計算数理工学論文集 Vol. 19 (2019 年 12 月)，論文 No. 13-191201 JASCOME

散乱断面積最小化によるクローキングデバイスのトポロジー最適設計

TOPOLOGY OPTIMISATION OF CLOAKING DEVICE BY MINIMIZING SCATTERING CROSS SECTION

山本　遼 1)，飯盛　浩司 2)，高橋　徹 3)，松本　敏郎 4)

Ryo YAMAMOTO, Hiroshi ISAKARI, Toru TAKAHASHI and Toshiro MATSUMOTO

1) 名古屋大学大学院工学研究科　(〒464-8603　名古屋市千種区不老町，　E-mail: yamamoto.ryo@f.mbox.nagoya-u.ac.jp)
2) 名古屋大学大学院工学研究科　(〒464-8603　名古屋市千種区不老町，　E-mail: isakari@nuem.nagoya-u.ac.jp)
3) 名古屋大学大学院工学研究科　(〒464-8603　名古屋市千種区不老町，　E-mail: ttaka@nuem.nagoya-u.ac.jp)
4) 名古屋大学大学院工学研究科　(〒464-8603　名古屋市千種区不老町，　E-mail: t.matsumoto@nuem.nagoya-u.ac.jp)

Topology optimisation for cloaking devices is usually formulated to minimise the scattered field by a target object in a preset observation region. It is, however, not trivial to set the observation region appropriately. In many cases, it is determined by trial-and-error. In this paper, we propose a new formulation of the topology optimisation for cloaking devices in which the scattering cross-section instead of the scattered field in a preset region is minimised. With the proposed formulation, we do not have to set the observation domain. We confirm that the proposed formulation can find optimal designs of cloaking devices. We also show that the performance of the cloaking obtained by the proposed method is comparable to that obtained by a conventional method.

Key Words : Cloaking, Scattering cross section, Optical theorem, Boundary element method, Topology optimisation, Topological derivative

1. 緒言

近年, クローキングデバイス (光学迷彩装置) をトポロジー最適化を用いて設計する研究が盛んに行われている．クローキングとは, 対象物の周りの散乱場を最小化することで, その物体を光学的に透明化することである．従来の研究においては, クローキング対象物の周囲の観測領域における散乱場の強度を零とするような誘電体の最適配置を求めていた [1–3]. このような手法では, 対象物による散乱の影響も考慮する必要があるため, その対象物の形状や特性に特化したクローキング構造しか得ることができない．そこで, Nakamoto ら [4] は対象物の周囲の散乱場の強度を零にするとともに, 対象物が配置される可能性のある箇所の全電磁場をあらかじめ零とする定式化を行った．これにより, 対象物の形状や特性に依らないクローキング構造を得ることに成功した．しかし, 観測領域外の散乱場は必ずしも零とはならず, さらに, 観測領域は試行錯誤的に設定する必要がある．

そこで本研究では, 観測領域を用いない新しいクローキングデバイスのトポロジー最適化法を提案する．具体的には, 散乱断面積の最小化によるクローキングデバイスのトポロジー最適化法の開発を行う．散乱断面積を用いる手法では, 無限遠方における電磁場の散乱率を考慮するため, 観測領域を設定する必要がない．さらに, 光学定理を用いることで, 散乱断面積を求める際の散乱方向を考慮する必要も無く, より厳密な計算が可能となる．また, 対象物の形状や特性に依存しないクローキング構造を得るために, Nakamoto ら [4] と同じく, 対象物が配置してある箇所の全電磁場も零とする手法を取る．

2019 年 9 月 24 日受付，2019 年 10 月 16 日受理

2. 2 次元電磁波動問題の定式化

本節では, 本論文で取り扱うクローキングデバイスのトポロジー最適化において制約条件となる 2 次元電磁波動散乱問題の定式化, 目的関数となる散乱断面積の定義と数値計算について述べる．さらに, 光学定理 [5] を用いることで, 散乱断面積を簡単に精度良く計算できることを確認する．

2.1. 問題設定

x_3 方向に一様な 2 次元的な領域 $\mathbb{R}^2 = \Omega_1 \cup \Omega_2$ における平面波 u^{in} の散乱問題を考える．ここで, Ω_1 は無限遠を含む領域, Ω_2 はその補領域とする (Fig. 1)．磁場が x_3 成分のみを持つ TE モードを考え, 物理量の時間依存を $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$ とす

ると, 光の伝播は以下の 2 次元 Helmholtz 方程式のトランスミッション問題に帰着される.

$$\alpha_i \nabla^2 u(\boldsymbol{x}) + \beta_i u(\boldsymbol{x}) = 0 \qquad \boldsymbol{x} \in \Omega_i \tag{1}$$

$$u^{(1)}(\boldsymbol{x}) = u^{(2)}(\boldsymbol{x}) \qquad \boldsymbol{x} \in \Gamma \tag{2}$$

$$w^{(1)}(\boldsymbol{x}) = w^{(2)}(\boldsymbol{x}) \qquad \boldsymbol{x} \in \Gamma \tag{3}$$

$$w^{(i)}(\boldsymbol{x}) := \alpha_i \frac{\partial u^{(i)}}{\partial n}(\boldsymbol{x}) \tag{4}$$

$$\sqrt{|\boldsymbol{x}|}\left(\frac{\partial}{\partial |\boldsymbol{x}|} - ik_1\right) u^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x}) \to 0 \qquad \text{as} \quad |\boldsymbol{x}| \to \infty \tag{5}$$

ここに, $\alpha_i = 1/\varepsilon_i$, $\beta_i = \mu\omega^2$, $k_i^2 = \beta_i/\alpha_i$ は領域 Ω_i ($i = 1,\ 2$)

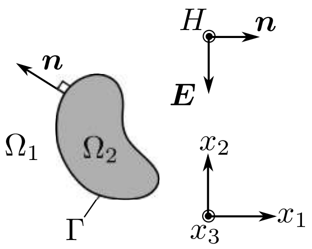

Fig. 1 Two dimensional electromagnetic wave scattering problem.

において定義される定数である. また, k_i は Ω_i における波数, ε_i は Ω_i に満たされた誘電体の比誘電率, $\mu = 1$ は比透磁率, $\boldsymbol{n}$ は境界 Γ における Ω_2 に対する外向き単位法線, u は磁場 $\boldsymbol{H}$ の第 3 成分を表す. また, $u^{(i)}$, $w^{(i)}$ は各々Ω_i から境界 Γ に近づけたときの u, w の極限値を表す.

本研究では, 順問題 (1)–(5) の求解に境界要素法を用いる. これは, 無限遠方を含む領域での波動問題を扱っているため, 領域の離散化が境界上でのみでよく, 数値解が放射条件 (5) を自動的に満たす境界要素法が最も適していると考えられるためである. なお, ここでは見かけの固有値問題を回避した境界積分方程式として, Burton-Miller 法 [6] を用いた境界要素法を利用する.

2.2. 散乱断面積の導出

点 $\boldsymbol{x}$ における散乱波 u^{sc} は以下の積分表現を有する.

$$u^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x}) = -\int_\Gamma \varepsilon_1 G^1(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}) w^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{y}) d\Gamma(\boldsymbol{y}) + \int_\Gamma \frac{\partial G^1(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})}{\partial n_y} u^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{y}) d\Gamma(\boldsymbol{y}) \tag{6}$$

ここに, $G^1(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}) = iH_0^{(1)}(k|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|)/4$ は, 2 次元 Helmholtz 方程式の基本解, $H_0^{(1)}$ は, 0 次の第 1 種 Hankel 関数である. この時, 無限遠方における散乱波 u^{sc} は次式で漸近近似される [7].

$$u^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x}) \approx e^{-\frac{i\pi}{4}} \sqrt{\frac{2}{\pi k_1 |\boldsymbol{x}|}} e^{ik_1|\boldsymbol{x}|} f(\boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}}) \quad \text{as} \quad |\boldsymbol{x}| \to \infty \tag{7}$$

$$f(\boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}}) = \frac{i}{4}\int_\Gamma \{-\varepsilon_1 w^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{y}) - ik_1 \boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}} \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{y}) u^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{y})\} e^{-ik\boldsymbol{y}\cdot\boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}}} d\Gamma(\boldsymbol{y}) \tag{8}$$

ここに, $\boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}} := \boldsymbol{x}/|\boldsymbol{x}|$ は散乱波の伝播する方向の単位ベクトルを示す. また, $f(\boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}})$ は遠方場係数と呼ばれる.

無限遠方における単位立体角あたりの散乱波の透過率を微分散乱断面積, これを全周囲にわたって積分した量を散乱断面積 σ という. 散乱断面積は遠方場係数 $f(\boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}})$ を用いて以下のように書けることが簡単な計算により分かる.

$$\sigma = \int_{|\boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}}|=1} |f(\boldsymbol{p}^{\mathrm{sc}})|^2 dS \tag{9}$$

また, 散乱断面積 σ は入射波の伝播する方向の単位ベクトル $\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}}$ を用いて以下のように書けることが知られている (光学定理 [5]).

$$\sigma = -\frac{\pi}{k_1} \Re\left[f(\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}})\right] \tag{10}$$

散乱断面積 σ の数値計算に (9) の代わりに (10) を用いることにより, (9) に現れる積分に対する離散化誤差が混入せず, より正確な値を計算することが可能になる. さらに, 入射波の伝播方向 $\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}}$ に対する遠方場係数 $f(\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}})$ を求めるだけで良いことも (10) を用いる利点である.

3. クローキングデバイスの最適設計

本節では, 本研究で取り扱うトポロジー最適化問題の定義を述べる. 本研究では, 最適化に B スプライン曲面のレベルセットに基づくトポロジー最適化 [8] を用いるため, そこで必要となるトポロジー導関数についても述べる.

3.1. 目的関数

真空が満たされた無限遠を含む領域 Ω_1 において, 有限の大きさの領域 (以下, クローキング対象領域と呼ぶ) に配置した任意の物体 (以下, クローキング対象物) を不可視化するクローキング構造を設計する (Fig. 2). 設計の指針としては, クローキング対象領域を覆う有限の大きさの領域 D(以下, 設計領域) に誘電体 Ω_2 を配置することでクローキング対象物及び配置した誘電体による散乱波を最小化すれば良い. 任意の材料からなる任意形状のクローキング対象物による散乱を零とするためには, クローキング対象領域における全電磁場を零とすれば良い [4]. さらに, 誘電体 Ω_2 による散乱も同時に零とする必要がある. 通常, 設計領域 D の周囲に配置した観測領域における散乱場を最小化する方法が用いられるが, ここでは前述の散乱断面積 σ を最小化する. 散乱断面積を用いることにより, 観測領域を試行錯誤的に決定する必要がなくなる. 以上より, 本研究では, 目的関数 J を次式で定義する.

$$J = -\frac{\omega_1}{2k_1}\Re\left[f(\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}})\right] + \frac{\omega_2}{M}\sum_{m=1}^{M} |u(\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{obs}})|^2 \tag{11}$$

ここに, ω_1, ω_2 は重み係数, $\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{obs}}$ はクローキング対象領域を包含する領域に配置した m 番目観測点, M はその個数である. 式 (11) の右辺第 2 項において, クローキング対象領域における全電磁場の評価関数を領域積分ではなく, 点の集合として定式化した. なお, 観測領域における $|u(\boldsymbol{x})|^2$ の積分を目的関数として定式化することもできる [9] が, 随伴問題を境界要素法で取り扱いやすい境界値問題とするため, このよう

に定式化した. この目的関数 J をトポロジー最適化を用いて最小化する.

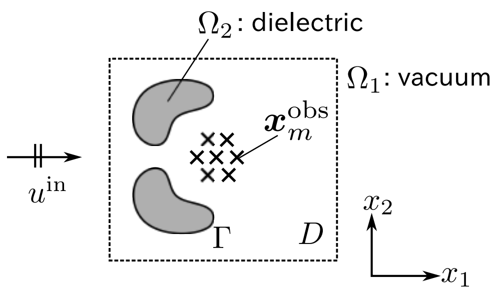

Fig. 2　Optimisation problem.

3.2. トポロジー導関数

トポロジー導関数 $\mathcal{T}$ は, 点 $\boldsymbol{x}$ に微小円形散乱体が生じた際の目的関数 J の変化率を表す関数 [10] で, 次式で定義される.

$$\delta J(\boldsymbol{x}) = \mathcal{T}(\boldsymbol{x})v(\varepsilon) + o(v(\varepsilon)) \tag{12}$$

ここに, $\delta J(\boldsymbol{x})$ は点 $\boldsymbol{x}$ に半径 ε の円形散乱体が発生した際の目的関数の変化量, $v(\varepsilon)$ は ε (> 0) の単調増加関数である. $\mathcal{T}(\boldsymbol{x}) < 0$ となる点 $\boldsymbol{x}$ に散乱体を配置することで目的関数 J が減少する.

目的関数 (11) に対するトポロジー導関数を考える. ここでは, 真空領域 Ω_1 に Ω_2 と同じ誘電率を持つの誘電体が発生する, あるいは既に存在する誘電体領域内に真空領域が発生するようなトポロジーの変化を考える. このとき, トポロジー導関数は随伴変数法を用いると以下のように評価できる.

$$\begin{aligned}\mathcal{T}(\boldsymbol{x}) &= 2\Re\left[\frac{2\alpha_i(\alpha_i-\alpha_j)}{\alpha_j+\alpha_i}u_{,j}(\boldsymbol{x})\tilde{u}_{,j}(\boldsymbol{x})\right] \\ &- \delta_{i1}\Re\left[\left(-\frac{k_1}{2}\frac{\alpha_j-\alpha_i}{\alpha_j+\alpha_i}(\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}})_j u_{,j}(\boldsymbol{x})\right)e^{-ik_1\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}}\cdot\boldsymbol{x}}\right]\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{cases} i=1,\ j=2 & (\boldsymbol{x}\in\Omega_1) \\ i=2,\ j=1 & (\boldsymbol{x}\in\Omega_2)\end{cases}$$

ここに, $\tilde{u}$ は随伴変数であり, 以下の境界値問題の解である.

$$\alpha_i\nabla^2\tilde{u}(\boldsymbol{x}) + \beta_i\tilde{u}(\boldsymbol{x}) + \frac{\omega_2}{M}\sum_{m=1}^{M}\overline{u(\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{obs}})}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{obs}}) = 0 \qquad \boldsymbol{x}\in\Omega_i \tag{14}$$

$$\tilde{u}^{(1)}(\boldsymbol{x}) = \tilde{u}^{(2)}(\boldsymbol{x}) + \frac{i\omega_1}{8\alpha_1}e^{-ik_1\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}}\cdot\boldsymbol{x}} \qquad \boldsymbol{x}\in\Gamma \tag{15}$$

$$\tilde{w}^{(1)} = \tilde{w}^{(2)} + \frac{\omega_1 k_1}{8}(\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}}\cdot\boldsymbol{n})e^{-ik_1\boldsymbol{p}^{\mathrm{in}}\cdot\boldsymbol{x}} \qquad \boldsymbol{x}\in\Gamma \tag{16}$$

$$\sqrt{|\boldsymbol{x}|}\left(\frac{\partial}{\partial|\boldsymbol{x}|} - ik_1\right)\tilde{u}(\boldsymbol{x}) \to 0 \qquad \text{as} \quad |\boldsymbol{x}|\to\infty \tag{17}$$

本研究では, 順問題 (1)–(5) の求解に加え, 随伴問題 (14)–(17) の求解にも境界要素法を用いる.

3.3. トポロジー最適化

前節に述べたトポロジー導関数を用いて, 目的関数 (11) を最小化する誘電体領域 $\Omega_2 \subset D$ の配置を探索する. この目的に対し, 本研究では, B スプライン曲面のレベルセットを用いたトポロジー最適化法 [8] を用いる. 当手法は, B スプライン基底関数の数及び次数を変化させることで, 得られる最適形状の複雑さを制御することができるという特徴を持つ. その他詳細は原著 [8] を参照されたい.

4. 数値計算例

以上で示された手法の妥当性を確認するために, 具体的な数値計算例を示す.

4.1. 実験条件

設計領域を $D = [-30, 30]^2$ とし, x_1 軸正の方向に伝播する角周波数 $\omega = 0.5$ の平面波に対して, 初期形状として $(x_1, x_2) = (-15, 15), (15, 15), (-15, -15), (15, -15)$ を中心とする半径 8.0 の円形誘電体を 4 つ与える. また, 観測点として原点を中心とした半径 7.0 の円内の $M = 156$ 個の点を与え, 材料定数はそれぞれ $\varepsilon_1 = 1.0$, $\varepsilon_2 = 2.0$, $\mu = 1.0$ とする (Fig.3). また, 目的関数 (11) の重み係数は $w_1 = 0.1$, $w_2 = 1.0$ とする. また, 最適化の際に, クローキング対象領域を包含する領域内に誘電体が発生しないよう, この領域内のトポロジー導関数は零とする.

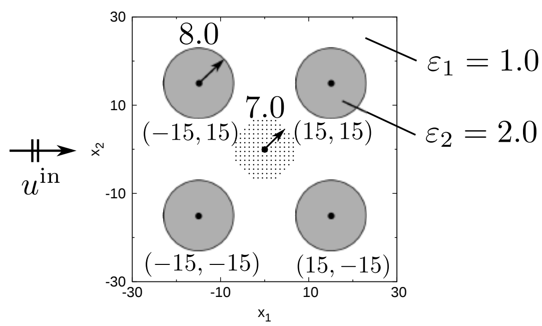

Fig. 3　Configuration at the initial step and observation points.

初めに, 初期状態における $x_2 = 10$ でのトポロジー導関数を式 (13) により計算し, トポロジー差分と比較し, トポロジー導関数 (13) の validation を行う. ここで, トポロジー差分 $\delta\mathcal{T}$ は以下の式で表され, 半径 $\varepsilon = 0.5$ の微小円形誘電体が配置された際の目的関数の変化率を表す.

$$\delta\mathcal{T} = \frac{(J+\delta J) - J}{\pi\varepsilon^2} \tag{18}$$

Fig.4 より, トポロジー導関数とトポロジー差分が十分一致していることから, トポロジー導関数が正しく計算できていることが確認できる.

4.2. 最適化シミュレーション

次に, トポロジー最適化を行った結果を示す. トポロジー最適化においては, B スプライン基底関数の次数は 2×2 で固定し, 基底関数の数は 10×10, 20×20, 30×30 と変化させた. また, 境界要素生成アルゴリズムで用いるレベルセット関数を評価する格子点は設計領域 D 内に 22801(=151×151) 点等間隔に配置した. 最適化のステップを 0 から 100 まで実行し, 目的関数が最小となった際の形状を最適形状とした. B スプライン基底関数の数が 10×10 の時は 33 ステップ目の

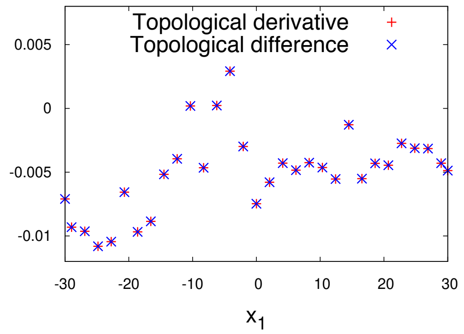

Fig. 4　Topological derivative and topology difference.

目的関数が最小となり, 20×20, 30×30 の時は 100 ステップ目の目的関数が最小となった. 得られた誘電体の最適形状と観測点の位置を Fig.5 に, 目的関数の推移を Fig.6 に示す. また, 電磁場の様子を Fig.7, 8 に示す. Fig. 5 より, B スプライン基底関数の数を調節することにより様々な幾何学的複雑さの形状を得ていることが分かる. Fig.6 において, いずれの場合においても目的関数は減少しており, 実験目標通りの結果が得られたと言える. また, B スプライン基底関数の数が大きいほど (Fig. 5 より形状が複雑であるほど) 目的関数がより減少していることが分かる. さらに, Fig.7, 8 より, 初期状態と比較して最適化状態の散乱波及び観測点における電磁場が減少していることが分かる.

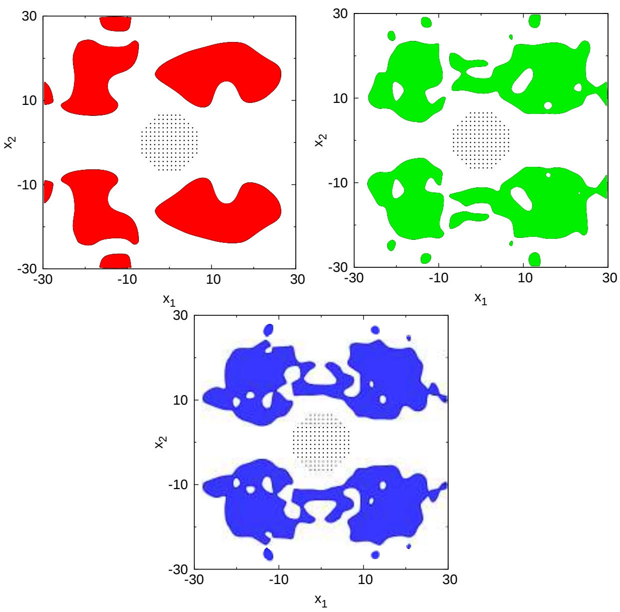

Fig. 5　The optimal configurations and observation points. (left top : 10×10, right top : 20×20, bottom : 30×30)

4.3. 実際に物体を設置した場合

実際に, 観測点の領域内に実際に物体を設置した際の散乱断面積の変化を確認する. B スプライン基底関数の数が

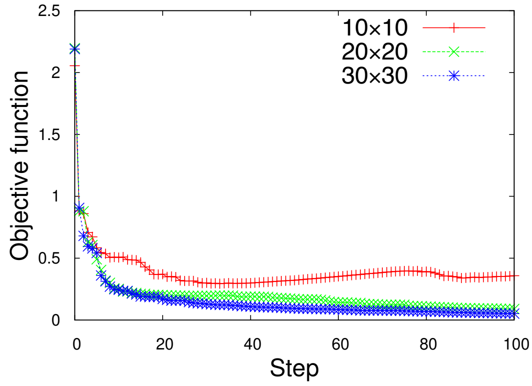

Fig. 6　History of the objective function.

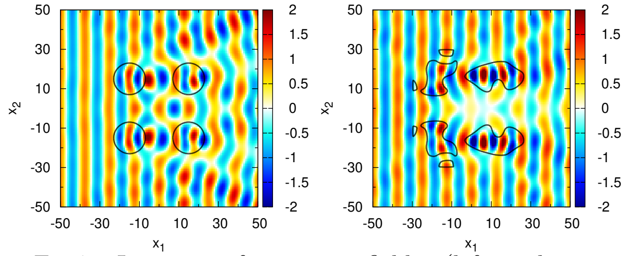

Fig. 7　Intensity of magnetic field. (left : the initial step, right : the optimal shape (10×10)

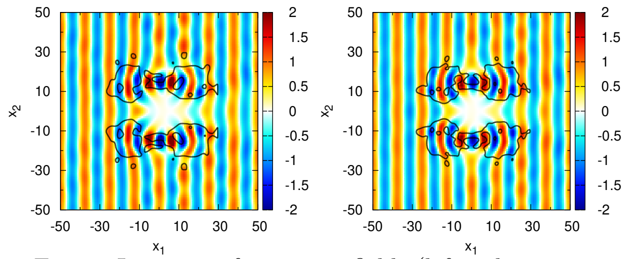

Fig. 8　Intensity of magnetic field. (left : the optimal shape (20×20), right : the optimal shape (30×30)

30×30 の際に得られた最適形状に対して実験を行う. 実験条件において, 電磁場が零となるよう定めた半径 7.0 の観測点の領域内に収まるような様々な形状の物体を設置した場合を想定する.

4.3.1. 完全導体 (PEC) を設置した場合

完全導体を設置した場合の結果を Fig. 9 に, 散乱断面積の変化を表 1 に示す.

表 1 より, いずれの場合でも, 散乱断面積は何も物体を置いていない場合と比較してほとんど変化していないことが分かる.

4.3.2. 誘電体を設置した場合

誘電率 $\varepsilon_2=2.0$ の誘電体を設置した場合の結果を Fig. 10 に, 散乱断面積の変化を表 2 に示す.

表 2 より, いずれの場合でも, 散乱断面積は何も物体を置いていない場合と比較してほとんど変化していないことが分

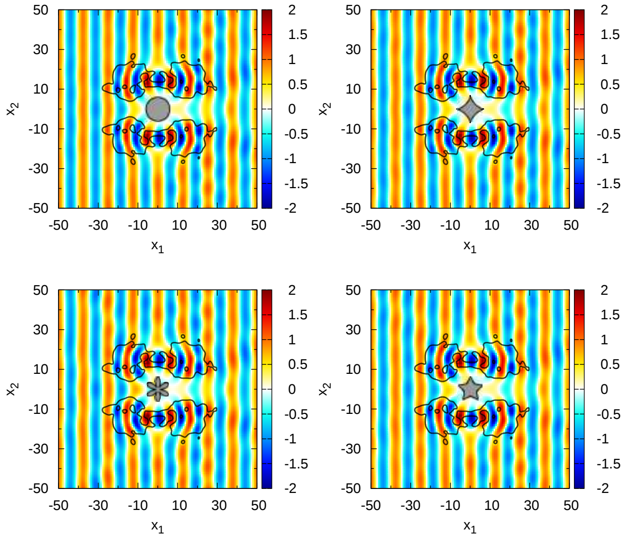

Fig. 9　Intensity of magnetic field in the case that PEC is set.(left top : circle, right top : asteroid, left bottom : flower, right bottom : star)

Table 1　Change of scattering cross section in the case that PEC is set.

condition	scattering cross section
initial shape	13.61
no object	3.064×10^{-1}
circle object	4.747×10^{-1}
asteroid object	4.724×10^{-1}
flower object	6.223×10^{-1}
star object	5.276×10^{-1}

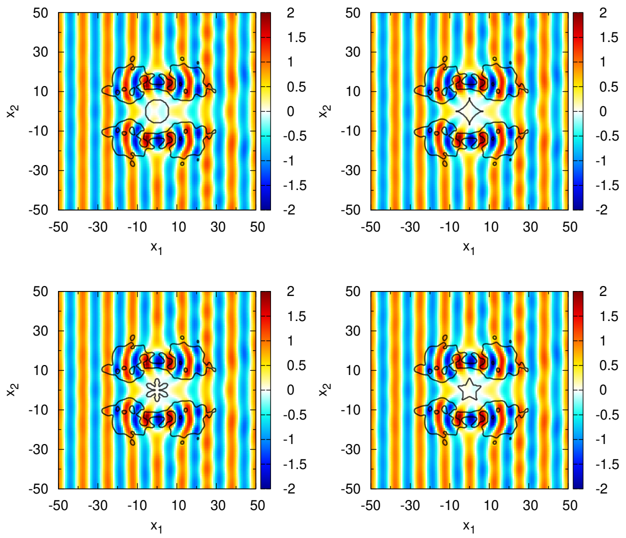

Fig. 10　Intensity of magnetic field in the case that dielectric is set. (left top : circle, right top : asteroid, left bottom : flower, right bottom : star)

Table 2　Change of scattering cross section in the case that dielectric is set.

condition	scattering cross section
initial shape	13.61
no object	3.604×10^{-1}
round object	3.529×10^{-1}
asteroid object	1.878×10^{-1}
flower object	1.991×10^{-1}
star object	1.983×10^{-1}

かる. 以上より, 電磁場を零とした領域に物体を設置してもクローキングに対する影響がかなり小さいことが確かめられた. すなわち, 提案する手法により, 任意の材料からなる任意形状の物体に対するクローキング構造を設計出来たことが確認できる.

4.4. 先行研究との比較

最後に, Nakamoto ら [4] の手法による結果と提案手法による結果を比較する. 散乱断面積の代わりに観測領域を定め, その領域内の散乱波を最小化する. 以下のように目的関数 J' を新たに設定した (Fig. 11).

$$J' = \frac{\omega_1}{N}\sum_{n=1}^{N}|u^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x}_n^{\mathrm{obs}})|^2 + \frac{\omega_2}{M}\sum_{m=1}^{M}|u(\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{obs}})|^2 \tag{19}$$

ここに, $\boldsymbol{x}_n^{\mathrm{obs}}$ は散乱場における n 番目観測点, N はその個数である. λ を入射波の波長とし, 観測点を配置する領域と設計領域 D の距離は $\lambda/2$, 観測点を配置する領域の幅は λ とした. また, 隣り合う観測点同士の距離を $\lambda/10$ とし, 合計 2680 点配置した. また, $\varepsilon_2 = 1.0$, $\mu = 1.0$ とした. 物体周りの観測点は実験条件 4.1 と同様に配置し, 初期形状及びその他の条件も同じとした. ただし目的関数 (19) の重み係数は $w_1 = 1.0$, $w_2 = 1.0$ とした. B スプライン基底関数の数が 30×30 の時に得られた最適形状と観測点を Fig. 12 に, 電磁場 u の様子を Fig. 13 に示す. 結果として, 本研究で得られた最適形状と似た形状が得られ, 散乱波及び観測点における電磁場が減少していることが分かる. しかし, 観測領域を試行錯誤的に設定する必要があり, 多くの観測点における電場の値を計算する必要があるため, 本研究の手法がより効率的であると言える.

5. 結言

本研究は，散乱断面積の最小化によるクローキングデバイスのトポロジー最適化法の定式化を示した. 今後の検討課題としては, 特定の周波数だけでなく複数の周波数領域に適用できるようにすること, 計算の高速化等が挙げられる.

6. 謝辞

本研究は JSPS 科研費 17K14146 の助成を受けたものです.

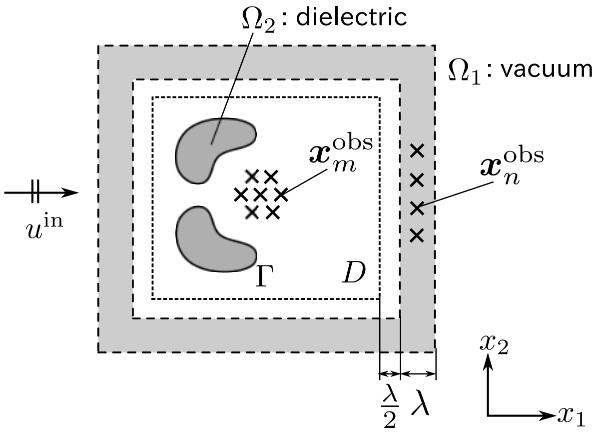

Fig. 11 Optimisation problem of previous method.

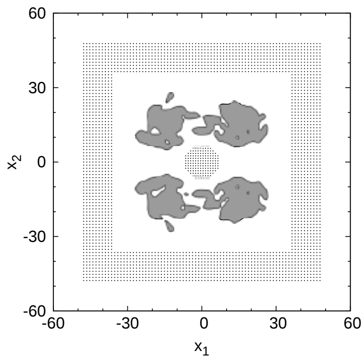

Fig. 12 Optimised shape and observation points of previous method.

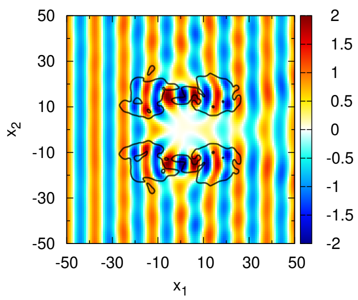

Fig. 13 Intensity of magnetic field of previous method.

参考文献

(1) Jacob Andkjær and Ole Sigmund. Topology optimized low-contrast all-dielectric optical cloak. *Applied Physics Letters*, Vol. 98, No. 2, p. 021112, 2011.

(2) Jacob Andkjær, N Asger Mortensen, and Ole Sigmund. Towards all-dielectric, polarization-independent optical cloaks. *Applied Physics Letters*, Vol. 100, No. 10, p. 101106, 2012.

(3) Garuda Fujii, Hayato Watanabe, Takayuki Yamada, Tsuyoshi Ueta, and Mamoru Mizuno. Level set based topology optimization for optical cloaks. *Applied physics letters*, Vol. 102, No. 25, p. 251106, 2013.

(4) Kenta Nakamoto, Hiroshi Isakari, Toru Takahashi, and Toshiro Matsumoto. A fast topology optimisation for material-and geometry-independent cloaking devices with the bem and the *mathcalh*-matrix method. *arXiv preprint arXiv:1611.08072*, 2016.

(5) Habib Ammari, Brian Fitzpatrick, Hyeonbae Kang, Matias Ruiz, Sanghyeon Yu, and Hai Zhang. *Mathematical and computational methods in photonics and phononics*, Vol. 235. American Mathematical Soc., 2018.

(6) AJ Burton and GF Miller. The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physi cal Sciences*, Vol. 323, No. 1553, pp. 201–210, 1971.

(7) 森口繁一. 数学公式 iii. 岩波全書, Vol. 173, , 1968.

(8) 飯盛浩司, 高橋徹, 松本敏郎. B スプライン曲面のレベルセットを用いたトポロジー最適化. 計算数理工学論文集, Vol. 17, pp. 125–130, 2017.

(9) Hiroshi Isakari, Kohei Kuriyama, Shinya Harada, Takayuki Yamada, Toru Takahashi, and Toshiro Matsumoto. A topology optimisation for three-dimensional acoustics with the level set method and the fast multipole boundary element method. *Mechanical Engineering Journal*, Vol. 1, No. 4, pp. CM0039–CM0039, 2014.

(10) J. Sokołowski and A. Żochowski. On the topological derivative in shape optimization. *SIAM J. Control Optim.*, Vol. 37, No. 4, pp. 1251–1272, 1999.