

ペナルティ法を適用した MPS 法による高調波励起シミュレーション

SIMULATION OF HIGHER HARMONIC EXCITATION USING MPS METHOD WITH PENALTY METHOD

野口 豪気¹⁾, 斎藤 隆泰²⁾

Gohki NOGUCHI and Takahiro SAITOH

1) 群馬大学大学院理工学府 修士課程 (〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1, E-mail: t13303903@gunma-u.ac.jp)

2) 群馬大学大学院理工学府 准教授 (〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1, E-mail: t-saitoh@gunma-u.ac.jp)

In recent years, a new ultrasonic nondestructive testing that utilizes nonlinear ultrasonic waves has attracted attention. However, the generation mechanism of the nonlinear ultrasonic waves, which are classified into higher-harmonics and subharmonics, has not been completely cleared yet. Therefore, in this research, in order to simulate higher-harmonics, the MPS method, which is one of the particle methods, has been developed for elastic wave scattering by a crack with contact boundary conditions. The idea of the penalty method is used to describe the three types of the crack contact states, stick, slip, and separation states. As numerical examples, the higher harmonics generated at the crack with contact boundary conditions are demonstrated by using the developed MPS. The MPS method has a potential to reveal the generation mechanism of not only the higher harmonics but also subharmonics.

Key Words: Nonlinear ultrasonic waves, Higher harmonics, Subharmonics, MPS method, Penalty method

1. はじめに

本論文では, 前論文⁽¹⁾を拡張し, MPS法を用いて, き裂面の摩擦に伴い発生する高調波の励起シミュレーションを行うことを試みる. 近年, 非線形超音波法⁽²⁾と呼ばれる新たな超音波非破壊評価法が注目を集めている. 非線形超音波法とは, 大振幅超音波を, 微視欠陥に入射させることによって得られる高調波等の非線形超音波を用いて欠陥の有無を調べる新しい超音波非破壊評価法である. 従来の超音波非破壊評価法は, 単に欠陥と媒質の音響インピーダンスの差違により生じる散乱波から欠陥の有無等を調べる方法であり, 非線形超音波法と対比し, 単に線形超音波法と呼ぶこともある. このように, 欠陥の検出メカニズムが従来の線形超音波法とは全く異なる点が, 非線形超音波法の大きな特徴でもある. 一般的に, 非線形超音波は, 入射超音波の整数倍の周波数成分を持つ高調波, 分数倍の周波数成分を持つ分調波に区分される. また, 単に非線形超音波が整数倍, 分数倍の周波数成分を持つと言っても, それらが入射超音波の中心周波数の偶数倍なのか, 奇数倍なのかによっても発生機構が異なる⁽³⁾ことも指摘されている.

非線形超音波の発生機構を明らかにするために, 数値シミュレーションを用いて, 高調波や分調波の発生機構を力学的に明らかにする研究がこれまで行われてきた. 高調波に関して

は, 例えば, Yamawaki⁽⁴⁾は1次元差分法を, Ibrahim・Nakahataら⁽⁵⁾は差分法の一つである1次元EFIT(Elastodynamic Finite Integration Technique)を用いて高調波シミュレーションを試みている. また, 著者ら⁽¹⁾は, 粒子法の一つであるMPS法を用いて, 2次元高調波シミュレーションを行っている. しかしながら, これらの論文では, き裂面の開閉口のみを取り扱っている. 差分法を基礎とした場合, 短い計算時間で計算を行うことが可能であるが, 元来, き裂を厳密に表現することが難しいことが, より複雑な現象へ対応する障害になり得るとも考えられる. 一方, 境界要素法を用いた非線形超音波シミュレーションも行われている. 例えば, Hirose・Saitoh⁽⁶⁾は, Hiroseら⁽⁷⁾に提案されたき裂面の接触境界条件を考慮した, 演算子積分時間領域境界要素法⁽⁸⁾を用いて, 異種材料接合界面における不完全結合部に対する高調波シミュレーションを行っている. また丸山らは, これらの成果を3次元解析⁽⁹⁾へ拡張するとともに, 分調波のシミュレーション⁽¹⁰⁾も行っている. 時間領域境界要素法は, 差分法等に比べて, 確かに一般のき裂の動的問題を精度良く行える. しかしながら, 陰解法であるため, 解析に多大な時間が必要となる問題点もある. 発生機構が特に未知である分調波励起シミュレーションを目指す場合, この点は, 前論文で述べたように⁽¹⁾, 大きなデメリットにもなり得る.

そこで, 本研究では, 引き続き粒子法⁽¹¹⁾と呼ばれる新しい数値解析手法に焦点を当て, き裂の開閉口のみならず, き裂面

2018年9月14日受付, 2018年10月20日受理

†Dedicated to the memory of Prof. Shoichi KOBAYASHI

の摩擦現象をも考慮した高調波シミュレーションを行うことを試みる。き裂面の接触境界条件には、新たにペナルティ法を適用する。以下では、粒子法の一つである MPS 法を利用することとし、その定式化について簡単に説明する。次に、ペナルティ法を用いた場合のき裂面の扱いを示した後、数値解析例を示すことで、MPS 法の実形超音波シミュレーションに対する有効性等について検討する。

2. MPS 法

本章では、MPS 法の概要について簡単にまとめておく。MPS 法自体の詳細については、例えば文献⁽¹¹⁾を、弾性波動問題への応用については文献⁽¹⁾等を参照されたい。

2.1. 重み関数と粒子数密度

MPS 法では、空間に対して粒子間距離を用いた重み付けを行う必要がある。そのため、次式に示す重み関数 $w(r)$ を導入する。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } (0 \leq r \leq r_e) \\ 0 & \text{for } (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 r_e は影響半径、 r は粒子間距離である。粒子 i の粒子数密度 n_i は、粒子 i に対して式 (1) の総和を取ることで次のように得られる。

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{r}_i と \mathbf{r}_j はそれぞれ粒子 i と粒子 j の位置ベクトルを示す。なお、初期配置によって得られる各粒子の粒子数密度より、全粒子の平均を計算できる。これを初期粒子数密度 n^0 とし、解析の全時間ステップにおいて、この値を使用する。

2.2. 粒子間相互作用モデル

粒子法では、3.1 節で示す運動方程式を、以下に示す粒子間相互作用モデルを用いて解析する。前節で説明した式 (1) の重み関数 w や初期粒子数密度 n^0 等を用いて、粒子間相互作用モデルである gradient, divergence, Laplacian モデルを次のように定義する。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\phi_j - \phi_i)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0| |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (3)$$

$$\langle \nabla \cdot \psi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\psi_j + \psi_i)}{|\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0|} \cdot \frac{(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (4)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\phi_j - \phi_i)}{|\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0|^2} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (5)$$

ここで、 d は空間次元数、 \mathbf{r}_i^0 と \mathbf{r}_j^0 はそれぞれ粒子 i と粒子 j の初期位置ベクトルを表し、 ϕ や ψ は単にそれぞれスカラー変数、ベクトル変数を表していることに注意する。

2.3. MPS 法における変位の定式化

MPS 法における変位の扱いについても確認しておく。粒子間相対変位 \mathbf{u}_{ij} ⁽¹⁾ は次式で定義される。

$$\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{r}_{ij} - (\mathbf{r}_{ij}^0)' = \mathbf{r}_{ij} - \frac{1}{2}(\mathbf{R}_i \mathbf{r}_{ij}^0 + \mathbf{R}_j \mathbf{r}_{ij}^0) \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{r}_{ij} , \mathbf{r}_{ij}^0 , $(\mathbf{r}_{ij}^0)'$ はそれぞれ粒子間相対位置ベクトル、初期粒子間相対位置ベクトル、修正初期粒子間相対位置ベクトルを示す。 \mathbf{R}_i , \mathbf{R}_j はそれぞれ粒子 i と粒子 j に対する回転行列であり、

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix}, \mathbf{R}_j = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\sin \theta_j \\ \sin \theta_j & \cos \theta_j \end{bmatrix} \quad (7)$$

で表される。ただし θ_i , θ_j はそれぞれ粒子 j に対する粒子 i 、粒子 i に対する粒子 j の相対回転角である。

3. MPS 法における 2 次元弾性波動問題の定式化

3.1. 並進に関する運動方程式の離散化

物体の変位ベクトルを $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 、応力テンソルを $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ 、ひずみテンソルを $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ とする。この時、物体力を無視すれば、変位ベクトル $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 、応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ は、時刻 t において次の方程式を満足する。

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) \quad (9)$$

ここで、 ρ は密度、 \mathbf{C} はフォークト表記された弾性定数、 $(\dot{\quad})$ は時間微分である。解析対象が 2 次元幾何座標系における x_1 - x_3 面内である等方弾性体である場合、式 (9) は、以下のように表現できる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{13} + 2C_{55} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{13} + 2C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{31} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

式 (10) を式 (8) に代入し、変形に回転成分が含まれないことを考慮すると、次の運動方程式を得る。

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = C_{13} \nabla \cdot ((\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I}) + 2C_{55} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (11)$$

$\partial \mathbf{v} / \partial t$ は加速度であり、 \mathbf{I} は単位ベクトルである。式 (11) のベクトル微分演算子に、式 (3), (4), (5) の粒子間相互作用モデルを適用することで、式 (11) の左辺の加速度を計算することができる。

3.2. 回転に関する運動方程式の離散化

3.1 節で述べた離散化だけでは、角運動量保存則が成立しないため、せん断応力によって発生するモーメントを打ち消すために、粒子 i, j 間の回転に関する運動方程式を考慮する必要がある。導出の詳細は省略するが、粒子 i と粒子 j についての回転に関する運動方程式は、次のように与えられる。

$$I_i \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial t} \right) = I_j \left(\frac{\partial \omega_j}{\partial t} \right) = -\frac{1}{2} M_i \quad (12)$$

ただし、 ω_i , I_i は、それぞれ粒子 i の角速度、慣性モーメント、 M_i は粒子 i 周りのモーメントである。

3.3. 時間に関する離散化

式 (11) より得られる加速度 $\partial \mathbf{v}_i / \partial t$ を用いれば、第 $k+1$ ステップにおける粒子 i の粒子速度 \mathbf{v}_i^{k+1} と粒子位置 \mathbf{r}_i^{k+1} は、

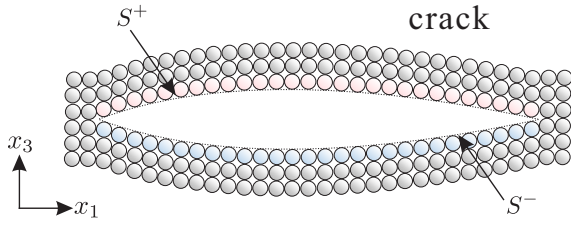


Fig.1 Crack modeling by particles.

時間増分を Δt として、それぞれ次のように計算できる。

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} \right) \quad (13)$$

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^k + \Delta t \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (14)$$

一方、式 (12) より得られた角加速度 $\partial \omega_i / \partial t$ を用いれば、第 $k+1$ ステップにおける、粒子 i の粒子角速度 ω_i^{k+1} と粒子相対回転角 θ_i^{k+1} は、それぞれ次のように計算できる。

$$\omega_i^{k+1} = \omega_i^k + \Delta t \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial t} \right)_{\text{sum}} \quad (15)$$

$$\theta_i^{k+1} = \theta_i^k + \Delta t \omega_i^{k+1} \quad (16)$$

ここで、 $()_{\text{sum}}$ は粒子 i と影響半径 r_e 内のすべての近傍粒子 j の間で計算される式 (12) の角加速度を適宜、足し合わせたものを表す。よって、式 (16) より、得られた粒子相対回転角 θ_i を用いて、式 (7) の回転行列を計算することができる。

4. き裂面に対する接触境界条件

ここでは、き裂面に対する接触境界条件について説明する。ここで扱うき裂モデルは、Fig.1 に示すように、き裂上面 S^+ を表す粒子及びき裂下面 S^- を表す粒子によって表現し、それらをここではき裂粒子と呼ぶ。但し、き裂は初期配置において、予め決定しておき、全計算ステップにおいて、き裂粒子は常にき裂粒子として扱うこととする。

一方、き裂面の接触境界条件は、き裂面の開閉口のみならず、き裂面の滑動をも考慮する。そこで、Hirose ら⁽⁷⁾ に倣い、き裂面の状態を stick, slip, separation の3つの状態に分類することとする。stick 状態とは、き裂面が接触し、固着している状態を、slip 状態とは、き裂面が接触し、滑動している状態を、separation 状態とは、き裂面が開口している場合を表すとする。ただし、簡単のため、ここではき裂面の開閉口を考慮する場合は、stick 状態と separation 状態、およびそれらの遷移についてのみ考え、き裂面の滑動を考慮する場合は、stick 状態と slip 状態、およびそれらの遷移についてのみ考えることとする。

実際の計算では、き裂面の開閉口および滑動それぞれのモデルに対して、き裂粒子に着目し、次節で示す遷移条件により、時間ステップ毎にき裂面の状態 (stick, slip, separation のいずれか) を判定し、き裂面の状態に応じて、Fig.2 に示すような粒子 i の反発力 $[\mathbf{f}_n]_i$ 又は摩擦力 $[\mathbf{f}_s]_i$ を計算することで、粒子位置の修正を適宜行いながら、計算を順次進めていくこととなる。なお、き裂面の接触処理における反発力及び摩擦力の

計算では、次節で示すように、粒子間のめり込み量やずれの大きさを許容し、それらに比例した力を作用させるペナルティ法を適用することとする。

4.1. き裂面の開閉口モデル

き裂面の開閉口モデルでは、粒子間の、めり込みを許容し、めり込み量に応じた反発力をめり込みの生じた粒子同士に等しく与えることで、き裂面の開閉口を表現する。

4.1.1. き裂面の開閉口モデルにおける遷移条件

初期粒子間距離 l_0 と粒子間相対位置ベクトル \mathbf{r}_{ij} を用いると、遷移条件は以下のように表される。

$$\begin{cases} l_0 - |\mathbf{r}_{ij}| \leq 0 & \text{stick} \rightarrow \text{separation} \\ l_0 - |\mathbf{r}_{ij}| > 0 & \text{separation} \rightarrow \text{stick} \end{cases} \quad (17)$$

ただし、式 (17) 中の記号 \rightarrow は、条件が満足された場合に、 \rightarrow に応じて、き裂面の状態が stick, slip, separation のいずれかに遷移することを示す。

4.1.2. 反発力の計算

粒子間の、めり込み量 $l_0 - |\mathbf{r}_{ij}|$ を用いて、粒子間の反発力 $[\mathbf{f}_n]_i$ は以下のように求められる。

$$[\mathbf{f}_n]_i = -[\mathbf{f}_n]_j = \begin{cases} -k_n (l_0 - |\mathbf{r}_{ij}|) \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} & \text{for stick} \\ 0 & \text{for separation} \end{cases} \quad (18)$$

ここで、 k_n は法線方向バネ定数である。なお、法線方向バネ定数 k_n は、以下の式で決定される。

$$k_n = k' \frac{m}{(\Delta t)^2} \quad (19)$$

ここで、 k' は経験的に決定される無次元パラメータ⁽¹²⁾、 m は粒子質量である。

4.2. き裂面の滑動モデル

き裂面の滑動モデルでは、摩擦力の評価に近似的に摩擦の性質を表したクーロンの摩擦モデルを使用する。

4.2.1. き裂面の滑動モデルにおける遷移条件

き裂面の滑動モデルに対する遷移条件を以下のように定義する。

$$\begin{cases} |[\mathbf{f}_s]_i| \geq \mu_s |[\mathbf{f}'_n]_i| & \text{stick} \rightarrow \text{slip} \\ \dot{\mathbf{u}}_{ij} \cdot \mathbf{s}_i = 0 & \text{slip} \rightarrow \text{stick} \end{cases} \quad (20)$$

ここで、 $[\mathbf{f}_s]_i$ 、 $[\mathbf{f}'_n]_i$ はそれぞれ粒子 i に働く摩擦力、粒子 i のき裂面に対する鉛直方向反力である。 μ_s は粒子間静止摩擦係数、 \mathbf{s}_i は粒子 i のせん断方向単位ベクトルを示す。

4.2.2. クーロン摩擦力の計算

き裂面の滑動状態に応じて、以下の摩擦力 $[\mathbf{f}_s]_i$ を粒子 i に与える。この摩擦力 $[\mathbf{f}_s]_i$ は、stick 状態のとき、静止摩擦力が働き、slip 状態のとき動摩擦力が働くことに相当する。

$$[\mathbf{f}_s]_i = -[\mathbf{f}_s]_j = \begin{cases} k_s (\delta \mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{s}_i) \mathbf{s}_i & \text{for stick} \\ \mu_d |[\mathbf{f}'_n]_i| \mathbf{s}_i & \text{for slip} \end{cases} \quad (21)$$

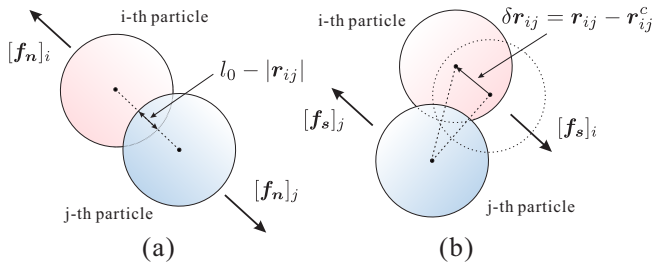


Fig.2 Particle contact states (a)repulsive force (b)frictional force.

Table 1 Numerical parameters.

Dimension	$d[-]$	2
Initial particle spacing	$l_0[\text{m}]$	5.0×10^{-5}
Initial particle number density	$n_0[-]$	6.53
Time step size	$\Delta t[\text{s}]$	2.0×10^{-9}
Number of time steps	$n^{\text{max}}[-]$	10000
Radius of influence	$r_e[\text{m}]$	$2.1l_0$
Dimensionless quantity	$k'[-]$	0.1

ここで, k_s はせん断方向バネ定数であり, $k_s = k_n$ とする. また, μ_d は粒子間動摩擦係数である. なお, き裂粒子についての粒子間相対変位 δr_{ij} は, $\delta r_{ij} = r_{ij} - r_{ij}^c$ で表される. 但し, r_{ij}^c は, slip \rightarrow stick の遷移条件を満たしたときの r_{ij} とし, 遷移条件を満たす毎に更新される.

5. 数値解析例

以下, 数値解析例を示す. まず, 本解析で用いる解析パラメータを Table1 に示しておく. 解析対象とする材料は等方性鋼材とする. なお, 等方性鋼材の材料定数や摩擦に関する定数を Table2 に示す. 解析においては, 粒子間距離 l_0 , 影響半径 r_e については, 文献⁽¹³⁾等を参考にして, 十分な精度が得られるように決定した.

5.1. 計算精度の確認

まず, MPS法の精度を確認するために, き裂が存在しない等方性鋼材中の2次元弾性波動伝搬解析を行い, MPS法により得られた数値解とFEMにより得られた数値解とを比較・検討する. 解析モデルの形状寸法は, Fig.3のような長方形領域 $50\text{mm} \times 100\text{mm}$ とした. また, 入射波は, 解析モデルの上面中央に点波源として次のように与えた.

$$u_3^{\text{in}} = -\frac{u_0}{2}(1 - \cos 2\pi\alpha)$$

$$\alpha = \begin{cases} \frac{n\Delta t}{T} & \text{for } (0 \leq \alpha \leq 1) \\ 0 & \text{for } (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (22)$$

ここで, n はステップ数, u_0 は振幅, T は周期である. ただし, 実際の解析では, $T = 5.0 \times 10^{-7}(\text{s})$ (中心周波数 2MHz に相当) としている. Fig.4(a)-(d) に, それぞれ時間ステップ数 $n = 1250, 2500, 3750, 5000$ における全変位場の絶対値 $|u|/u_0$ を示

Table 2 Material constants of the isotropic steel.

		Steel
Density	$\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$	7850
Elastic constants	$C_{13}[\text{GPa}]$	121.1
	$C_{55}[\text{GPa}]$	80.8
Static friction coefficient between particles	$\mu_s[-]$	0.74
	$\mu_d[-]$	0.57

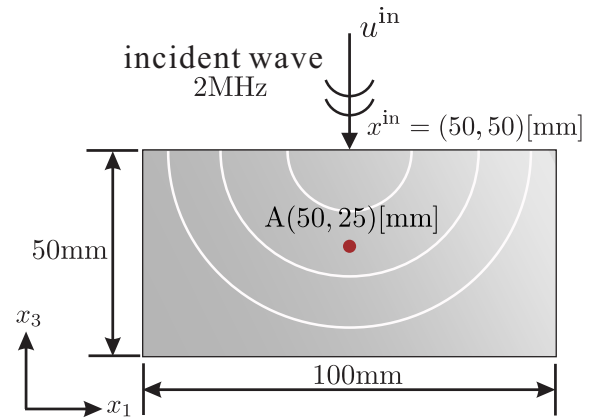


Fig.3 Analysis model for the elastic wave propagation in the isotropic steel.

す. Fig.4(a)-(d) より, 同心円状に伝搬するP波とS波を確認することができる. また, Fig.4(c) より, ヘッドウェーブを, Fig.4(d) より, 境界からの反射波も確認することができる.

一方, MPS法により得られた数値解とFEMにより得られた数値解を比較した結果を Fig.5 に示す. Fig.5 は, Fig.3 のモデル中央部 A 点における変位の絶対値 $|u|/u_0$ の時間変化を示している. MPS法により得られた数値解は, FEMにより得られた数値解と概ね一致しており, MPS法の解析コードの妥当性が示された.

5.2. 高調波励起シミュレーション

次に, 4節で述べた, き裂面の接触モデルを考慮した解析結果を示す. 解析モデルの形状寸法は, Fig.6 のような長方形領域 $50\text{mm} \times 100\text{mm}$ とした. また, き裂中心は底面中央から高さ 37.5mm の位置に設置し, き裂の長さは 2mm とした. 後の説明で登場する式 (23) や式 (24) における変位振幅 u_0 および周期 T は, それぞれ $u_0 = 10.0 \times 10^{-9}(\text{m})$, $T = 5.0 \times 10^{-7}(\text{s})$ で与えた.

5.2.1. P波垂直入射(き裂面の開閉口を考慮)の場合

まず, P波を垂直入射させた場合の等方性鋼材中の高調波励起シミュレーションの結果を示す. P波を垂直入射させた場合, き裂面が開口と閉口を繰り返す状態となるため, き裂面

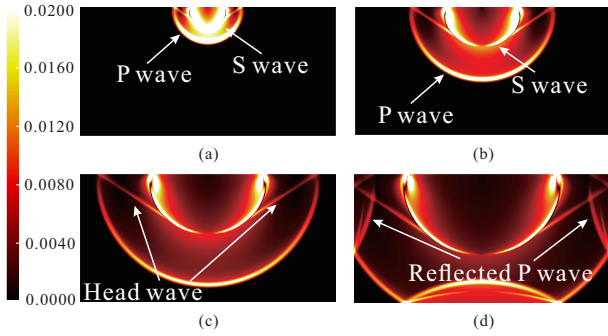


Fig. 4 Snapshots of displacement fields $|u|/u_0$ (a) $n = 1250$ (b) $n = 2500$ (c) $n = 3750$ (d) $n = 5000$.

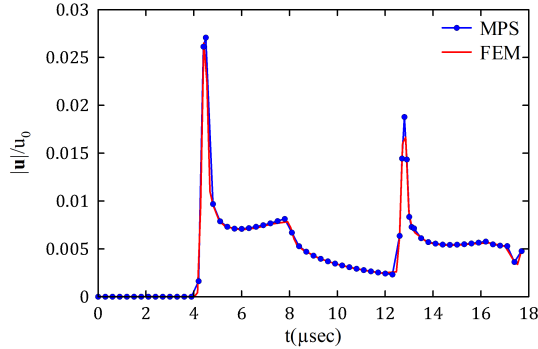


Fig. 5 Displacement $|u|/u_0$ at A of Fig.3 obtained by MPS and FEM.

の接触境界条件には、4.1節のき裂面の開閉口モデルが適用される。なお、入射波は、解析モデルの上面全粒子に次のように点波源を与え、平面波を模擬した。

$$u_3^{\text{in}} = -u_0 \sin 2\pi\alpha$$

$$\alpha = \begin{cases} \frac{n\Delta t}{T} & \text{for } (0 \leq \alpha \leq 5) \\ 0 & \text{for } (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (23)$$

Fig.6のA点で観測される透過波 u_3 の時刻歴波形を Fig.7に赤点線で示す。比較のため、き裂が存在しない場合の結果を青実線で示してある。Fig.7より、き裂が存在する場合は、き裂が存在しない場合と比較し、波形が歪んでいることがわかる。一方、Fig.8に Fig.7における、それぞれの波形のフーリエスペクトルを示す。ただし、縦軸は入射波の中心周波数に相当する2MHzのピーク値で正規化されていることに注意されたい。いずれの場合においても、入射波の中心周波数である2MHzにおいて、スペクトルピークが卓越している。また、き裂が存在しない場合では、その他の周波数成分の割合はピーク値である2MHzを境になだらかに減少する。一方、き裂が存在する場合は、入射超音波の中心周波数2MHzの2倍、3倍に対応する4MHz、6MHzにおいてピークを確認することができ、2次、3次高調波がそれぞれ発生していることがわかる。

5.2.2. S波垂直入射(き裂面の滑動を考慮)の場合

次にS波を垂直入射させた場合の等方性鋼材中の高調波シミュレーション結果を示す。S波垂直入射の場合、き裂が閉口したまま滑動する状態となるため、き裂面の接触モデルは4.2

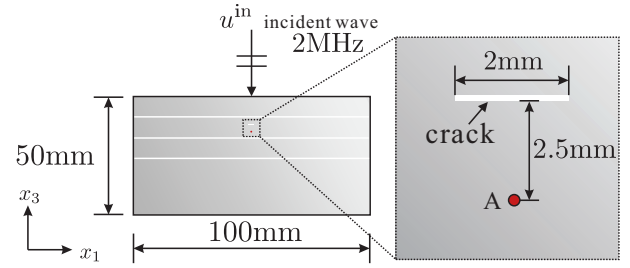


Fig. 6 Analysis model for the higher-harmonic simulation.

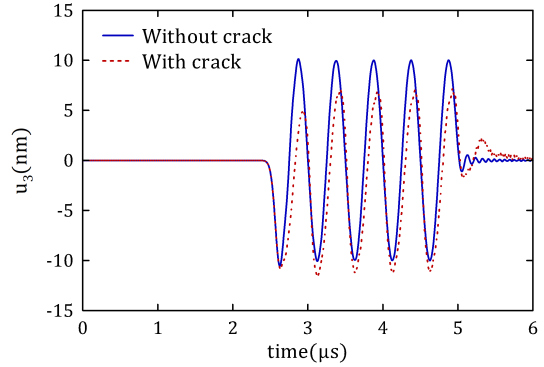


Fig. 7 Time history of u_3 components of transmitted waves at A of Fig.6 due to the P-wave incidence.

節で述べたき裂面の滑動モデルとなる。入射波は、解析モデル上面全粒子に次のような点波源を与え、平面波を模擬した。

$$u_1^{\text{in}} = -u_0 \sin 2\pi\alpha$$

$$\alpha = \begin{cases} \frac{n\Delta t}{T} & \text{for } (0 \leq \alpha \leq 5) \\ 0 & \text{for } (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (24)$$

また、式(20)における粒子 i のき裂面に対する鉛直方向反力 $[[f'_n]_i]$ は、き裂が存在しない場合の粒子に作用する最大せん断力 $[[f'_s]_i^{\text{max}}]$ を用いて、 $[[f'_n]_i]/[[f'_s]_i^{\text{max}}] = 0.75$ で与え、全時間ステップで一定とした。式(24)を用いて入射波を与えた場合の Fig.6のA点で観測される透過波 u_1 の時刻歴波形を Fig.9に赤点線で示す。比較のため、き裂が存在しない場合の結果も青実線で示してある。Fig.9より、き裂が存在する場合は、き裂が存在しない場合と比較し、波形が歪んでいることが見て取れる。一方、Fig.10は Fig.9における結果のフーリエスペクトルを示している。いずれの場合においても、入射波の中心周波数である2MHzにおいて、スペクトルのピークが卓越していることがわかる。き裂が存在する場合は、入射超音波の中心周波数2MHzの3倍、5倍に対応する6MHz、10MHzにおいてスペクトルピークを確認することができ、奇数次の高調波である3次、5次高調波のみが発生していることがわかる。

6. 結言

MPS法を用いた非線形超音波法における高調波励起シミュレーションを行った。前論文⁽¹⁾を拡張し、ペナルティ法の概念をき裂面の接触に適用することで、き裂面の開閉口のみならず滑動も表現することができた。き裂面の開閉口を考慮した場合、偶数・奇数次の高調波が発生するが、き裂面の滑動の

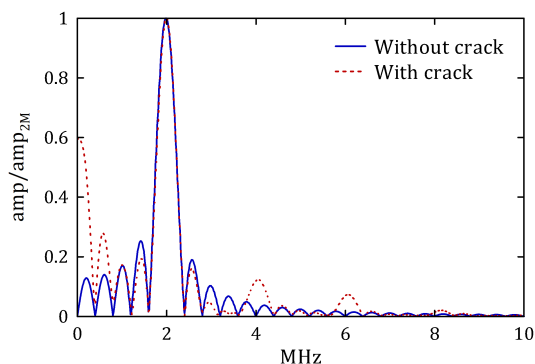


Fig. 8 Fourier spectrums of u_3 components of the transmitted waves in Fig.7.

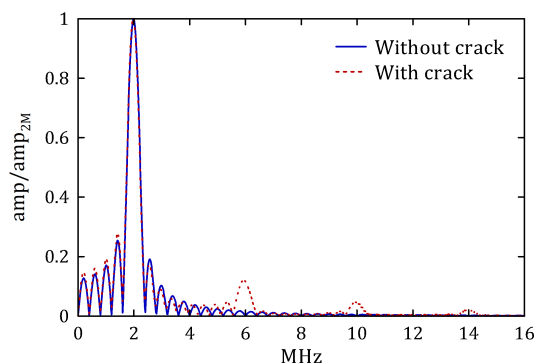


Fig. 10 Fourier spectrums of u_1 components of the transmitted waves in Fig.9.

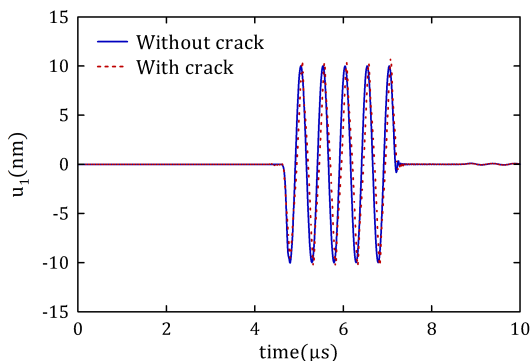


Fig. 9 Time history of u_1 components of transmitted waves at A of Fig.6 due to the S-wave incidence.

みを考慮した場合は、奇数次の高調波のみが励起された。この傾向は、既往の研究結果⁽³⁾と一致する。前論文⁽¹⁾で言及したように、解析スキームが陽的なMPS法では、発生機構が未知である分調波シミュレーションを行うに当たり、様々な状況をトライアルしやすい。そのため、陰解法であり比較的計算時間を要する境界要素法の弱点を補う手法として、MPS法の適用は十分な有効性があると考えられる。今後は、境界要素法を用いた場合との比較を行い、解析手法の妥当性をさらに検討するとともに、き裂面の粗さや形状等も考慮した、より複雑な非線形超音波シミュレーションについて取り組む予定である。また、分調波の励起シミュレーションも行う予定である。

謝辞

本研究はH27-H29年度科学研究費補助金挑戦的萌芽研究15K14018、平成30年度学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点（課題番号: jh180049）の支援の下、行われた。

参考文献

- (1) 野口豪気, 斎藤隆泰: MPS法を用いた非線形超音波法における高調波の励起シミュレーション, 計算数理工学論文集, **17**(2017), pp.13-18.
- (2) 非破壊検査, 検査と材料評価, 特集 非線形超音波法による非破壊検査・評価 V, **64**(12)(2015), 社) 日本非破壊検査協会.

- (3) 斎藤隆泰, 古田雄輔, 廣瀬壮一, 中畑和之: 2次元動弾性演算子積分時間領域境界要素法を用いた非線形超音波法における高調波の励起シミュレーション, 土木学会論文集A2(応用力学), **67**(2)(2011), pp.L161-L169.
- (4) H. Yamawaki: 1-Dimensional analysis of ultrasound at closed interface of solid, *J. Phys. Conf. Ser.*, **520**(2014), 012020.
- (5) A. Ibrahim, K. Nakahata, H. Yamawaki, I. Watanabe: One dimensional EFIT modeling and experimental validation of dynamic interfacial bonding, *Mech. Eng. Lett.*, **3**(2017), 16-00605.
- (6) S. Hirose and T. Saitoh: Numerical simulation of nonlinear ultrasonic waves due to bi-material interface contact, *J. Phys. Conf. Ser.*, **520**(2014), 012007.
- (7) S. Hirose, and J. D. Achenbach: Higher harmonics in the far-field due to dynamic crack-face contacting, *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**(1)(1993), pp.142-147.
- (8) 斎藤隆泰, 石田貴之, 福井卓雄, 廣瀬壮一: 演算子積分法および高速多重極法を用いた新しい二次元時間領域動弾性境界要素法について, 応用力学論文集, **11**(2008), pp.193-200.
- (9) 丸山泰蔵, 斎藤隆泰, 廣瀬壮一: CQ-BEMを用いた非線形超音波法の3次元数値シミュレーション, 土木学会論文集A2(応用力学), **70**(2)(2014), pp.L235-L246.
- (10) T. Maruyama, T. Saitoh and S. Hirose: Numerical study on sub-harmonic generation due to interior and surface breaking cracks with contact boundary conditions using time-domain boundary element method, *Int. J. Solids. Struct.*, **126-127**(2017), pp.74-89.
- (11) 越塚誠一: 粒子法, (2005), 丸善株式会社.
- (12) 田中正幸, 酒井幹夫, 越塚誠一: 粒子ベース剛体シミュレーションと流体との連成, *Trans. JSCES.*, **2007**(2007), 20070007.
- (13) 岩本哲也・小野祐輔: 弾性波伝搬問題に対する粒子法の適用性, 応用力学論文集, **12**(2009), pp.611-622.