

CFRP 中の層間剥離に対する逆散乱解析

INVERSE SCATTERING ANALYSIS FOR A DELAMINATION IN CFRP

小野寺 貴¹⁾, 斎藤 隆泰²⁾, 古川 陽³⁾, 廣瀬 壮一⁴⁾

Takashi ONODERA, Takahiro SAITOH, Akira FURUKAWA and Sohichi HIROSE

- 1) 群馬大学大学院理工学府 修士課程 (〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1, E-mail:t14303027@gunma-u.ac.jp)
 2) 群馬大学大学院理工学府 准教授 (〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1, E-mail:t-saitoh@gunma-u.ac.jp)
 3) 東京工業大学環境・社会理工学院 助教 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:furukawa.a.aa@m.titech.ac.jp)
 4) 東京工業大学環境・社会理工学院 教授 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:shirose@cv.titech.ac.jp)

This paper shows an inverse scattering technique for a delamination in carbon fiber reinforced plastic (CFRP). The fundamental anisotropic elastodynamic theory and group velocity curves are discussed. Next, the inverse scattering analysis model for a delamination in CFRP and the formulation are introduced. The scattered wave forms used in the inverse scattering analysis are calculated by using the convolution quadrature time-domain boundary element method (CQBEM), and are shown to confirm the wave propagation behavior in CFRP. Finally, some reconstruction results for a delamination in a unidirectional CFRP, quasi-isotropic CFRP, and isotropic material are shown to verify our proposed method.

Key Words: Inverse scattering analysis, CFRP, Delamination, CQBEM.

1. はじめに

本論文では, 近年, 需要が増加している炭素繊維強化プラスチック (CFRP: Carbon Fiber Reinforced Plastic) 中の層間剥離に対する逆散乱解析手法について検討する。

CFRP は炭素繊維シートを積層して形成される材料であり, 軽量で高強度な性質を有する。現在では, 橋梁, 航空機, 自動車等, 工学における様々な分野で広く利用されている。材料内部の欠陥を検出する方法として, 現場で最も広く利用されている非破壊評価法は, 超音波非破壊評価法である。しかしながら, CFRP は積層方法に依存した音響異方性の性質を有することから, 超音波の波動伝搬は複雑となるため, 探傷精度の低下が懸念されている。また, CFRP は積層面に層間剥離が生じやすいことが知られている。よって, CFRP に対する超音波非破壊評価法では, 層間剥離を如何に検出し, 画像化できるかが重要となる。

超音波非破壊評価法における欠陥の画像化手法として, 最も利用されている手法は開口合成法 (SAFT: Synthetic Aperture Focusing Technique)⁽¹⁾ である。SAFT の CFRP への適用は Spies⁽²⁾ らによって体積型欠陥を対象に行われているが, SAFT は観測波形の単純な重ね合わせにより欠陥形状を再構成するため, 観測波形の持つ情報を十分使い切れているとは言えない。一方, Colton⁽³⁾ らにより提案された逆散乱解析法は, SAFT

同様, 古くから使われてきた欠陥の画像化に対する有力な手法の 1 つである。逆散乱解析法は, 欠陥からの散乱波に対する積分方程式に, 適切な遠方近似式を導入し, 一般的な SAFT に比べ, より数学的に欠陥形状を再構成する手法である。SAFT に比べ, アルゴリズムが複雑になることは否めないが, 散乱波の持つ欠陥からの情報を多く利用した, 精度の良い欠陥形状再構成が可能である。また, 逆散乱解析法の特徴として, 再構成する欠陥が, 体積型か, 境界型かにより, 有効な定式化が異なることが挙げられる。実際, 北原ら⁽⁴⁾ は, 等方弾性体を対象に, Born 近似を体積型欠陥の再構成に, Kirchhoff 近似を境界型欠陥の再構成に適用し, 良好な結果を示している。一方, 著者らも, 近年, 逆散乱解析法に着目し, 面外⁽⁵⁾・面内波動⁽⁶⁾ を対象とした異方性弾性体中の欠陥に対する逆散乱解析法の開発を行ってきた。しかしながら, これらは体積型欠陥を想定した, Born 近似を用いた逆散乱解析法であり, CFRP 中の層間剥離のような, 境界型欠陥の形状を再構成する定式化ではない。先に述べたように, CFRP において, 最も注意すべき欠陥は, 境界型欠陥である層間剥離である。

そこで本研究では, 前論文⁽⁶⁾ を拡張し, Kirchhoff 近似を用いた, CFRP 中の層間剥離に対する逆散乱解析法を提案する。以下では, 層間剥離をき裂としてモデル化し, 逆散乱解析に用いるき裂からの散乱波形は, 演算子積分時間領域境界要素法 (CQBEM: Convolution Quadrature Boundary Element Method)⁽⁷⁾ を用いて求める。逆散乱解析法は積分方程式を基本としてお

2018 年 9 月 13 日受付, 2018 年 10 月 21 日受理

[†]Dedicated to the memory of Prof. Shoichi KOBAYASHI

り、境界要素法 (BEM)⁽⁸⁾ との親和性が高い。また、BEM は、き裂を厳密に扱うことができ、かつ、き裂面のみを離散化することで、き裂からの波動散乱現象を容易に再現できるため、本研究で必要なき裂からの散乱波を得るために最も適した順解析手法であるといえる。ただし、異方性弾性波動問題に対する CQBEM は、著者らによって開発が進められているものの⁽⁹⁾、散乱体がき裂である場合の解析例は数少ない⁽¹⁰⁾。

き裂に対する CQBEM の説明は文献⁽¹⁰⁾等に譲り、以下では、異方性弾性波動論における基礎式等について簡単に説明した後、解析モデルおよび逆散乱解析の定式化を示す。次に、逆散乱解析に用いた散乱波形を示した後、一方向 CFRP、擬似等方積層 CFRP 中の層間剥離の形状再構成結果を示すことで、本手法の妥当性を検討する。

2. 異方性弾性波動問題の基礎

本節では、異方性弾性波動論の基礎式について説明しておく。ここでの議論の一部は解析結果の妥当性の確認にも役立つ。

2.1. 基礎式

本研究では、2次元面内波動問題を扱うが、異方性弾性波動論は、一般的には3次元で説明する必要があるため、本節では3次元問題の定式化について述べる。本節では、特に断りのない限り、右下添え字 i 等のローマ文字は 1, 2, 3 の値を取るとする。

さて、物体力を無視した場合、異方性弾性体中の位置 \mathbf{x} 、時刻 t における変位 $u_i(\mathbf{x}, t)$ は、それぞれ次の運動方程式および構成式を満足する。

$$\sigma_{ij,j}(\mathbf{x}, t) - \rho \ddot{u}_i(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (\text{運動方程式}) \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) = C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{構成式}) \quad (2)$$

ここで、 $\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は応力、 ρ は異方性弾性体の密度、 $[\cdot]_{,i}$ は空間微分 $\partial/\partial x_i$ を、 $[\cdot]$ は時間微分を表す。また、 C_{ijkl} は弾性定数を表す。異方性弾性波動問題を考える際には、弾性定数 C_{ijkl} を直接用いるのではなく、Voigt 記号による弾性定数 $C_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, \dots, 6$) を使った表記が便利である。異方性弾性波動論や Voigt 表記の詳細については、例えば文献⁽¹¹⁾等を参照されたい。

2.2. 一方向 CFRP と擬似等方積層 CFRP の群速度曲線

異方性弾性波動問題においては、位相速度と群速度は一致せず、しかも、それらは方向依存性を有するため、波動散乱現象は複雑なものとなる。異方性弾性体中を伝搬する波動の波面は群速度で伝搬するため、後の数値解析結果の妥当性を確認するために、ここでは群速度を求めておく。なお、本研究では、解析対象として、一方向 CFRP および擬似等方積層 CFRP を選定する。本節で示す群速度曲線が描ければ、CFRP の積層方法によって波動伝搬挙動が異なることを、視覚的に理解することができる。

さて、異方性弾性体中の位相速度 c は、次の Christoffel 方程式を解くことで求めることができる⁽¹¹⁾。

$$(\Gamma_{ik} - \lambda \delta_{ik}) d_k = 0, \quad \Gamma_{ik} = C_{ijkl} n_j n_l \quad (3)$$

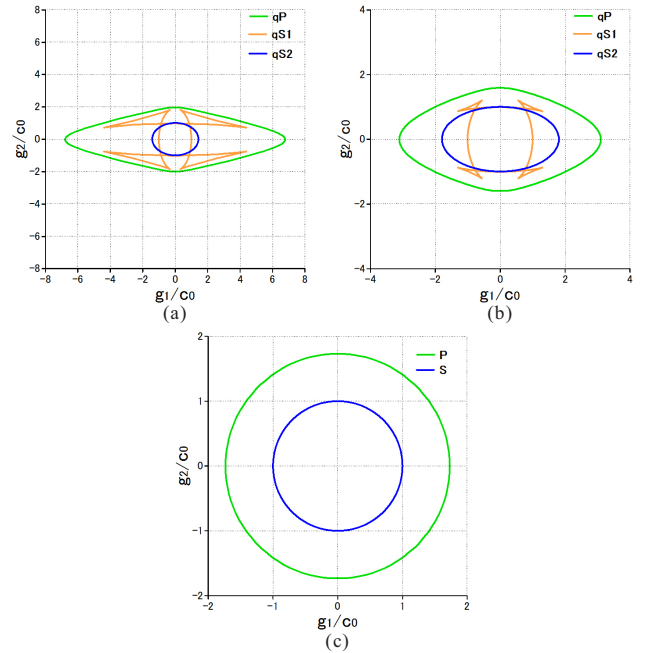


Fig.1 Group velocity curves of (a) unidirectional CFRP (b) quasi-isotropic CFRP and (c) isotropic material.

ここで、 δ_{ik} は Kronecker のデルタ、 Γ_{ik} は Christoffel テンソル、 n_j は伝搬方向単位ベクトルである。式 (3) は、 $\lambda = \rho c^2$ を固有値、 d_k を固有ベクトル (物理的には偏方向ベクトルを表す) とする固有方程式であり、最大で 3 つの固有値 λ と、対応する固有ベクトル d_i を求めることができる。 $\lambda = \rho c^2$ より、異なる 3 つの固有値 λ が求まることは、対応する 3 つの位相速度 c が求まることに他ならない。すなわち、位相速度が異なる 3 つの波動が存在し、それらは、qP 波 (擬似縦波)、qS1 波 (擬似横波)、qS2 波 (擬似横波) と区別される。なお、等方弾性体の場合は、式 (3) の Christoffel 方程式は重解を持ち、通常の P 波 (縦波) と S 波 (横波) が現れる。詳細は省略するが、位相速度 c^m に対応する群速度の j 方向成分 g_j^m は、次の式で求めることができる。

$$g_j^m = \frac{1}{\rho c^m} C_{ijkl} d_i^m d_l^m n_k \quad (4)$$

ここで右上添え字 m は、Christoffel 方程式 (3) を解くことで求まる最大で 3 つの波動を区別するための記号を表しており、1, 2, 3 のいずれかを取る。式 (1) より、伝搬方向ベクトル n_k を定めれば、対応する群速度 g_j^m を異なる 3 種類の波動毎に求めることが出来る。Fig.1(a), (b) に一方向 CFRP および擬似等方積層 CFRP の x_1 - x_2 積層面における群速度曲線を、比較のため、Fig.1(c) に等方性材料に対する x_1 - x_2 面における群速度曲線を示す。ただし、弾性定数は、一方向 CFRP の場合、 $C_{11} = 45.9$, $C_{12} = 1.8$, $C_{22} = 4.0$ で与え⁽¹²⁾、擬似等方積層 CFRP の場合は $C_{11} = 9.6$, $C_{12} = 0.77$, $C_{22} = 2.5$ で与えた⁽¹³⁾。また、等方性材料の場合は $C_{11} = C_{22} = 3.0$, $C_{12} = 1.0$ とし、それぞれ C_{66} で無次元化していることに注意されたい。なお、Fig.1 中の群速度の値も波速 $c_0 = \sqrt{C_{66}/\rho}$ で無次元化している。Fig.1(a), (b) より、一方向 CFRP は擬似等方積層 CFRP

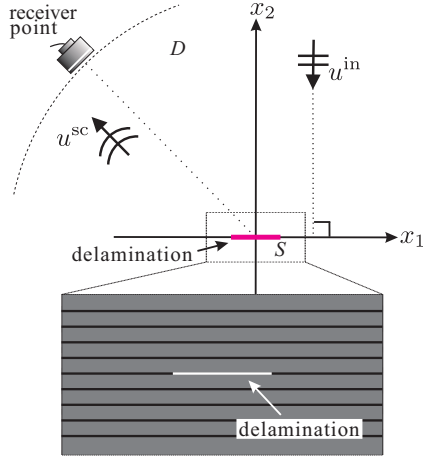


Fig. 2 Analysis model for a delamination in CFRP.

よりも、水平方向における qP 波の伝搬速度が相対的に速くなることからわかる。また、どちらの CFRP も、qS1 波の波面は x_1, x_2 方向でクロスするため、qS1 波は非常に複雑な波動伝搬挙動を示すことがわかる。すなわち、Fig.1(c) に示すような、P 波、S 波が等方に伝搬する等方性材料とは全く異なる波動伝搬挙動を示す。以下、本論文における数値解析例では、本節で用いた弾性定数を用いる。

3. CFRP 中の層間剥離に対する逆散乱解析の定式化

本節では、CFRP 中の層間剥離に対する解析モデルについて説明した後、逆散乱解析の定式化を示す。本研究で扱う CFRP は、等方弾性体中の波動問題と同様、波動伝搬を、面内問題と面外問題に分離して計算することが可能である。以下では、 x_1 - x_2 面における面内問題について考える。ただし、散乱波の観測点は qP 波と qS1 波が分離できる程度、層間剥離から十分遠方にあると仮定し、前論文⁽⁶⁾ 同様、逆散乱解析には qP 波についてのみ考えることに注意されたい。

3.1. CFRP 中の層間剥離に対する解析モデル

CFRP は炭素繊維シートを積層して形成される材料であることから、層間剥離はシートに平行な平面形状である。本研究で扱う一方向 CFRP および、擬似等方積層 CFRP は、積層方法は異なるものの、繊維方向はどちらも水平であるため、Fig.2 のように層間剥離は生じる。そこで本研究では、Fig.2 のように層間剥離に対して垂直に入射波を送信する場合を想定する。なお、弾性波の送受信点は十分遠方にあると考えていることから、入射波は平面波と仮定し、定式化を行う。

3.2. 逆散乱解析の定式化

本研究では、周波数領域での逆散乱解析の定式化を考え、周波数領域での物理量を $\tilde{}$ と表す。また、ここでの議論は面内波動問題であるため、特に断りのない限り、右下添字のローマ文字は、1, 2 の値を取ることに注意されたい。さて、式 (1) の時間に関するフーリエ変換を取り、周波数領域における運動方程式を導くと、次の式を得る。

$$\tilde{\sigma}_{i,j}(\mathbf{x}, \omega) + \rho\omega^2 \tilde{u}_i(\mathbf{x}, \omega) = 0 \quad (5)$$

ここで ω は角周波数を表す。全変位場 $\tilde{u}_i(\mathbf{x}, \omega)$ は、入射波動場 $\tilde{u}_i^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega)$ と散乱波動場 $\tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega)$ の重ね合わせ ($\tilde{u}_i(\mathbf{x}, \omega) =$

$\tilde{u}_i^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega) + \tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega)$) で表されることに注意し、式 (5) より散乱波 $\tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega)$ に関する境界積分方程式を導くと、次の式を得る。

$$\tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega) = - \int_S \tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) [\tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega)] dS_y \quad (6)$$

ここで、 $[\tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega)]$ はき裂開口変位、 $\tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ は周波数領域における 2 次元異方性弾性波動問題に対する二重層核であり、

$$\tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = C_{j k p l} \frac{\partial \tilde{U}_{ip}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial y_l} e_k(\mathbf{y}) \quad (7)$$

と定義する。ただし $e_k(\mathbf{y})$ は位置 \mathbf{y} における外向き単位法線ベクトル成分、 $\tilde{U}_{ip}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ は基本解であり、

$$\tilde{U}_{ip}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \simeq \frac{1}{8\pi^2} \int_{|\mathbf{n}|=1} \frac{P_{ip}(\mathbf{n})}{\rho c^2(\mathbf{n})} \phi(k(\mathbf{n})|\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}|) d\mathbf{n} \quad (8)$$

で表される。ここで、 $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$ 、 P_{ip} は式 (3) から導ける偏向方向ベクトルの積であり、 $P_{ip} = d_i d_p$ と表される。また、式 (8) における積分は単位円周と、その単位円周を示す単位方向ベクトル \mathbf{n} に関して実行され、 $c(\mathbf{n})$ は位相速度、波数 $k(\mathbf{n})$ は、 $k(\mathbf{n}) = \omega/c(\mathbf{n})$ である。周波数領域における異方性弾性波動問題の基本解は、Wang ら⁽¹⁴⁾ により示されており、その形式は、式 (8) の被積分関数を qP, qS1, qS2 波に対して実行し、総和を取るものとなっている。しかしながら、本研究では、本節冒頭で述べたように qP 波のみを考慮することから、式 (8) のように、3 つの波動の総和を取ることなく qP 波についてのみの表記で示していることに注意する。また、関数 ϕ は、虚数単位 i を用いて

$$\phi(\xi) = i\pi \exp(i\xi) - 2\{\cos(\xi)\text{ci}(\xi) + \sin(\xi)\text{si}(\xi)\} \quad (9)$$

で表される。ただし、 $\text{si}(\xi)$ および $\text{ci}(\xi)$ は、それぞれ、正弦関数と余弦関数であり、

$$\text{si}(\xi) = - \int_{\xi}^{\infty} \frac{\sin(s)}{s} ds, \quad \text{ci}(\xi) = - \int_{\xi}^{\infty} \frac{\cos(s)}{s} ds \quad (10)$$

と表される。また、式 (9) の右辺第二項は遠方場でゼロに漸近するため、結局、式 (9) の関数 ϕ は

$$\phi(\xi) \simeq i\pi \exp(i\xi) \quad (11)$$

と書くことができる。さて、式 (8) の基本解において、停留位相法を適用すると、式 (6) 中の二重層核 $\tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ の qP 波成分に対する遠方表現⁽¹⁵⁾ を次のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) &\simeq \frac{\text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi))}{C_{66}} \\ &\times \sqrt{\frac{k_0}{8\pi|\mathbf{r}||f''(\varphi^s)|}} S^3(\varphi^s) Q_{ij}(\varphi^s) \\ &\times \exp\left[ik_0|\mathbf{r}|f(\varphi^s) + i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s))\right] \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、関数 $Q_{ij}(\varphi^s)$ 、 $f(\varphi)$ 、 $S(\varphi)$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} Q_{ij}(\varphi^s) &= C_{i k p l} e_k(\mathbf{y}) n_l^i P_{p j}(\varphi^s) \\ f(\varphi) &= S(\varphi) |\cos(\varphi - \psi)|, \quad S(\varphi) = \frac{c_0}{c(\varphi)} \end{aligned} \quad (13)$$

で定義される。ここで sgn は符号関数、 $(\cdot)'$ は微分を表す。 φ^s は、 $f'(\varphi^s) = 0$ を満たす解であり、停留位相法における停留点となる。また、 $\mathbf{n}^s = (\cos \varphi^s, \sin \varphi^s)$ であり、 k_0 は波数 $k_0 = \omega/c_0$ を示している。 ψ は $(\mathbf{x} - \mathbf{y})/|\mathbf{x} - \mathbf{y}| = \hat{\mathbf{x}} = (\cos \psi, \sin \psi)$ を満たす偏角、 $c(\varphi)$ は φ 方向の qP 波の位相速度である。式 (12) を式 (6) に代入し、 $|\mathbf{r}| \approx |\mathbf{x}| - \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}$ なる遠方条件を適用して整理すれば、次の式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{sc}(\mathbf{x}, \omega) = & -\frac{\text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi))}{C_{66}} \sqrt{\frac{k_0}{8\pi|\mathbf{x}||f''(\varphi^s)|}} \\ & \times S^3(\varphi^s) C_{ikpl} n_l^s P_{pj}(\varphi^s) \\ & \times \exp\left[ik_0|\mathbf{x}|f(\varphi^s) + i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s))\right] \\ & \times \int_S e_k(\mathbf{y}) \exp\left[-ik_0f(\varphi^s)\hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}\right] [\tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega)] dS_y \quad (14) \end{aligned}$$

ここで、式 (14) 中の未知な開口変位 $[\tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega)]$ に対して、Kirchhoff 近似⁽¹⁶⁾ を導入する。層間剥離に対して送信する周波数領域での入射波 $\tilde{u}_j^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega)$ を、次の Ricker 波

$$\begin{aligned} \tilde{u}_j^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega) = & \hat{p}_j^{\text{in}} F(\omega) \exp(ik^{\text{in}} \hat{\mathbf{d}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{x}), \quad (15) \\ F(\omega) = & -u_0 \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \frac{\omega^2}{\exp(\omega^2/\omega_p^2) \exp(-i\omega t_s) \omega_p^3} \quad (16) \end{aligned}$$

と仮定する。ただし、 u_0 は振幅、 ω_p は中心角周波数、 t^s はピーク時刻であり k^{in} は c^{in} を入射波の位相速度としたときの波数 $k^{\text{in}} = \omega/c^{\text{in}}$ である。また $\hat{\mathbf{p}}^{\text{in}}$ 、 $\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}}$ は、それぞれ入射波の偏向方向単位ベクトル、伝搬方向単位ベクトルである。この時、Kirchhoff 近似より、未知な開口変位 $[\tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega)]$ を入射波によって照射される面における入射波 $\tilde{u}_j^{\text{in}}(\mathbf{y}, \omega)$ と反射波 $\tilde{u}_j^{\text{ref}}(\mathbf{y}, \omega)$ の和として、次のように表す。

$$\begin{aligned} [\tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega)] = & \tilde{u}_j^{\text{in}}(\mathbf{y}, \omega) + \tilde{u}_j^{\text{ref}}(\mathbf{y}, \omega) \\ = & \hat{p}_j^{\text{in}} F(\omega) \exp(ik^{\text{in}} \hat{\mathbf{d}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{y}) + \hat{p}_j^{\text{ref}} F(\omega) \exp(ik^{\text{ref}} \hat{\mathbf{d}}^{\text{ref}} \cdot \mathbf{y}) \quad (17) \end{aligned}$$

ここで、 k^{ref} は反射波の波速を c^{ref} としたときの波数 $k^{\text{ref}} = \omega/c^{\text{ref}}$ 、 $\hat{\mathbf{p}}^{\text{ref}}$ 、 $\hat{\mathbf{d}}^{\text{ref}}$ はそれぞれ、反射波の偏向方向単位ベクトル、伝搬方向単位ベクトルである。また、層間剥離面での外向き法線ベクトルを \mathbf{n}^c とし、層間剥離境界面で次のスネルの法則

$$k^{\text{in}}(\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}} - (\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{n}^c) \mathbf{n}^c) = k^{\text{ref}}(\hat{\mathbf{d}}^{\text{ref}} - (\hat{\mathbf{d}}^{\text{ref}} \cdot \mathbf{n}^c) \mathbf{n}^c) \quad (18)$$

を満足するように、 k^{ref} と $\hat{\mathbf{d}}^{\text{ref}}$ を与えて⁽¹⁶⁾、式 (17) を次のように近似的に評価する。

$$[\tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega)] = (\hat{p}_j^{\text{in}} + \hat{p}_j^{\text{ref}}) F(\omega) \exp(ik^{\text{in}} \hat{\mathbf{d}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{y}) \quad (19)$$

式 (19) を式 (14) へ代入し、整理することで以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{sc}(\mathbf{x}, \omega) = & -\frac{\text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi))}{C_{66}} \sqrt{\frac{k_0}{8\pi|\mathbf{x}||f''(\varphi^s)|}} \\ & \times S^3(\varphi^s) C_{ikpl} n_l^s P_{pj}(\varphi^s) (\hat{p}_j^{\text{in}} + \hat{p}_j^{\text{ref}}) F(\omega) \\ & \times \exp\left[ik_0|\mathbf{x}|f(\varphi^s) + i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s))\right] \\ & \times \int_S e_k(\mathbf{y}) \exp\left[-i(k_0f(\varphi^s)\hat{\mathbf{x}} - k^{\text{in}}\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}}) \cdot \mathbf{y}\right] dS_y \quad (20) \end{aligned}$$

ここで、逆散乱解析においてしばしば用いられる欠陥の境界上においてのみ値を有する次の特異関数⁽⁸⁾ $\gamma(\mathbf{y})$

$$\int_D \gamma(\mathbf{y}) dV_y = \int_S dS_y \quad (21)$$

を層間剥離に導入することを考える。式 (21) を考慮し、式 (20) を整理すると、以下のようにまとめられる。

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{sc}(\mathbf{x}, \omega) = & \frac{i}{C_{66}} \text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi)) \sqrt{\frac{k_0}{8\pi|\mathbf{x}||f''(\varphi^s)|}} \\ & \times S^3(\varphi^s) C_{ikpl} n_l^s P_{pj}(\varphi^s) \\ & \times (\hat{p}_j^{\text{in}} + \hat{p}_j^{\text{ref}}) F(\omega) (k_0f(\varphi^s)\hat{\mathbf{x}}_k - k^{\text{in}}\hat{d}_k^{\text{in}}) \\ & \times \exp\left[ik_0|\mathbf{x}|f(\varphi^s) + i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s))\right] \\ & \times \int_D \gamma(\mathbf{y}) \exp\left[-i(k_0f(\varphi^s)\hat{\mathbf{x}} - k^{\text{in}}\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}}) \cdot \mathbf{y}\right] dV_y \quad (22) \end{aligned}$$

式 (22) において、 $\mathbf{K} = k_0f(\varphi^s)\hat{\mathbf{x}} - k^{\text{in}}\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}}$ なる \mathbf{K} 空間を考える。入射波の伝搬方向単位ベクトル $\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}}$ に対する入射角 ψ^{in} を用いた変数変換を施し、式 (22) に対する逆フーリエ変換を行うことで、特異関数 $\gamma(\mathbf{y})$ について解くことができる。

$$\begin{aligned} \gamma(\mathbf{y}) = & -iC_{66} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{f(\varphi^s)}{c_0} - \frac{1}{c^{\text{in}}} \cos(\psi - \psi^{\text{in}}) \right] \\ & \times \frac{\tilde{u}_i^{sc}(\mathbf{x}, \omega)}{(\hat{p}_j^{\text{in}} + \hat{p}_j^{\text{ref}})(k_0f(\varphi^s)\hat{\mathbf{x}}_k - k^{\text{in}}\hat{d}_k^{\text{in}}) C_{ikpl} n_l^s P_{pj}(\varphi^s)} \\ & \times \sqrt{\frac{k_0|\mathbf{x}||f''(\varphi^s)|}{2\pi^3}} \frac{f(\varphi^s)}{F(\omega) S^3(\varphi^s) \text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi))} \\ & \times \exp\left[-ik_0|\mathbf{x}|f(\varphi^s) - i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s))\right] \\ & \times \exp\left[ik_0f(\varphi^s)\hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y} - ik^{\text{in}}\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{y}\right] d\omega d\psi \quad (23) \end{aligned}$$

式 (23) の特異関数 $\gamma(\mathbf{y})$ は層間剥離でのみ値を持つ関数であるため、式 (23) の右辺を精度よく計算することで、層間剥離の形状を再構成することができる。また、式 (23) に含まれる周波数領域の散乱波 $\tilde{u}_i^{sc}(\mathbf{x}, \omega)$ は、時間領域の散乱波 $u_i^{sc}(\mathbf{x}, t)$ が求まっていれば、その時間に関するフーリエ変換を実行することで求まる。

4. 数値解析例

以下、数値解析例を示す。逆散乱解析に用いた欠陥モデルは、Fig.3 に示すような長さ $2a$ の層間剥離とする。また、Fig.3 に示すように層間剥離中心から距離 $20a$ の円周上、かつ $\theta = 3^\circ$ から 6° 間隔で 60 分割した点に散乱波 $u_i^{sc}(\mathbf{x}, t)$ の観測点を設ける。また、Fig.3(a), (b) に示すように、層間剥離に対して鉛直上向きに入射波を送信した場合には、下半分の円周上で散乱波を受信し、鉛直下向きに入射波を送信した場合には、上半分の円周上で、それぞれ散乱波を受信するとする。

4.1. 逆散乱解析に用いる散乱波形

CQBEM を用いて得た、逆散乱解析に用いる散乱波形 $u_i^{sc}(\mathbf{x}, t)$ の一例を示す。逆散乱解析に用いる散乱波形の計算では、一方向 CFRP、擬似等方積層 CFRP、等方性材料いずれに対しても、層間剥離を境界要素数 $M = 20$ の区分一定要素で分割した。また、時間増分 c_0t/a 、総時間ステップ数 N 、および入射波の中心角周波数 ω_p/c_0 はそれぞれ、一方向 CFRP、擬似等方積層

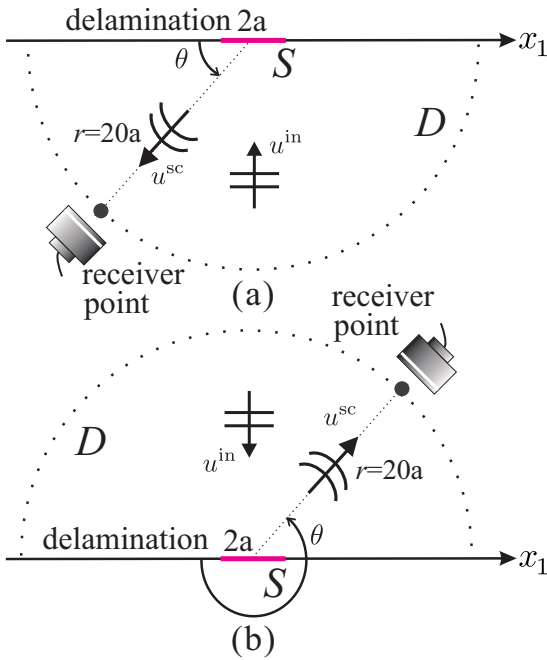


Fig. 3 Inverse scattering analysis model (a)upward and (b)downward incidence.

CFRP に関しては, $c_0t/a = 0.02$, $N = 2048$, $a\omega_p/c_0 = 4.0\pi$, 等方性材料に関しては, $c_0t/a = 0.02$, $N = 2048$, $a\omega_p/c_0 = 1.0\pi$ としている. なお, CFRP と等方性材料で異なる中心角周波数 $a\omega_p/c_0$ を設定した理由は, 方向によって位相速度 (または群速度) が CFRP と等方性材料で最大で約 4 倍程度異なることを考慮したためである. Fig.4, 5, 6 はそれぞれ, 一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP および等方性材料の $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 内の観測点において, 無次元化時刻 c_0t/a に対し, 3° から 12° 刻みの観測点で得られた散乱 qP 波 (等方性材料の場合は散乱 P 波) の波形である. 縦軸は Fig.3 における観測点方向の θ を示しており, 横軸は無次元化時刻 c_0t/a となっている. それぞれの図の (a) では水平方向変位成分 u_1^{sc}/u_0 を, (b) では鉛直方向変位成分 u_2^{sc}/u_0 を示している. Fig.1(a), (b) を参照しながら, Fig.4, 5 に着目すると, 群速度が速い水平方向に散乱 qP 波が速く到達しており, CFRP が持つ音響異方性の影響を確認できる. また, 一方向 CFRP は擬似等方積層 CFRP よりも水平方向に速い速度で散乱 qP 波が到達していることを確認できる. 一方, Fig.6 より, 等方性材料の散乱 P 波は方向に依らず, 同一時刻に到達していることを確認できる.

4.2. 逆散乱解析結果

4.1 で得られた散乱波形 u_1^{sc}/u_0 , u_2^{sc}/u_0 を用いて得られた逆散乱解析結果を Fig.7 に示す. なお, 逆散乱解析により画像化する領域は, 長さ $2a$ の層間剥離中心に対して, $4a \times 4a$ の正方領域とし, 特異関数 $\gamma(\mathbf{y})$ の値を, その最大値 γ_{\max} で除した値をプロットしている. また, Fig.7 中の黒実線は実際の層間剥離の位置, 長さを示している. Fig.7(a), (b) より, 積層方法が異なる, 一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP ともに層間剥離の位置, 形状が概ね再構成できていることがわかる. しかしながら, Fig.7(c) の等方性材料に対する結果と比較すると, Fig.7(a), (b) の CFRP の再構成像は横長になっている. 特に, Fig.7(a) に

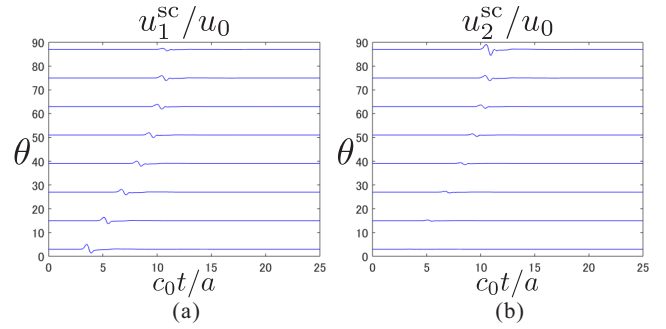


Fig.4 Scattered qP waves by a delamination in the unidirectional CFRP (a) horizontal displacement component u_1^{sc}/u_0 and (b) vertical displacement component u_2^{sc}/u_0 .

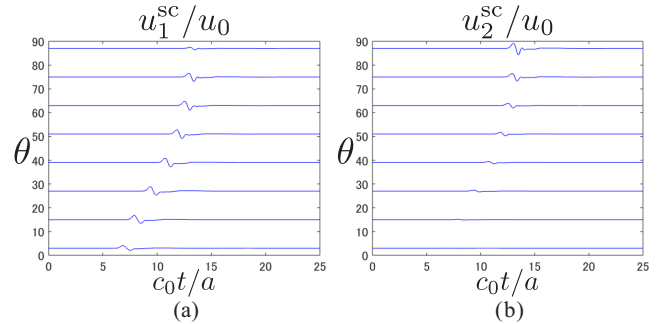


Fig.5 Scattered qP waves by a delamination in the quasi-isotropic CFRP (a) horizontal displacement component u_1^{sc}/u_0 and (b) vertical displacement component u_2^{sc}/u_0 .

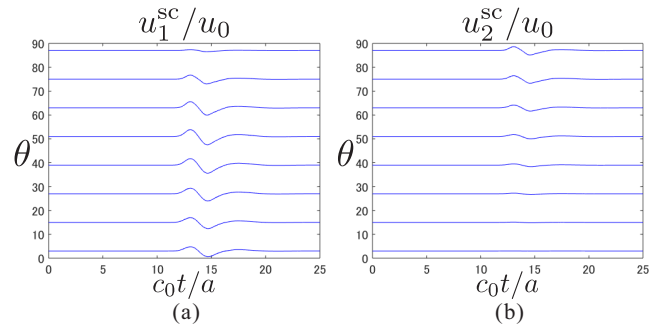


Fig.6 Scattered P waves by a delamination in the isotropic material (a) horizontal displacement component u_1^{sc}/u_0 and (b) vertical displacement component u_2^{sc}/u_0 .

における一方向 CFRP は擬似等方積層 CFRP に比べ, その傾向が強い. この理由は, 順解析結果で用いた散乱波の観測データは全ての観測点で同時刻までのデータとなっているため, 異方性の影響で, 散乱波の持つ欠陥からの情報量が異なるためであると推測できる. 再構成結果は, 式 (23) の積分を有限のデータ数で置換えて計算している. 今回の解析条件では, 再構成結果だけでは欠陥を層間剥離か空洞かを判定することは難しく, 層間剥離の上下で特異関数は大きな値を示しており, 横長の楕円形となっている. この点についても, 今後詳細に検討する必要がある.

5. おわりに

本研究では, まず, CQBEM を用いて一方向 CFRP, 擬似等方積層 CFRP 中の層間剥離からの散乱波形データを求める順解

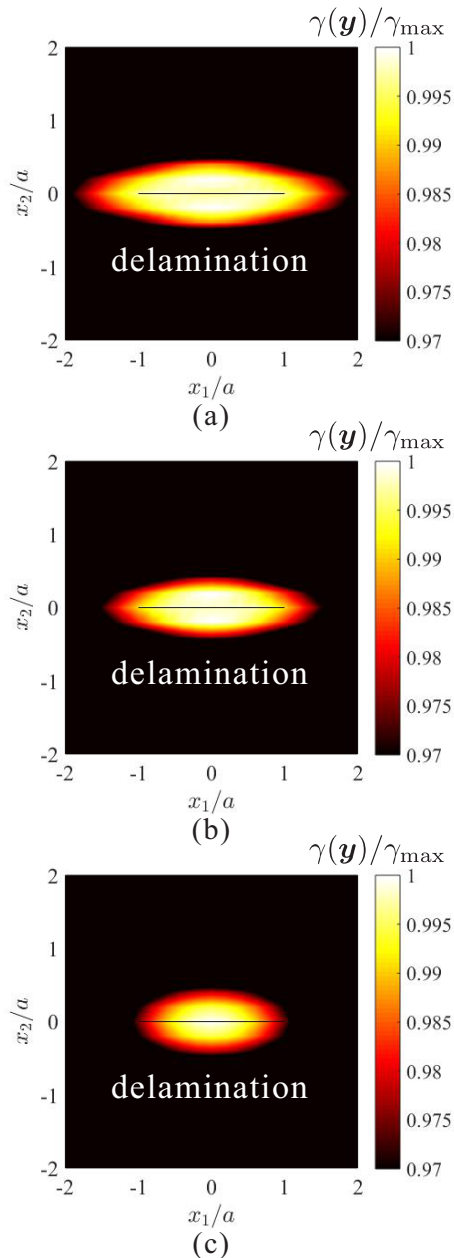


Fig. 7 Shape reconstruction of the delamination in (a) unidirectional CFRP (b) quasi-isotropic CFRP, and (c) isotropic material.

析を行った。次に、得られた散乱波形データを用いて、逆散乱解析法を実行し、CFRP中の層間剥離の再構成を行った。今後は、データ数と再構成像の関係や高精度化を行いつつ、3次元問題へと拡張する予定である。また、実際の超音波計測波形を用いた場合についても検討していきたい。

謝辞

本研究の一部は、平成30年度学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点(課題番号:jh180049)、並びに科学研究費補助金基盤研究(B)(課題番号:17H03294)の支援の下、実施されました。

参考文献

(1) S. R. Doctor, T. E. Hall, and L. D. Reid : Saft - the evolution of a signal processing technology for ultrasound testing, *NDT*

Int., **19**(3) (1986), pp.163-167.

- (2) M. Spies and W. Jager : Synthetic aperture focusing for defect reconstruction in anisotropic media, *Ultrasonics*, **41**(2) (2003), pp.125-131.
- (3) D. Colton, J. Coyle and P. Monk : Recent developments in inverse acoustic scattering theory, *SIAM Review*, **42**(3) (2000), pp.369-414.
- (4) M. Kitahara, K. Nakahata and S. Hirose : Elastodynamic inversion for shape reconstruction and type classification of flaws, *Wave Motion*, **36** (2002), pp.443-455.
- (5) 斎藤隆泰, 下田瑞斗, 稲垣祐生, 廣瀬壯一 : 演算子積分時間領域境界要素法を援用した異方性板内部の欠陥に対する順解析および逆散乱解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), **72**(2) (2016), pp.I.237-I.246.
- (6) 稲垣祐生, 斎藤隆泰, 古川陽, 廣瀬壯一 : 一方向炭素繊維強化CFRP中の欠陥に対する逆散乱解析, 計算数理工学論文集, **17** (2017), pp.7-12.
- (7) 福井卓雄, 斎藤隆泰 : Lubichの演算子積分法における高速多重極法, 日本シミュレーション学会論文誌, 小特集:境界要素法の新展開, **28**(3) (2009), pp.17-22.
- (8) 小林昭一編著 : 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, (2000).
- (9) A. Furukawa, T. Saitoh and S. Hirose : Convolution quadrature time-domain boundary element method for 2-D and 3-D elastodynamic analyses in general anisotropic elastic solids, *Eng. Anal. Bound. Elem.*, **39** (2014), pp.64-74.
- (10) 古川陽, 斎藤隆泰, 廣瀬壯一 : 異方性媒質中のき裂による2次元散乱解析に対する演算子積分時間領域 Galerkin境界要素法, 計算数理工学論文集, **12** (2012), pp.49-54.
- (11) B. A. Auld : Acoustic fields and waves in solids, vol. 1,2, (1990), R. E. Krieger.
- (12) 廣瀬壯一, 桂健太郎 : 異方性材料中の様々な欠陥による散乱特性, 応用力学論文集, **2** (1999), pp.119-125.
- (13) 大芦健太, 前原佑, 斎藤隆泰 : レーザー超音波可視化試験を用いた擬似等方性積層板に対する弾性定数の推定と有限要素法による検証, 土木学会第73回年次学術講演会講演概要集, DVD-ROM収録(原稿番号: VI-445), (2018)
- (14) C. -Y. Wang and J. D. Achenbach : Elastodynamic fundamental calculus for anisotropic solids, *Geophys J. Int.*, **118** (1994), pp.384-392.
- (15) 藤原千織, 永田泰昭, 廣瀬壯一 : 異方性厚板鋼に対する超音波探傷試験の遠方場解析, 応用力学論文集, **5** (2002), pp.881-886.
- (16) L. W. Schmerr : Fundamentals of ultrasonic nondestructive evaluation, (1998), Plenum Press.