

熱を考慮した埋め込み境界–格子ボルツマン法による 二次元攪拌問題の熱流動解析

NUMERICAL SIMULATION OF HEAT-TRANSFER IN A TWO-DIMENSIONAL AGITATED VESSEL BY THE THERMAL IMMERSSED BOUNDARY–LATTICE BOLTZMANN METHOD

黒岩 拓矢¹⁾, 吉野 正人²⁾, 鈴木 康祐³⁾

Takuta KUROIWA, Masato YOSHINO and Kosuke SUZUKI

- 1) 信州大学大学院 総合理工学研究科 工学専攻 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: 18w4029h@shinshu-u.ac.jp)
2) 信州大学学術研究院 工学系 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: masato@shinshu-u.ac.jp)
3) 信州大学学術研究院 工学系 (〒380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: kosuzuki@shinshu-u.ac.jp)

The thermal immersed boundary–lattice Boltzmann method is applied to the numerical simulation of heat transfer in a two-dimensional agitated vessel. An adiabatic thin blade oscillates translationally while periodically changing its pitching angle in a square vessel where the bottom wall is heated and the other walls are adiabatic. We consider the following two cases for the Reynolds numbers $Re = 10$ and 100 : (A) the blade oscillates near the top of the vessel and induces downward flows; (B) the blade oscillates near the bottom of the vessel and induces upward flows. We calculate the time variations of the mean temperature and the mean Nusselt number to compare the efficiencies between the two cases. In addition, we calculate the work done by the blade. As a result, the mean temperature in the case (B) increases more rapidly with less work than that in the case (A) both for $Re = 10$ and 100 . In addition, it is found that for $Re = 100$ the heat can be extensively transferred by the reverse Karman vortices.

Key Words: Lattice Boltzmann method, Immersed boundary method, Heat transfer, Forced convection, Agitation

1. はじめに

熱伝達技術の向上は、熱交換を目的とする装置の性能を高め、その結果としてエネルギー消費量を削減できるため、工学的に重要な課題となっている^(1, 2)。この課題に対し、熱伝達を効率的に行うための有効な手法として攪拌がよく利用される。攪拌とは、棒や板、プロペラなどの攪拌子を操作することで対流を起し、系内での物質移動や熱伝達を促進させるプロセスである。これにより、系内の温度分布の均一化や、発生する熱の系外への発散がスムーズに行われる。

熱の伝達に攪拌が用いられる非常にシンプルな例として、水を入れた鍋の底を加熱し、かき混ぜながら温めるような系を考える。このとき、鍋の底で温められた水を上方へ送るように攪拌する場合と、鍋の上部の温められていない水を下方へ送るように攪拌する場合のどちらの方が効率的かという素朴な疑問が思い浮かぶ。攪拌について、このようにシンプル

な系における研究はあまり行われておらず、攪拌方法の違いによる効率への影響について調査を行うことは学術的に興味深い。また、少ない仕事量で迅速に熱を伝える効果的な攪拌方法を探求することは、熱伝達効率の向上を図るための基礎となり得るため、価値があるといえる。しかし、攪拌によって起こされる対流は複雑な現象であり、熱流動の観測は難しく、目的に応じて攪拌の規模や扱う流体も異なるため、実験的なアプローチは困難である。よって、熱流動を可視化でき、パラメータ操作が容易な数値解析によるアプローチが有効である。

熱流動の数値計算に関する既存の研究では、熱を考慮した埋め込み境界–格子ボルツマン法⁽³⁾（以下、熱 IB-LBM）が近年注目されている。この手法は並列計算に適した格子ボルツマン法^(4, 5)と、デカルト格子上で任意形状の境界を容易に扱える埋め込み境界法⁽⁶⁾を組み合わせた手法であり、アルゴリズムが簡単で、攪拌のような移動境界を伴う熱流動問題に対して有効であると考えられる。最近では Suzuki ら⁽⁷⁾

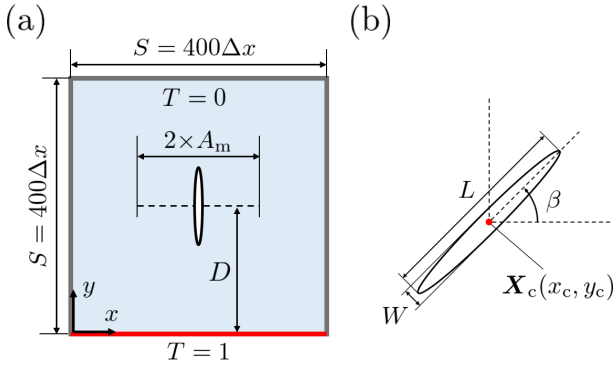


Fig.1 Simulation model for a two-dimensional agitated vessel: (a) computational domain; (b) adiabatic blade.

によって温度の Neumann 境界条件に対する熱 IB-LBM が開発され、この手法を用いることで任意形状の境界に断熱の境界条件を強制できる。攪拌の数値計算を行う上で熱流動を詳細に把握するためには、熱源以外の要素から熱の出入りがないよう、攪拌子の境界条件は断熱であることが好ましい。このような背景から、本研究では、断熱板による二次元攪拌問題の熱流動解析を行い、攪拌方法の違いが温度場や断熱板の仕事量に与える影響について調べることにする。

2. 計算手法

本研究では、Suzuki ら⁽⁷⁾によって提案された熱 IB-LBM を用いた。この手法では、任意形状の境界に等温や断熱などの境界条件を強制しつつ、攪拌のような移動境界を伴う熱流動問題の数値計算を効率良く行うことができる。数値計算手法の詳細については、文献(7)を参照されたい。

3. 二次元攪拌問題の熱流動解析

3.1. 計算条件

Fig. 1 (a) に示すような縦横ともに長さ $S = 400\Delta x$ (Δx : 格子間隔)の二次元正方領域を計算領域とする。計算の初期条件として、流体は静止平衡状態、流体温度は $T = 0$ とする。また、領域の境界条件として、全境界の流れ場に対してすべりなし境界条件を用い、温度場に対して底辺の境界に等温境界条件 ($T = 1$)、その他の境界に断熱の境界条件を用いた。この領域中に長さ $L = 120\Delta x$ 、厚さ $W = 12\Delta x$ の薄板を模した楕円形の境界を一つ配置する。板の表面には埋め込み境界法により、すべりなし条件と断熱条件を強制させた。この板を左右に往復させることで攪拌操作を行う。板の中心座標 $\mathbf{X}_c = (x_c, y_c)$ は以下の式に従い、熱源からのオフセットを表す D の位置において、振幅 A_m 、振動数 f で x 方向に振動する。

$$\begin{cases} x_c = A_m \sin(2\pi ft) + 0.5S, \\ y_c = D. \end{cases} \quad (1)$$

また、板が往復するときの迎角は、Fig. 1 (b) に示すように β で表され、以下の式に従って板の往復と同じ周期で振動する。

$$\beta = \beta_0 + B_m \sin(2\pi ft + \varphi), \quad (2)$$

ここで、 β_0 は基準迎角、 B_m は迎角振幅、 φ は位相差を表し、どの計算においても、 $\beta_0 = 0.5\pi$ 、 $B_m = 0.25\pi$ とする。また、位相差 φ を変化させることで、板の動きを変えることができる。本研究では、熱源から離れたオフセット $D = 0.75S$ において下向きに扇ぐような位相差 $\varphi = 0, 1.5\pi$ を与え、熱源近くのオフセット $D = 0.25S$ において上向きに扇ぐような位相差 $\varphi = 0.5\pi, \pi$ を与え、それぞれ計算を行った。以下では、下向きに扇ぐ攪拌方法を A、上向きに扇ぐ攪拌方法を B とし、各位相差における攪拌をそれぞれ $A(0)$ 、 $A(1.5\pi)$ 、 $B(0.5\pi)$ 、 $B(\pi)$ とよぶことにする。

この系の無次元数は Reynolds 数、Prandtl 数、Keulegan-Carpenter 数であり、それぞれ、 $Re = u_0 L / \nu$ 、 $Pr = \nu / \alpha_T$ 、 $KC = 2\pi A_m / L$ と定義する。ここで、 u_0 は板の最大並進速度、 ν は動粘性係数、 α_T は温度伝導係数であり、 u_0 は板の振幅 A_m と $u_0 = 2\pi Sh A_m f$ の関係がある。ここで、 $Sh = \Delta t / \Delta x$ (Δt : 時間刻み) は Strouhal 数である。本研究では、攪拌方法の他に Reynolds 数による影響も調べるため、 $Re = 10, 100$ の2つの場合について計算を行い、他の無次元数は $Pr = 7$ 、 $KC = 5$ とした。計算パラメータの値は、板の最大並進速度を $u_0 = 0.05$ で一定とし、緩和時間を $Re = 10$ のとき $\tau = 2.30$ 、 $\tau_g = 0.68$ 、また $Re = 100$ のとき $\tau = 0.757$ 、 $\tau_g = 0.526$ とした。ここで、緩和時間は、動粘性係数および温度伝導係数とそれぞれ $\nu = (\tau - 0.5)\Delta x / 3$ 、 $\alpha_T = (\tau_g - 0.5)\Delta x / 3$ の関係がある。また、系の無次元時間は、Reynolds 数とは無関係な量として $t^* = t \alpha_T / L^2$ と定義する。なお、攪拌による純粋な熱伝達効率を調査するため、重力による自然対流は考慮しないものとする。

3.2. $Re = 10$ における攪拌

最初に、 $Re = 10$ における各位相差の計算を行った。Fig. 2 に、いくつかの無次元時間における各位相差の温度場を示す。図中の矢印は流体の速度ベクトルを表している。Fig. 2 より、攪拌操作により板の周囲に流れが生じ、この流れに沿って熱が伝達される様子が確認できる。A における攪拌では、領域上部の冷たい流体を熱源に向かって送り出しており、 $A(0)$ では左右の壁面近くが、 $A(1.5\pi)$ では領域の中央の温度場が冷やされることで熱交換がなされる。一方で、B における攪拌では、熱源で温められた流体を領域中央から上方向へと送り出しており、A における攪拌よりも広範囲に熱を伝えていることがわかる。また、 $B(\pi)$ よりも $B(0.5\pi)$ の方が広範囲に熱を伝えていることがわかる。これは、 $B(\pi)$ の位相差では領域中央に板が移動した際に、板の先端が板の中心よりも速く動いているために板の後ろに大きな負圧が生じ、上方に移動した熱が板の通過した後ろ側へと引き戻されてしまうのに対し、 $B(0.5\pi)$ の位相差では、領域中央における板の先端と板の中心の速度が等しいため、負圧は $B(\pi)$ よりも小さく、移動した熱が留まるような流れ場となることが原因と考えられる。

各位相差に対して、攪拌を行ったときと攪拌操作がないとき (non agitation) の領域内平均温度 $\langle T \rangle$ および熱源における周期平均 Nusselt 数 \overline{Nu} の時間変化をそれぞれ Fig. 3 およ

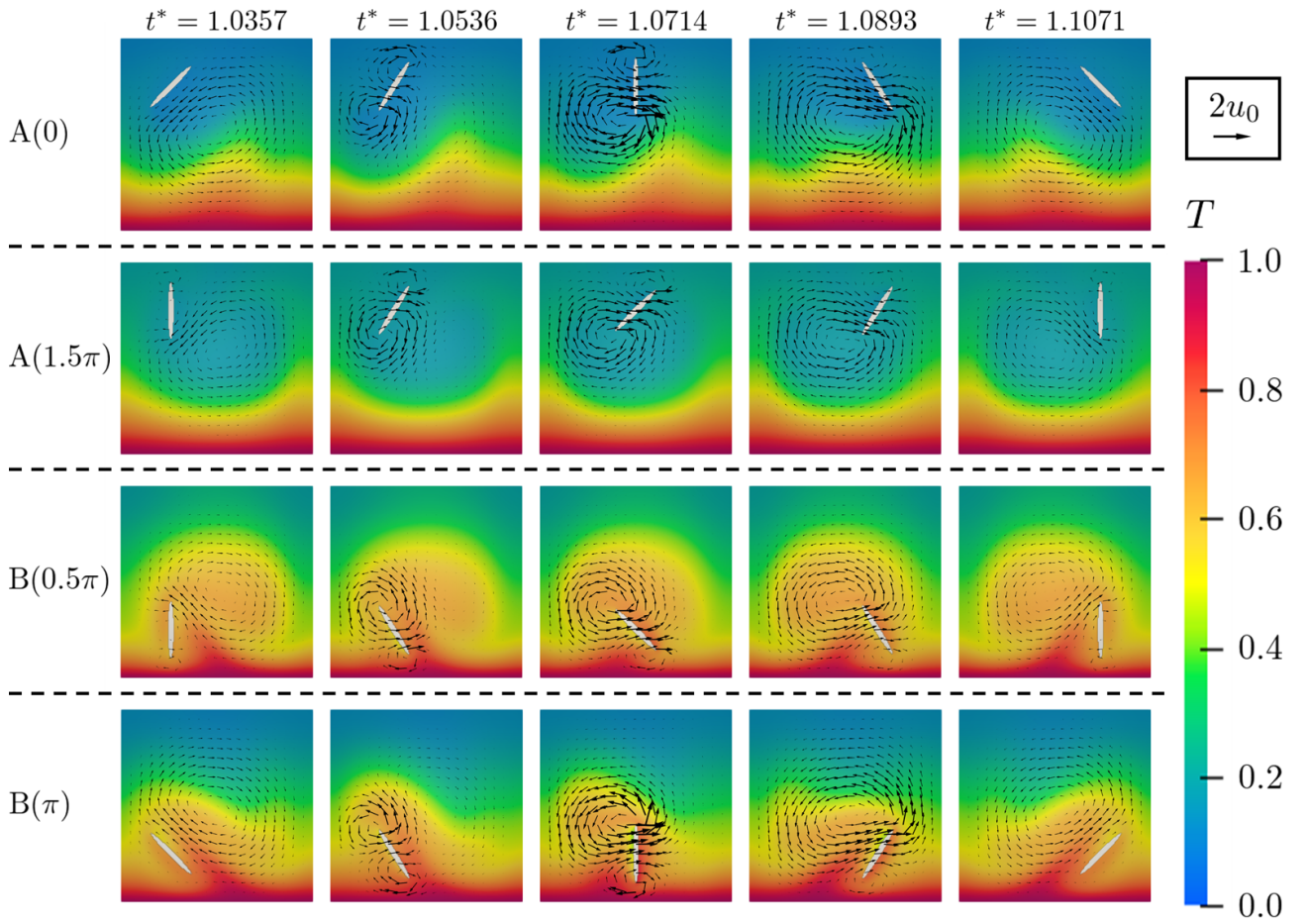


Fig. 2 Snapshots of the flow and temperature fields for the downward agitations A(0) and A(1.5 π) and the upward agitations B(0.5 π) and B(π) at various nondimensional time $t^* (= t\alpha_T/L^2)$ for $Re = 10$.

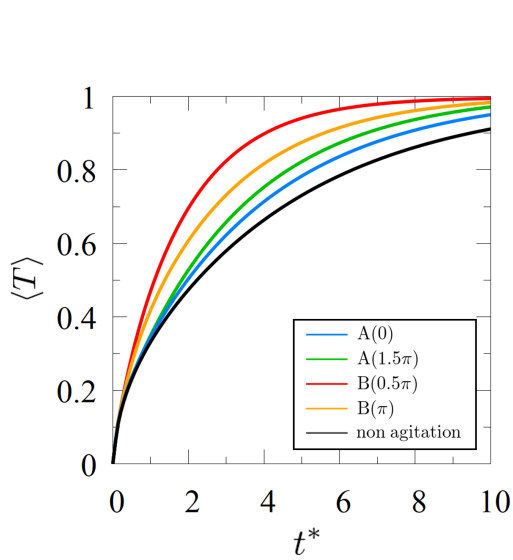


Fig. 3 Time variations of the mean temperature in the vessel for $Re = 10$ ($t^* = t\alpha_T/L^2$).

び Fig. 4 に示す。ここで、 \overline{Nu} は、次のように高温壁上の局所 Nusselt 数 $Nu(x, t)$ を時間および空間平均することで導かれる。

$$Nu(x, t) = \frac{q(x, t)L}{\lambda(T_1 - T_0)}, \quad (3)$$

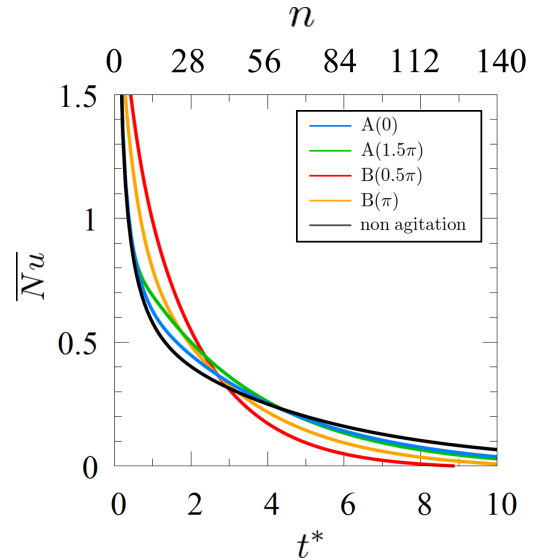


Fig. 4 Time variations of the mean Nusselt number of the bottom wall of the vessel for $Re = 10$. The upper and lower horizontal axes indicate the number of oscillations n and the nondimensional time $t^* (= t\alpha_T/L^2)$, respectively.

$$\overline{Nu}(n) = \frac{1}{St_0} \int_{nt_0}^{(n+1)t_0} \int_0^S Nu(x, t) dx dt, \quad (4)$$

ここで、 $q(x, t)$ は熱源における局所熱流束、 λ は熱伝導係数、 $t_0 = 1/f$ は板の往復周期、 n は板の往復回数である。なお、熱源は静止しており、すべりなし境界条件から $v = 0$ であるため、 $q(x, t)$ は格子ボルツマン法における速度分布関数 $g_i(x, y, t)$ および y 方向の粒子速度 c_{iy} を用いて、次のように求められる（詳細は文献 (7) を参照）。

$$q(x, t) = \sum_{i=1}^9 g_i(x, 0, t) c_{iy}. \quad (5)$$

Fig. 3 から、攪拌操作がないときに比べ、攪拌を行った方が平均温度の上昇が速いことが確認できる。また、 $B(0.5\pi)$ の攪拌において平均温度の上昇が最も速く、それに次いで $B(\pi)$ の攪拌が速いことから、 B における攪拌の方が A における攪拌よりも平均温度の上昇が速いことがわかる。このことは、Fig. 4 の初期における B の平均 Nusselt 数が大きく、 A の平均 Nusselt 数よりも速く減少していることと対応している。これは、 B のように熱源近くで攪拌が行われることで、熱源における温度境界層が乱され、流体への熱移動が促進したためと考えられる。

Fig. 5 に、領域内の平均温度が $\langle T \rangle = 0.9$ に達するまでにした各位相差における板の無次元仕事量を示す。なお、無次元仕事量 C_W は、板が流体にした仕事量 W_b を、代表仕事量 $W_0 = 0.5\rho_f u_0^2 L^3$ を用いて、 $C_W = W_b/W_0$ のように無次元化した値である。ここで、 $\rho_f (= 1)$ は流体の密度である。また、板の仕事量 W_b は、次のように導出される。

$$W_b = \int_0^{t_1} [\mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{u}_c(t) + N(t)\omega(t)] dt, \quad (6)$$

ここで、 t_1 は平均温度が $\langle T \rangle = 0.9$ に達した時刻、 \mathbf{F} は板が流体に与えた力、 N は板が流体に与えたトルク、 \mathbf{u}_c は板の重心速度、 ω は板の角速度である。なお、 \mathbf{u}_c 、 ω は、それぞれ式 (1)、(2) を時間微分することで得られる。Fig. 5 より、 $B(0.5\pi)$ の攪拌において仕事量が少なく、仕事効率が最も良いことが確認できる。また、 $A(1.5\pi)$ は $B(\pi)$ よりも平均温度の上昇が遅く、仕事をす時間が増えているにもかかわらず、仕事量が二番目に少ない結果となった。これは、板の中心速度が最大となる領域中央において、 $A(1.5\pi)$ および $B(0.5\pi)$ の位相差では板の迎角が最小となるので、板の進行方向に射影した面積が小さくなり、板が流体から受ける抗力が減少したためと考えられる。 A 、 B において仕事量が少なかった $A(1.5\pi)$ と $B(0.5\pi)$ の仕事量を比べると、 $B(0.5\pi)$ の仕事量は $A(1.5\pi)$ の仕事量の 60.1% であることがわかった。

3.3. $Re = 100$ における攪拌

次に、 $Re = 100$ における各位相差の計算を行った。 $Re = 10$ の場合と大きく異なる点は、 $Re = 10$ における流れ場は周期的であるのに対し、 $Re = 100$ では非定常な渦が発生するため、流れ場がより複雑になる点である。Fig. 6 に、いくつかの無次元時間における各位相差の温度場を示す。この図を見ると、板の周りに Fig. 2 では見られなかった渦が発生しており、 $Re = 10$ の場合と流れ場および温度場が大きく異なっている。この渦は逆カルマン渦と呼ばれ、カルマン渦と渦の向

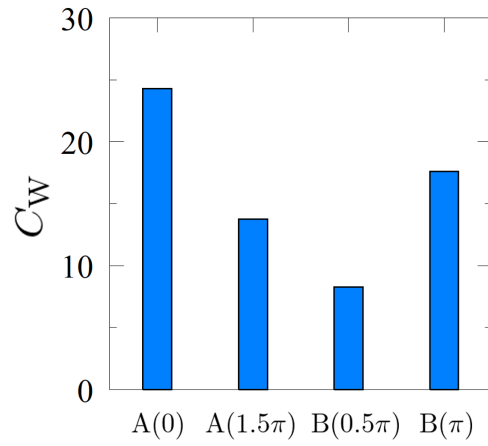


Fig. 5 Dimensionless work C_W done by the blade until the mean temperature in the vessel reaches $\langle T \rangle = 0.9$ for $Re = 10$.

きが逆になった渦列である。 A における攪拌では領域上部で、 B における攪拌では領域下部で逆カルマン渦が生じており、この渦によって熱が広範囲にわたり移動する。 A における攪拌では片方の壁面に沿って熱が移動しており、領域上方に熱が移動したところで渦に乗り、領域全体へと熱伝達が行われる。一方、 B における攪拌では、温められた流体が逆カルマン渦によって広範囲に熱が伝えられるものの、領域の角部に熱が伝わっていない領域（デッドスペース）が生じている。

各位相差に対して、攪拌を行ったときと攪拌操作がないとき (non agitation) の領域内平均温度 $\langle T \rangle$ および熱源における周期平均 Nusselt 数 \overline{Nu} の時間変化をそれぞれ Fig. 7 および Fig. 8 に示す。Fig. 7 と Fig. 3 を比べると、 $Re = 100$ の方が平均温度の上昇が速いことが確認できる。これは Fig. 8 についても同様である。また、 $B(0.5\pi)$ 、 $B(\pi)$ の平均温度と平均 Nusselt 数に違いはほとんど見られず、 $Re = 10$ のときと同様に、 A における攪拌よりも平均温度の上昇が速いことがわかる。また、 A と B の温度上昇の違いが $Re = 10$ のときよりも顕著に表れているが、これは、Reynolds 数の増加に伴い系の Peclet 数が増加し、対流による熱伝達により支配的となったため、 A と B における逆カルマン渦の発生位置の違いが熱の伝達に大きく影響したためと考えられる。

Fig. 9 に、領域内の平均温度が $\langle T \rangle = 0.9$ に達するまでにした各位相差における板の無次元仕事量を示す。この図においても Fig. 5 と同様に、 $B(0.5\pi)$ の攪拌において仕事量が少なく、仕事効率が最も良いことが確認できる。また、 $A(1.5\pi)$ の仕事量が二番目に少ないという結果も同様であり、 $B(0.5\pi)$ の仕事量は $A(1.5\pi)$ の仕事量の 62.1% であることがわかった。

4. 結言

本論文では、熱を考慮した埋め込み境界-格子ボルツマン法を用いて、薄板による二次元攪拌問題の熱流動解析を行い、攪拌方法の違いや Reynolds 数が温度場や薄板の仕事量に与える影響について調べた。

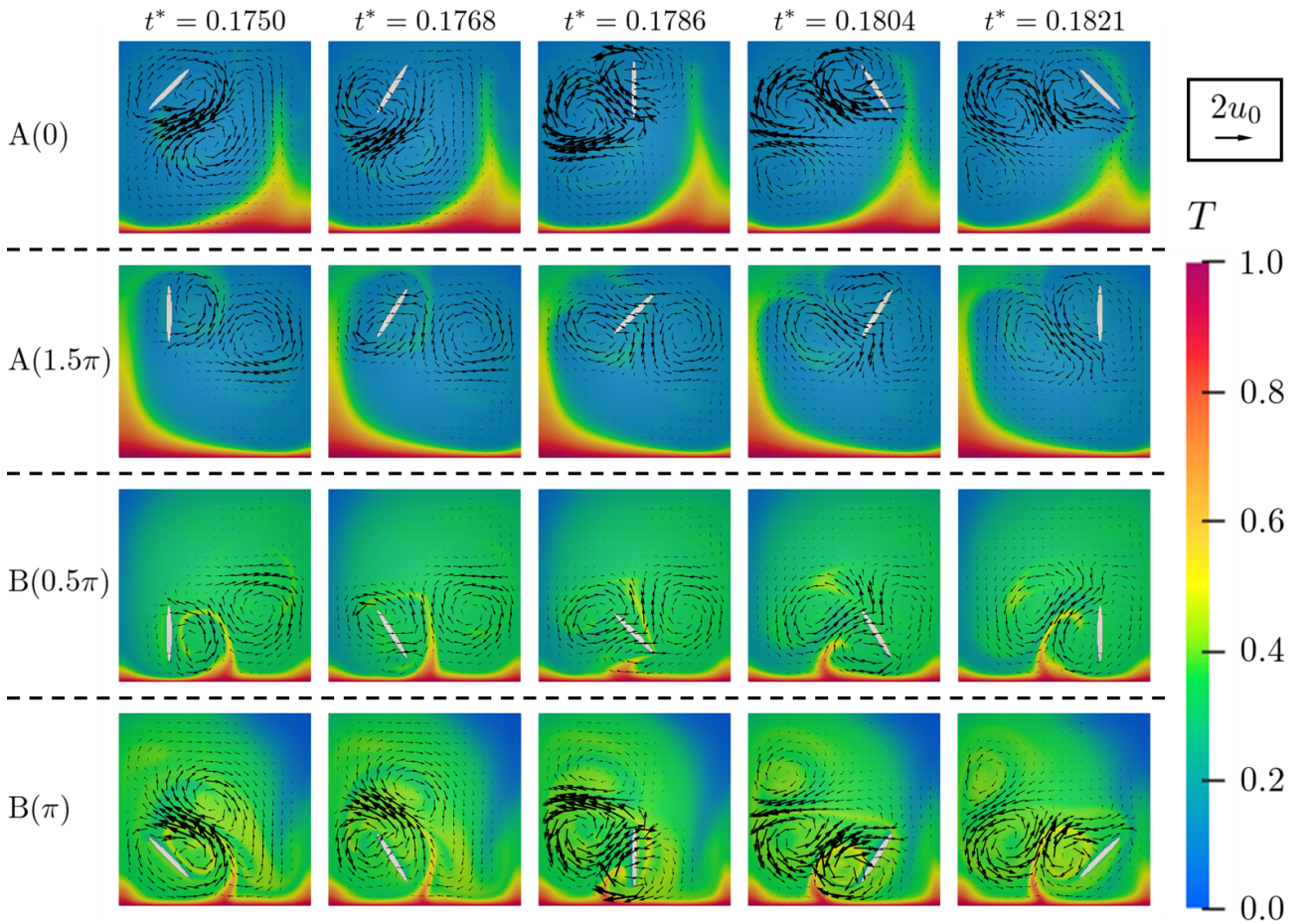


Fig. 6 Snapshots of the flow and temperature fields for the downward agitations A(0) and A(1.5 π) and the upward agitations B(0.5 π) and B(π) at various nondimensional time $t^* (= t\alpha_T/L^2)$ for $Re = 100$.

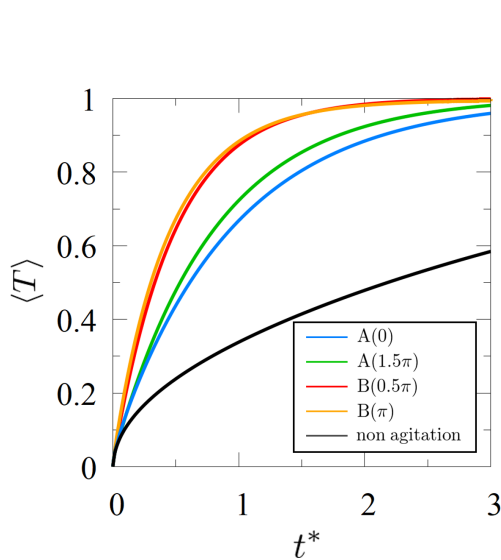


Fig. 7 Time variations of the mean temperature in the vessel for $Re = 100$ ($t^* = t\alpha_T/L^2$).

まず、 $Re = 10$ の系について調べたところ、下方向への攪拌では領域上方の冷たい流体を熱源に向けて送り出すことで熱交換を行い、上方向への攪拌では熱が領域中央を通過して領域上方へと伝えられることがわかった。また、領域内の平均温度の上昇は、上方向への攪拌の方が速いが、同じ方向への

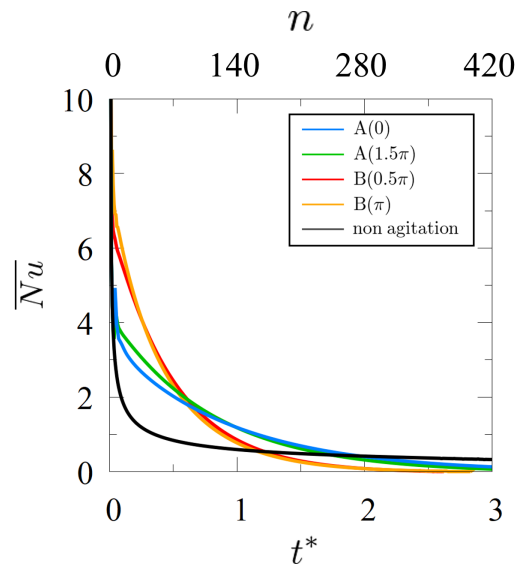


Fig. 8 Time variations of the mean Nusselt number of the bottom wall of the vessel for $Re = 100$. The upper and lower horizontal axes indicate the number of oscillations n and the nondimensional time $t^* (= t\alpha_T/L^2)$, respectively.

攪拌でも迎角の位相差によって仕事量が大きく異なり、位相差によっては下方向への攪拌より仕事量が大きくなる結果となった。下方向と上方向への攪拌でそれぞれ仕事量が最小と

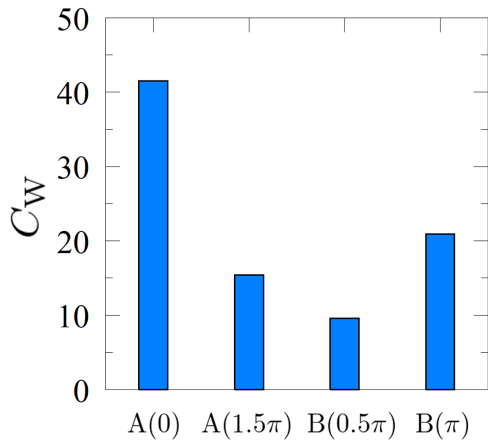


Fig. 9 Dimensionless work C_W done by the blade until the mean temperature in the vessel reaches $\langle T \rangle = 0.9$ for $Re = 100$.

なる位相差での仕事量を比べたところ、上方向への攪拌は下方向への攪拌の6割程度の仕事量で済むことがわかった。

次に、 $Re = 100$ の系について調べたところ、どの攪拌方法においても板の周囲に逆カルマン渦が発生し、この渦により、熱が広範囲に伝えられることがわかった。また、下方向への攪拌では片方の壁面に沿って熱が上方向へと移動し、そこから領域全体へ均一に熱が伝わっていくのに対し、上方向への攪拌では熱が逆カルマン渦によって広範囲に伝えられるものの、領域角部に熱が伝わりにくいデッドスペースが生じた。平均温度は $Re = 10$ の時よりも速く上昇したものの、攪拌方法の違いによる平均温度上昇の傾向や仕事量については $Re = 10$ のときと同様の結果となった。

以上の結果から、熱源近傍において温められた流体を熱源から遠ざける方向へと扇ぐような攪拌方法の方が、短時間で熱を領域全体へ伝えられるため効果的であると結論づけられる。また、板が最大速度に達したときに流体から受ける力が少なくなるような位相差を板に与えることで、仕事の面にお

いても効率化を図ることができる。

今後の課題としては、攪拌子および領域の形状による影響の調査や系の三次元化などが挙げられる。

参考文献

- (1) Y.-C. Shih, J. M. Khodadadi, K.-H. Weng and A. Ahmed: Periodic fluid flow and heat transfer in a square cavity due to an insulated or isothermal rotating cylinder, *J. Heat Transfer*, **131** (2009), 111701 (11 pages).
- (2) S.-C. Chang, C.-L. Chen and S.-C. Cheng: Analysis of convective heat transfer improved impeller stirred tanks by the lattice Boltzmann method, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **87** (2015), pp. 568–575.
- (3) H. K. Jeong, H. S. Yoon, M. Y. Ha and M. Tsutahara: An immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method using an equilibrium internal energy density approach for the simulation of flows with heat transfer, *J. Comput. Phys.*, **229** (2010), pp. 2526–2543.
- (4) 稲室隆二: 格子ボルツマン法 —新しい流体シミュレーション法—, *物性研究*, **77** (2001), pp. 197–232.
- (5) M. Yoshino and T. Inamuro: Lattice Boltzmann simulations for flow and heat/mass transfer problems in a three-dimensional porous structure, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, **43** (2003), pp. 183–198.
- (6) C. S. Peskin: Flow patterns around heart valves: a numerical method, *J. Comput. Phys.*, **10** (1972), pp. 252–271.
- (7) K. Suzuki, T. Kawasaki, N. Furumachi, Y. Tai and M. Yoshino: A thermal immersed boundary-lattice Boltzmann method for moving-boundary flows with Dirichlet and Neumann conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **121** (2018), pp. 1099–1117.