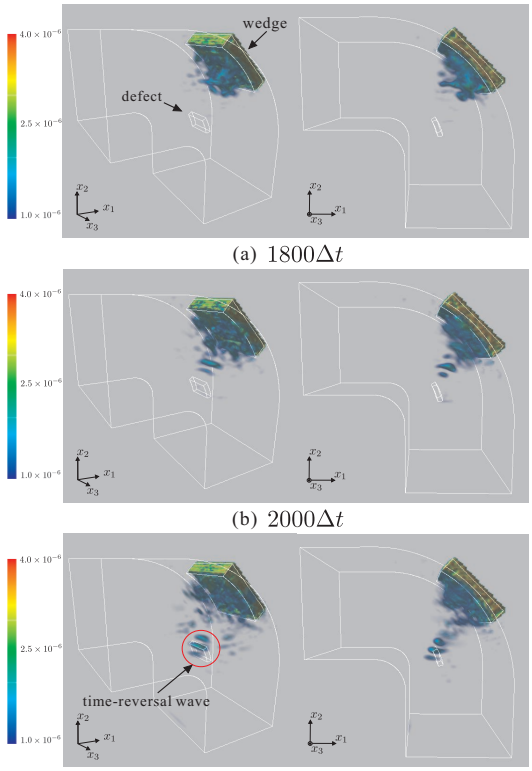
$$u_i(\boldsymbol{x},0)=\dot{u}(\boldsymbol{x},0)=0,\ \boldsymbol{x}\in\Omega \tag{13}$$

$$\sigma_{ij}n_i=0,\ \boldsymbol{x}\setminus\boldsymbol{z}^8\in\partial\Omega,t>0 \tag{14}$$

ここで, Ω はウェッジと CFRP 領域, $\partial\Omega$ はその縁境界を表す. また, アレイ探触子の左端より 8 点目のアレイ素子 $\boldsymbol{z}^8$ には入射源を次の式で与えた.

$$u_i(\boldsymbol{z}^8,t)=p_i\frac{\sqrt{\pi}}{2}\Big(\alpha-0.5\Big)\exp(-\alpha)$$
$$\alpha=\Big[\Big(\frac{\pi(t-t_s)}{t_p}\Big)\Big]^2,p_i=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\ 0<t<T \tag{15}$$

ここで, t_s は時間域波形の最大振幅に対応する時間であり, t_p はフーリエスペクトルがピークを示す時の角振動数 $\omega_p(=2\pi/t_p)$ に対応する時間である. ただし, 中心周波数は CFRP を対象とするため低めに設定し, $f_p=500$kHz としている. また, $t_s=2.0\times10^{-6}$[s] とした. 欠陥からの散乱波をアレイ素子で受信するため, 総時間ステップ数は, CFRP の場合を $n=3200$, 等方性材料の場合を $n=1800$ とした. CFRP と等方性材料に対する順解析結果をそれぞれ Fig.5 (a), (b) および, Fig.5 (c),

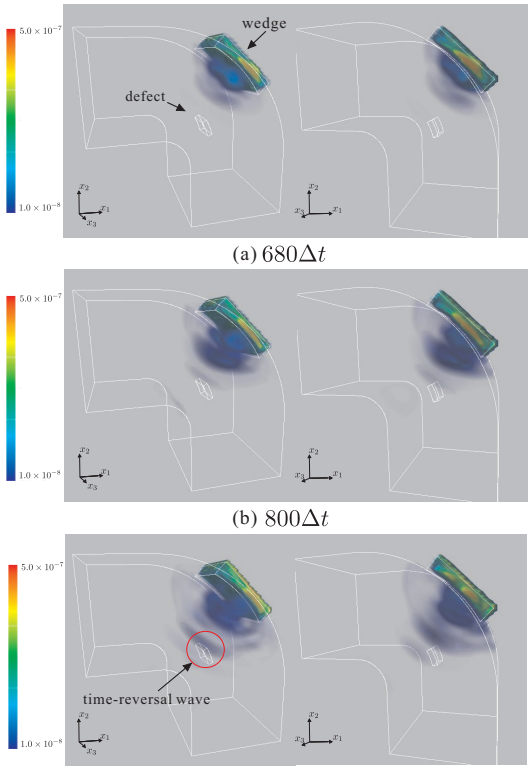


(a) $1800\Delta t$

(b) $2000\Delta t$

(c) $2240\Delta t$

Fig.6　Time-reversal simulation results for CFRP.



(a) $680\Delta t$

(b) $800\Delta t$

(c) $880\Delta t$

Fig.7　Time-reversal simulation results for isotropic material.

(d) に示す. なお, Fig.5 は欠陥周辺の変位の絶対値 $|\boldsymbol{u}|$ を示しており, 欠陥の位置と形状は, 各図の中央付近に白線で示してある. Fig.5 (a), (b) の屈曲部分に注目すると, それぞれ qP 波と qS 波が確認できる. 特に, qP 波は CFRP の繊維方向に沿って速く伝搬し, 異方性の影響を見て取れる. これは, Fig.3 (a)-(c) の群速度曲線と同様の傾向を示している. 一方, Fig.5 (c), (d) の等方性材料の場合は, そのような傾向は見られず, 波動が 3 次元的に等方に伝搬する様子を確認できる. CFRP の場合でも, Fig.2(a) 等で示したように, 適当な奥行き断面では, 波動速度は比較的遅い. よって, CFRP 内部に伝搬する波動が Fig.3 における屈曲部分の回転中心側の側面に到達する前に, qP 波は繊維に沿って, 屈曲の両端へ先に伝搬している様子を確認できる.

7.2. 時間反転解析

次に, 順解析で得られた欠陥からの散乱波 u_i^{sc} を各アレイ素子 $\boldsymbol{z}^m$ で受信し時間反転させた変位波形を, 欠陥が存在しない屈曲 CFRP に再入射する. 時間反転解析での初期値・境界値問題は次の式で与えられる.

$$(C_{ijkl}u_l^{\mathrm{tr}},_k),_j = \rho\ddot{u}_i^{\mathrm{tr}},\ \boldsymbol{x}\in\Omega,\ 0<t<T \tag{16}$$

$$u_i^{\mathrm{tr}}(\boldsymbol{x},0) = \dot{u}^{\mathrm{tr}}(\boldsymbol{x},0) = 0,\ \boldsymbol{x}\in\Omega \tag{17}$$

$$\sigma_{ij}n_i = 0,\ \boldsymbol{x}\setminus\boldsymbol{z}^m\in\partial\Omega, t>0 \tag{18}$$

ここで, T は順解析での計測時間 $(n\Delta t)$ である. また, アレイ素子 $\boldsymbol{z}^m$ の全 16 点には次の変位波形を与えた.

$$u_i(\boldsymbol{z}^m,t) = u_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{z}^m,T-t),\ \ 0<t<T \tag{19}$$

なお, 実際のアレイ探触子では, 通常, 探触子に対して鉛直成分の波形しか得られないが, 本研究では式 (19) で示すように, 時間反転解析に全成分用いている. CFRP と等方性材料に対する時間反転解析結果をそれぞれ Fig.6, Fig.7 に示す. ただし, これらの結果は Fig.5 と同様, 変位の絶対値を示していることに注意されたい. Fig.6, Fig.7 より, 再入射した波動は, ウェッジ内で多重反射を繰り返すため, ウェッジ内および, ウェッジ直下で時間反転波は大きな値を示している. しかしながら, 時間反転波は Fig.6 の CFRP の場合であっても, 散乱源である欠陥に収束していく様子を確認できる. すなわち, 散乱波を受信し, 得られた散乱波を時間反転させた変位波形を再入射させる過程を概ね正しく表現できていると考えられる.

7.3. 欠陥推定結果

最後に,7.1 節の順解析と同条件で, 欠陥がない場合の弾性波動問題を解いた入射波 u_i^{in} と時間反転波 u_i^{tr} よりクロススペクトルを算出し, 欠陥位置の推定を行った結果を Fig.8 (a), (b) に示す. Fig.8 (a), (b) は, それぞれ CFRP, 等方性材料に対する結果であり, いずれも解析モデルの全領域に対して, クロススペクトルを求め, その最大値で規格化した値をプロットしていることに注意されたい. 7.2 節で議論したように, 一部の波動がウェッジ内で多重反射される影響で, ウェッジ内およびその周辺で, クロススペクトルの値が大きくなっていることがわかる. この傾向は, Fig.8(b) における等方性の場合でも同様である. そのため, 欠陥がウェッジ近傍に存在する場合は, いずれの場合にせよ, 欠陥位置を正しく推定できない可能性がある. しかしながら, ウェッジ付近を除けば CFRP, 等方性材料

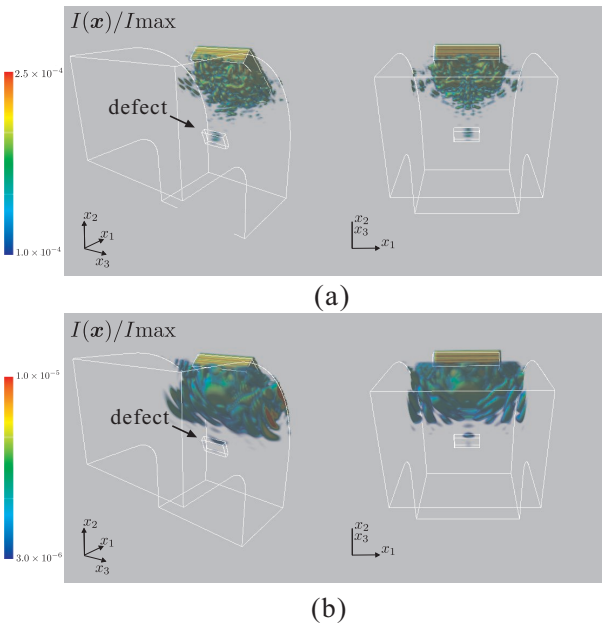


Fig. 8　Distribution of the cross spectrum $I(\boldsymbol{x})/I\max$ (a) CFRP and (b) isotropic material.

いずれの場合においても, 入射波が直接当る側の欠陥表面で, クロススペクトルの値が大きくなっていることがわかる. そして, 解析モデルのおよその対称性より, 欠陥に対して x_3 方向中央付近でクロススペクトルは大きく, ほぼ対称に分布している. Fig.5 より, 順解析において, 波動は欠陥の上端付近に最初に到達し, 散乱されるため, クロススペクトルの値は欠陥の上端表面付近が大きい値を示している. ただし Fig.5(a) の CFRP の場合は, やや下端側でクロススペクトルの値が大きくなっており, 等方性の場合に比べて欠陥位置の推定精度が劣る結果となった. また, Fig.5 で示したように, CFRP は繊維方向に速く伝搬するものの, 奥行き断面内は, 比較的, 波動速度が遅い. そのため, Fig.8(a) の結果では, CFRP の x_1-x_2 面内の側面からの反射の影響があまり現れていない. しかし x_3 方向の厚さが薄い場合は, 側面からの反射波が発生するため, 欠陥検出精度は低下する可能性があると考えられる. CFRP の場合, 異方性の影響を受けて, 入射・散乱波が繊維方向に伝搬するため, Fig.1 で示すように同一の探触子で送受信を行う場合は, 散乱波を取得しづらい傾向にあることも, 欠陥検出精度の低下を招く原因になると考えられる.

8. おわりに

本研究では, 屈曲 CFRP 中の層間剥離に対する 3 次元順解析, 時間反転解析を行い, 欠陥の位置, 形状等を推定することを行った. FEM を用いて屈曲 CFRP 中の欠陥からの散乱波データを取得し, 取得した散乱波形データを時間反転させ, 入力変位として再入射した時間反転解析により, 欠陥位置の推定を行った. 本研究で対象とした CFRP の形状や厚さ等では, 欠陥位置のおよその推定が出来る可能性があることを示した. ただし, 7.2 節で言及したように, 実際のアレイ探触子では, 探触子面に対して鉛直成分の波形しか得ることができない. そのため, 計測波形を用いて, 時間反転解析を行なった場合, 欠陥位置特定精度に影響を及ぼす可能性がある. このような点や, 受信側探触子の最適な設置場所の検討については今後の課題であろう. しかし, 元来 CFRP は, 様々な積層を持つため, 他の形状や厚さが異なる CFRP について 3 次元での検討が必要であることを考慮すれば, 一定の成果が得られたと考えている.

謝辞

本研究を実施するに当り (株)IHI エアロスペースの佐藤明良氏, 今井済氏より CFRP 試験体について多くの示唆を賜りました. また, 本研究の一部は, 平成 30 年度学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点 (課題番号:jh180049), 並びに群馬大学元素機能科学プロジェクトの支援の下, 実施されました.

参考文献

(1) 前原佑, 斎藤隆泰: 時間反転法を用いた L 字型 CFRP 中の欠陥形状再構成, 計算数理工学論文集, **18** (2018), pp.47-52.

(2) N. Xu and Z. Zhou: Numerical simulation and experiment for inspection of corner-shaped components using ultrasonic phased array, *NDT&E Int.*, **63** (2014), pp.28-34.

(3) T. Ashizawa, Y. Mizutani, N. Toyama, A. Todoroki and Y. Suzuki: Numerical analysis and experimental observation of ultrasonic wave propagation in CFRP with curved fibers, *Compos. Struct.*, **194** (2018), pp.316-327.

(4) M. Spies and W. Jager: Synthetic aperture focusing for defect reconstruction in anisotropic media, *Ultrasonics*, **41**(2) (2003), pp.125-131.

(5) 斎藤隆泰, 稲垣祐生, 下田瑞斗: 異方性弾性体中の欠陥に対する 2 次元逆散乱解析, 非破壊検査, **66**(2) (2017), pp.84-89.

(6) M. Fink: Time reversal of ultrasonic fields - PartI: Basic principles, *IEEE. T. Ultrason Ferr*, **39**(5) (1992), pp.555-566.

(7) 中村和幸, 上野玄太, 樋口知之：データ同化 その概念と計算アルゴリスム, 統計計算数理研究所, **53**(2)(2005), pp.211-299.

(8) K. Terada, T. Miura and N. Kikuchi: Digital image-based modeling applied to the homogenization analysis of composite materials, *Comput. Mech.*, Vol.20(4), (1997), pp.331-346.

(9) B. A. Auld: Acoustic fields and waves in solids, vol. 1,2, (1990), R. E. Krieger.

(10) 中曽根祐司編著: 異方性材料の弾性論, コロナ社, (2014).

(11) K. Kimoto, K. Nakahata and T. Saitoh: An elastodynamic computational time-reversal method for shape reconstruction of traction-free scatterers, *Wave Motion*, **72** (2017), pp.23-40.

(12) L. W. Schmerr: Fundamentals of ultrasonic nondestructive evaluation, (1998), Plenum Press.

(13) 日野幹雄編著: スペクトル解析, (2000), 朝倉書店.