

個別要素法に基づく衝撃崩壊問題の定式化とその応用

A FORMULATION FOR IMPACT COLLAPSE ANALYSES
BASED ON DISTINCT ELEMENT METHOD AND ITS APPLICATION後藤 圭太¹⁾, 荒井 政大²⁾, 長田 圭介³⁾

Keita GOTO, Masahiro ARAI and Keisuke NAGATA

- 1) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: goto@nuae.nagoya-u.ac.jp)
 2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: arai@nuae.nagoya-u.ac.jp)
 3) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: nagata.keisuke@b.mbox.nagoya-u.ac.jp)

In this paper, dynamic impact collapse behavior of thin-walled structures is analyzed using the distinct element method (DEM). For this, the bending and torsional springs are newly introduced into the distinct element method to calculate bending and torsional moments with single layer elements. In addition, the elastoplastic constitutive equation and the fracture criterion are employed for the normal and bending springs to take into account the nonlinear behavior of materials. Using the proposed method, the numerical demonstration aiming for application to large-scale structures is performed and validity of the method is investigated through the impact buckling analysis of thin-walled cylinders.

Key Words: Distinct Element Method, Thin-Walled Structure, Impact Collapse Analysis, Nonlinear Behavior

1. 緒言

事故が生じた際の安全性確保の観点から、構造物の衝突時における損傷・破壊挙動を精度良く予測する必要がある。航空機や自動車を対象として衝撃崩壊解析が幅広く取り組まれている。構造分野における数値計算法としては有限要素法 (finite element method : FEM) が主流であるが、これは精度的な面で優位性が高いものの、非線形性を伴う複数物体の衝突問題は計算の難易度が非常に高いことに加え、膨大な計算コストが大きな課題となっている。

一方、土木工学分野を中心に発展を遂げてきた個別要素法 (distinct element method : DEM)⁽¹⁾ は、解析対象を多数の粒子要素を用いてモデル化し、各要素の運動方程式を逐次的に解くことでその変形挙動を求める手法である。個別要素法の利点として、各要素間の相互作用力をばねとダッシュポットのみで表現しているためパラメーターの設定が容易であり、また非線形性を有する動的問題に対しても親和性が高いことが挙げられる。加えて、陽的な解析アルゴリズムの適用が容易で、プログラムが非常にシンプルであることも大きな利点である。このような背景から、構造分野における個別要素法の適用例も増加しつつあり⁽²⁾、破壊を伴うコンクリート/金属球^(3,4) やセラミックス/剛体球^(5,6) の衝突崩壊

解析などが報告されている。

しかし、従来の個別要素法では垂直応力とせん断応力に対応する垂直ばね・せん断ばねのみを考慮していることから、材料の曲げ・ねじり挙動を精度良く表現するためには、板厚方向に対して複数層で離散化し応力分布を求める必要がある。このため、薄肉構造物に個別要素法を適用する場合、層状の要素分割によって計算コストが増加するという課題があった。そこで著者らは、従来の個別要素法に対し、新たに曲げ・ねじり変形に対応する曲げばね・ねじりばねを導入することで、板厚方向に対しても単層構造で薄肉構造物の曲げ・ねじり挙動を解析可能とする手法を提案するとともに、垂直ばねおよび曲げばねに対して材料非線形性を考慮することで、アルミニウム合金平板/剛体球の衝突などを模擬した数値実験を実施した⁽⁷⁾。

本稿では上記で提案した曲げばね・ねじりばねを有する個別要素法を用いて構造物の衝撃崩壊解析を実施し、提案手法の妥当性・有効性について検証を行うことを目的とする。まず、大規模構造物への適用を想定し、実機の形状や質量、強度を参考に航空機モデルを作成し、航空機と剛体壁の衝突を模擬した例題解析を実施する。つづいて、薄肉円筒の衝撃座屈問題について、垂直ばねに対してポアソン効果を導入するとともに、弾塑性構成式を適用して個別要素法による解析を実施し、実験結果および有限要素法との比較を行う。

2018 年 9 月 14 日受付, 2018 年 10 月 22 日受理

[†]Dedicated to the memory of Prof. Kobayashi

2. 曲げばね・ねじりばねを有する個別要素法⁽⁷⁾

2.1. 基礎理論

従来の個別要素法では、板厚方向を複数層の要素で離散化することにより垂直・せん断応力分布を表現していたため、単層構造では曲げ・ねじりモーメントを表現することが不可能であった (Fig. 1(a)). そこで、単層構造で薄肉構造物のモデル化を可能にするため、曲げとねじりに対応する2つのばね要素を新たに導入する (Fig. 1(b)).

従来の個別要素法においては、法線方向・接線方向の2種類のばねが用いられる (Fig. 2(a),(b)). これらは要素*i*とそれに隣接する全ての要素*j*間の法線方向の相対変位 \mathbf{u}_n と接線方向の相対変位 \mathbf{u}_s に対して働き、要素間に以下の垂直・せん断力 $\mathbf{f}_n \cdot \mathbf{f}_s$ を発生させる。

$$\mathbf{f}_n = k_n \mathbf{u}_n, \mathbf{f}_s = k_s \mathbf{u}_s \quad (1)$$

ここで、 k_n および k_s はそれぞれ垂直・せん断変形に対するばね定数であり、要素を格子状に配置してモデル化を行う場合は、単純引張・せん断理論に基づき次式で与えられる。

$$k_n = \frac{E\Delta bh}{d}, k_s = \frac{2G\Delta bh}{d} \quad (2)$$

上式において、 E および G はヤング率およびせん断弾性係数である。また、 d は要素間距離、 Δb は要素幅、 h は板厚をそれぞれ表す。

本稿では上記の2つのばね要素に加えて、曲げとねじりに対するばね要素を導入する (Fig. 2(c),(d)). これらは要素*i*, *j*間の曲げ方向相対回転角 $\Delta\phi_b$ とねじり方向相対回転角 $\Delta\phi_t$ に対して働き、要素間に以下の曲げ・ねじりモーメント $\mathbf{M}_b \cdot \mathbf{M}_t$ を発生させる。

$$\mathbf{M}_b = k_b \Delta\phi_b, \mathbf{M}_t = k_t \Delta\phi_t \quad (3)$$

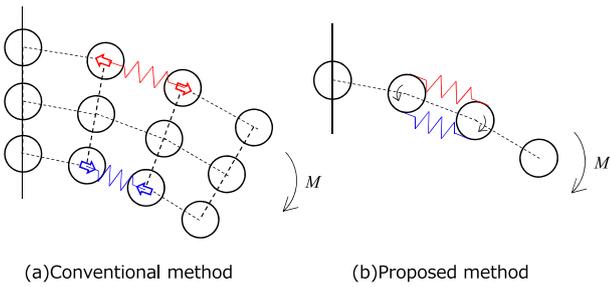


Fig. 1: Conventional and proposed methods.

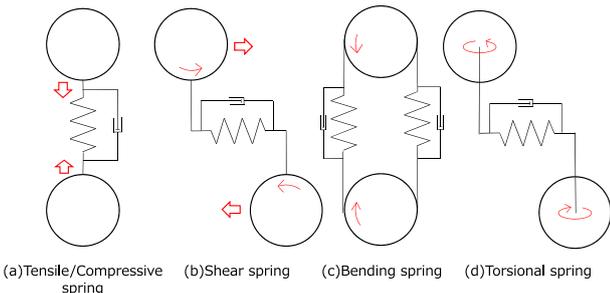


Fig. 2: Spring models.

ここで $k_b \cdot k_t$ は曲げ・ねじり変形に対するばね定数であり、格子配列のモデルでは薄板の曲げ理論に基づき、

$$k_b = \frac{E\Delta bh^3}{12d}, k_t = \frac{G\Delta bh^3}{6d} \quad (4)$$

と求めることができる。ただし、以上においては簡化のため、ポアソン効果および粘性項の寄与は省略している。

これらの関係式から、要素*i*に作用する合力 \mathbf{F}_i および合モーメント \mathbf{M}_i は次のように計算できる。

$$\mathbf{F}_i = \sum_j (\mathbf{f}_n + \mathbf{f}_s) \quad (5)$$

$$\mathbf{M}_i = \sum_j (r_i \mathbf{e}_n \times \mathbf{f}_s + \mathbf{M}_b + \mathbf{M}_t) \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{e}_n は要素*i*から要素*j*方向への単位ベクトル、 r_i は要素*i*の半径を示している。したがって、要素*i*の質量を m_i 、慣性モーメントを I_i とすると、要素*i*に対する運動方程式は次のように表される。

$$m_i \ddot{\mathbf{x}}_i + C_{x,i} \dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{F}_i \quad (7)$$

$$I_i \ddot{\phi}_i + C_{\phi,i} \dot{\phi}_i = \mathbf{M}_i \quad (8)$$

ここで、 $C_{x,i}$, $C_{\phi,i}$ は減衰定数、 \mathbf{x}_i , ϕ_i は要素の並進・回転変位である。この運動方程式を各要素について順次解き進めることで、構造物全体の動的挙動を解析することが可能である。

2.2. 塑性変形と破壊の考慮

本節では、引張・圧縮変形に対して塑性変形および破壊が生じると仮定した個別要素法の定式化を導入する。弾完全塑性材料を仮定すると、その応力-ひずみ関係は弾性域では線形であり、降伏点以降では応力一定となる。また破壊基準としては、2つの要素間の距離 d 、要素間の自然長 d_0 をもとに、要素間のひずみが破断ひずみ ε_f 以上に達した場合に結合要素 (ばね) が破壊するとし、以下のように条件を設定する。

$$d \geq (1 + \varepsilon_f) d_0 \quad (9)$$

本章では新たに曲げ変形に対する要素を導入したため、曲げばねについても塑性変形を考慮する。要素間の曲げ方向相対回転角と曲げモーメントの関係について考えると、板の上下端部分より降伏が進行するにつれて非線形的に曲げモーメントが増加する。この時、弾性域における曲げばね定数 k_b と塑性域における曲げばね定数 k_{bp} との関係は、塑性変形が生じ始める際の隣接要素間の相対回転角 $\Delta\phi_{b0}$ を用いて、弾完全塑性はりの曲げ理論に基づき次式のように定義する⁽⁸⁾。

$$k_{bp} = \frac{3\Delta\phi_{b0}}{2\Delta\phi_b} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta\phi_{b0}}{\Delta\phi_b} \right)^2 \right] k_b \quad (10)$$

また曲げ要素の破壊は、板の上下端部分の変形量が垂直ばねの破断基準値を超えた場合に破断するとみなし、次のように設定する。

$$d_0 + \frac{|\Delta\phi_b| h}{2} \geq (1 + \varepsilon_f) d_0 \quad (11)$$

ただし本研究では、薄肉構造物の破壊現象において変形量が小さいと考えられるせん断・ねじり変形に対しては、塑性変形および破断は考慮しないこととする。

3. 航空機の高速度衝突解析

提案手法の有用性を示すため、2章で述べた理論に基づき、大型構造物への適用例として航空機と剛体壁の衝突解析を実施する。航空機は Boeing 777-200 を対象とし、各部位を単純な形状で表現することにより Fig. 3 に示す航空機モデルを作成した（胴体は半楕円体の機首部と円錐の機尾部を円筒で接続した構造、主翼は上下に2枚の平板を有するシェル構造、尾翼は1枚の平板構造）。材料はアルミニウム合金 A2024-T4 を仮定し、材料定数は Table 1 のように設定した。しかしモデルは外板（板厚 2.0mm）のみの構造である上に、エンジンなどの装備品についてはモデル化を行っていないため、このままでは主翼・胴体の強度・剛性やモデル全体の質量は、実機のものとは大きく異なる。

そこで、実際の重量や運用時の最大加速度、安全率などから実機の強度・剛性を割り出し、モデルのヤング率を修正することで、実機の強度・剛性を模擬する。まず、主翼については運用時に許容される加速度から最大曲げモーメントを推算し、実機とモデルの曲げ強度が一致するようにヤング率を補正する。機体の空虚重量 138000kg と搭載可能なペイロード重量 53000kg より最大無燃料重量を 191000kg と仮定し、最大加速度を 3.0G、安全率を 1.5 とすると、実機主翼が耐えうる最大曲げモーメントは $4.27 \times 10^7 \text{N}\cdot\text{m}$ と求められる。一方、航空機モデル主翼が耐えうる曲げモーメントは、Table 1 より求められる降伏応力と翼形状を元に計算すると $1.05 \times 10^7 \text{N}\cdot\text{m}$ である。したがって、これらの値の比をとることで主翼におけるヤング率の修正率が得られる。また、主翼にこの最大曲げモーメントが作用した際に、胴体部においても曲げ破壊が生じないと考え、胴体部が耐えうる最大曲げモーメントから修正率を求めると、その修正率は主翼が 4.08 倍、胴体が 3.67 倍と求められる。さらに、質量に関しても実機とモデルの重量を比較し、主翼・尾翼・胴体の密度をそれぞれ補正する。Fig. 3 の航空機モデルではエンジン

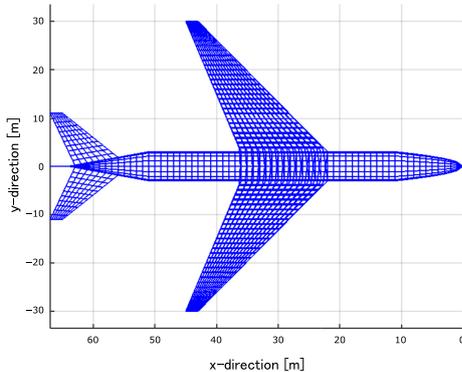


Fig. 3: Airplane model.

Table 1: Material parameters of A2024-T4.

Young's modulus E	70.3 [GPa]
Poisson's ratio ν	0.345
Yield strain ε_y	0.0046
Fracture strain ε_f	0.20
Density ρ	2700 [kg/m ³]

Table 2: Parameters of collision analysis.

Length of fuselage	64.0 [m]
Diameter of fuselage	6.0 [m]
Wingspan	60.0 [m]
Number of elements	2894
Weight of airplane	126000 [kg]
Velocity of airplane	80.0 [m/s]
Time increment Δt	10.0 [μs]

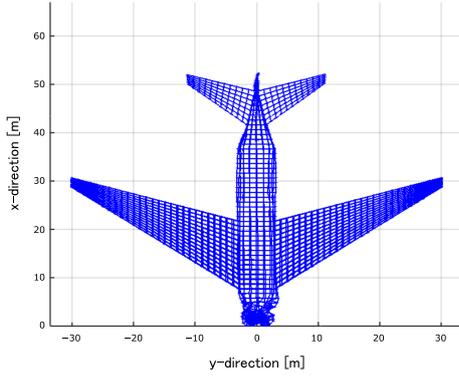
ンのモデル化を省略しているため、空虚重量 138000kg からエンジン 2 基分の重量 6000kg を引くことで、モデルの機体重量を 126000kg と設定する。密度の修正率は、主翼と胴体部は 3 倍、尾翼は 2 倍を基本とし、さらに装備品等の重量は胴体下部に集中していることから、胴体下部の修正率を 4.73 倍、9.46 倍、18.92 倍と段階的に変化させることで、実機の重量とモデル重量を一致させる。加えて、翼根部分は十分な補強を施し（ヤング率を 50 倍に設定）、主翼の上翼・下翼間に関してはリブ・スパーを模擬したばねを組み込む（ヤング率を 10 倍に設定）ことで主翼の剛性を表現する。航空機モデルの諸元および解析条件を Table 2 に示す。

解析により得られた $t = 0.8\text{s}$ までの変形形状を Fig. 4(a)-(c) に示す。解析結果を見ると機首部分から破壊が進行し (Fig. 4(a))、翼根部周辺は補強がなされているために変形は少ないものの、翼根部後方では航空機胴体に大きな座屈変形が生じている様子が確認できる (Fig. 4(b),(c))。以上の結果から本手法により、航空機のような大規模構造物についてもその変形・破壊挙動を追跡できることが確認された。ただし、今回作成したモデルはいくつかの仮定を行い、単純な形状を用いて作成したものであるため、より精度を上げた解析を行うためには航空機モデルのさらなる改良が必要となる。

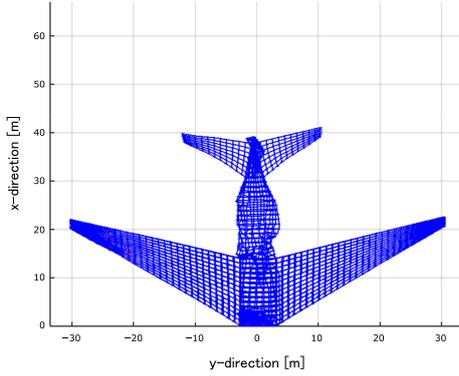
4. 薄肉円筒の衝撃座屈解析

本章では高速衝撃を受ける薄肉円筒の座屈解析を実施し、文献との比較を行うことで妥当性の検証を試みる。ここでは解析精度向上のため、前章の理論に対して以下の拡張を行う。

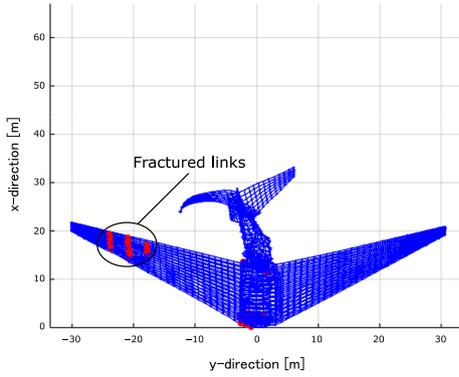
改良 1 点目は、垂直ばねに対するポアソン効果の導入である。ただし、本アルゴリズムにおいては塑性域でのポアソン



(a) $t = 0.2s$.



(b) $t = 0.4s$.



(c) $t = 0.8s$.

Fig. 4: Deformation history of airplane.

効果を正確に記述することは困難であるため、弾性構成式を元にポアソン効果を導入する。弾性域での垂直応力 σ_x , σ_y および垂直ひずみ ε_x , ε_y の関係式は次式で与えられる。

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \quad (12)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) \quad (13)$$

しかし、2要素間のみの位置関係から ε_x , ε_y の両方を求めることは不可能であるため、周辺要素との位置関係を用いてこれらを求めなければならない。ここで、Fig. 5に示すような要素 i および要素 j 間のリンクに着目すると、まずはこれらの2要素間の位置から ε_x が算出できる。つづいて、要素 i および要素 j と y 軸方向のリンクを形成している4つのリンク

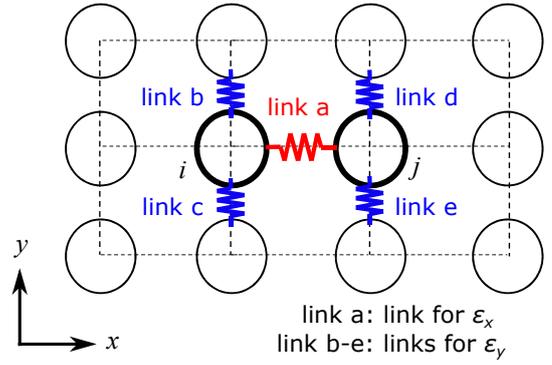


Fig. 5: Poisson's effect model.

クに着目し、これらのリンクにおける y 軸方向ひずみに関して平均値をとることで ε_y を計算する。これにより、式 (12) の関係から着目している要素 i , 要素 j 間の応力 σ_x を求めることが可能となる。

次に、改良2点目として公称応力・公称ひずみに替わり、真応力・真ひずみを導入する。公称ひずみ ε と真ひずみ $\tilde{\varepsilon}$ 、および公称応力 σ と真応力 $\tilde{\sigma}$ の関係式は次式で与えられる。

$$\tilde{\varepsilon} = \ln(1 + \varepsilon) \quad (14)$$

$$\tilde{\sigma} = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (15)$$

要素間力の計算は、得られた真応力を公称応力へと変換し、初期状態の要素間面積を乗じることで求められる。

つづいて、改良の3点目として塑性構成式の導入を試みる。2章の理論では弾完全塑性材料を仮定していたが、材料の塑性挙動をより精度良く表現するために、本節では塑性域の構成方程式として Ludwik の式を用いることとする。

$$\tilde{\sigma} = \sigma_{yield} + K\tilde{\varepsilon}_p^n \quad (16)$$

ここで、 σ_{yield} は降伏応力、 K は加工硬化係数、 n は加工硬化指数である。また、 $\tilde{\varepsilon}_p$ は真塑性ひずみであり、真全ひずみ $\tilde{\varepsilon}$ 、真弾性ひずみ $\tilde{\varepsilon}_e$ との間には

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_e + \tilde{\varepsilon}_p \quad (17)$$

の関係がある (Fig. 6)。ここで、弾性構成式として

$$\tilde{\sigma} = E\tilde{\varepsilon}_e \quad (18)$$

が成り立つと仮定すると、式 (16) は

$$E\tilde{\varepsilon}_e = \sigma_{yield} + K\tilde{\varepsilon}_p^n \quad (19)$$

と書き改めることができる。したがって、式 (17) および (19) から $\tilde{\varepsilon}_e$, $\tilde{\varepsilon}_p$ を算出したうえで、式 (16) または (18) の関係式を用いて真応力を計算すればよい。

さらに、4点目の改良として、要素間の垂直応力および曲げモーメントの算出方法を修正する。前章の理論では垂直ばねと曲げばねを非連成とすることで、解析的に求めたばね定数を用いてそれぞれの変位から個別に垂直応力と曲げモーメントを算出することが可能である。しかし、実際には垂直変

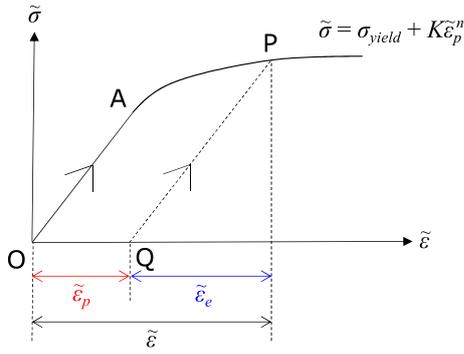


Fig. 6: Elastoplastic constitutive model.

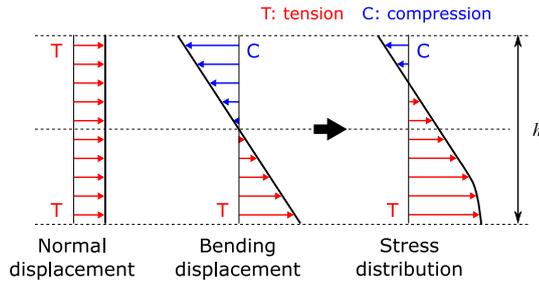


Fig. 7: Calculation of stress distribution.

位と曲げ変位は連成するため、本例題のようにモデルに大きな変形が生じている状態では、曲げ変位と曲げモーメントの関係にも影響が生じる。加えて塑性構成式に Ludwik の式を仮定するため、より非線形性が強まり、解析的にばね定数を求めることが困難となる。そこで本節では、要素間の垂直応力および曲げモーメントを求める際に、要素内の厚さ方向における垂直変位と曲げ変位の分布を考慮することで要素厚さ方向の応力分布を求め、要素間の垂直応力・曲げモーメントを数値的に計算することとする (Fig. 7)。

以上の拡張を行ったうえで、提案手法の妥当性を確認するために、円筒の衝撃座屈解析を実施し、文献との比較を行う。円筒の材料はアルミニウム合金 A6063-T6 とし、材料定数は Table 3 の値を使用した⁽⁹⁾。また、解析に用いた円筒モデルを Fig. 8(a) に、その寸法および要素数を Table 4 に示す。円筒モデルの下端は完全固定されており、円筒モデルの上端に剛体壁を Table 4 に示す条件で衝突させた。

解析により得られた $t = 20\text{ms}$ および $t = 40\text{ms}$ における円筒の変形図を Fig. 8(b),(c) にそれぞれ示す。まず $t = 20\text{ms}$ では、剛体壁面との衝突が生じた円筒上部に圧縮変形が生じ、ポアソン効果によって円筒が膨らむことでリンクルと呼ばれるひだが生じている様子が確認できる。薄肉円筒に対する衝撃圧縮問題では、このように衝撃を受けた部分から順次リンクルを形成しながら変形が進行することが知られており、今回の解析においてもそのような傾向が見られる (Fig. 8(c))。ポアソン効果を考慮しない場合、リンクルは形成されず円筒には軸方向圧縮変位が生じるのみであるため、本節で導入した修正項の効果が確認できたといえる。また、解析終了時 ($t = 120\text{ms}$) の変形形状 (Fig. 9(a)) を、先行研究⁽⁹⁾ における実験結果 (Fig. 9(b)) および有限要素法によ

Table 3: Material parameters of A6063-T6⁽⁹⁾.

Young's modulus E	69.7 [GPa]
Poisson's ratio ν	0.3
Yield stress σ_{yield}	195 [MPa]
Work-hardening coefficient K	142 [MPa]
Work-hardening exponent n	0.2
Density ρ	2690 [kg/m ³]

Table 4: Parameters of buckling analysis.

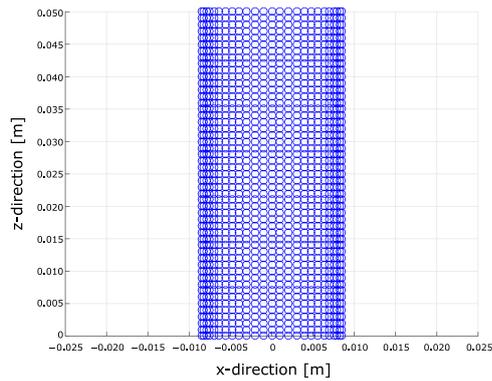
Dimensions of cylinder	100 × 17 × 0.6 [mm ³]
Number of elements	2652
Weight of rigid wall	55 [g]
Velocity of rigid wall	60 [m/s]
Time increment Δt	10.0 [ns]

る解析結果 (Fig. 9(c)) と比較すると、個別要素法で得られた結果はやや変形量大きいものの、その変形形状は3個のリンクルを形成しており、先行研究の結果と非常によく一致していることが確かめられる。変形量の差については、今回の解析では各要素間の接触を考慮していないために、円筒上部に要素の重なりが生じたためであると考えられる。要素の相互接触を考慮した解析も可能であるが、計算コストの観点から本研究ではこれを割愛する。

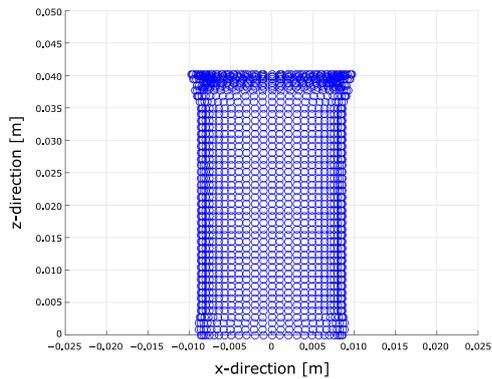
5. 結言

本研究では、航空機や自動車などの薄肉構造物の衝撃崩壊解析を行うことを目的とし、曲げばね・ねじりばねを有する個別要素法に基づく解析手法の妥当性・有効性について検証を行った。以下に本論文の結論を総括する。

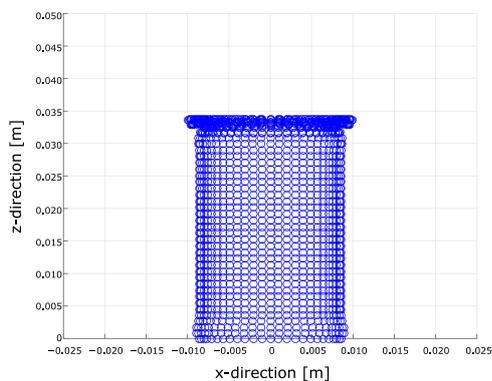
- 大型構造物への適用を見据えて、航空機と剛体壁の高速衝突解析を実施した。航空機のモデル化においては、単純な形状を組み合わせることでモデルを作成し、フレームやストリンガーといった構造については、実機の強度・剛性に一致するよう、モデルのヤング率に補正を加えた。また、質量に関しても実機と等しくなるようにモデルの要素質量に補正を行った。解析の結果、航空機の衝突の際に大きな変形が生じやすい部分を知ることができ、本手法が薄肉構造物の衝撃崩壊解析に対して非常に有用なツールとなり得ることが確認された。
- 提案手法についてさらなる改良を施すとともに、その妥当性を検証するため、薄肉円筒の衝撃座屈解析を実施した。解析にあたって、衝撃座屈挙動を精度良く予測するため、ポアソン効果の影響について考慮すると



(a) $t = 0\text{ms}$.



(b) $t = 20\text{ms}$.



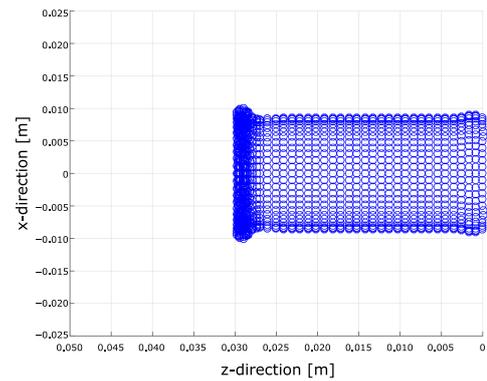
(c) $t = 40\text{ms}$.

Fig. 8: Deformation history of cylinder.

ともに、Ludwik の式に基づく弾塑性構成式を導入した。解析で得られた変形形状は、リンクルの形成個数なども含めて実験結果および有限要素法による解析結果と非常によく一致しており、提案手法が十分な解析精度を有していることが確かめられた。

参考文献

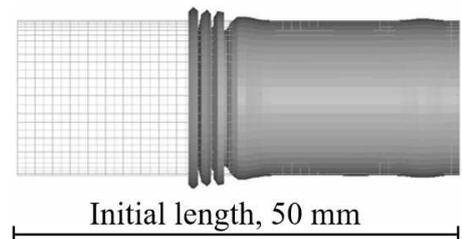
- (1) P. A. Cundall and O. D. L. Strack: A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, **29**(1979), pp. 47–65.
- (2) 伯野元彦: 破壊のシミュレーション (拡張個別要素法で破壊を追う), (1997), 森北出版株式会社.



(a) Result of present method.



(b) Result of experiment⁽⁹⁾.



(c) Result of finite element method⁽⁹⁾.

Fig. 9: Final profile of deformation.

- (3) S. A. Magnier and F. V. Donzé: Numerical simulations of impacts using a discrete element method, *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, **3**(1998), pp. 257–276.
- (4) K. Liu, L. Gao, S. Tanimura: Application of discrete element method in impact problems, *JSME International Journal Series A*, **47**(2004), pp. 138–145.
- (5) 梅津浩一, 佐伯敏郎, 富永修治, 池田清彦: 拡張個別要素法によるセラミックス平板の衝撃破壊解析, *材料*, **51**(2002), pp. 821–825.
- (6) 梅津浩一, 佐伯敏郎, 木之下広幸, 池田清彦: 拡張個別要素法による三次元衝撃破壊解析, *日本機械学会論文集 (A編)*, **72**(2006), pp. 836–842.
- (7) 長田圭介, 荒井政大, 後藤圭太: 個別要素法による薄肉構造物の衝突崩壊解析, *日本航空宇宙学会論文集*, **65**(2017), pp. 21–26.
- (8) 吉田総仁: 弾塑性力学の基礎, (1997), 共立出版株式会社.
- (9) 足立忠晴: 高速衝撃をうける薄肉円筒の吸収エネルギー向上の検討, *Altair Technology Conference*, (2013).