

MPS 法を用いた炭素繊維束への樹脂含浸解析

NUMERICAL ANALYSIS OF RESIN IMPREGNATION

INTO CARBON FIBER BUNDLE USING MOVING PARTICLE SEMI-IMPLICIT METHOD

関谷 輝¹⁾, 荒井 政大²⁾, 吉村 彰記³⁾, 後藤 圭太⁴⁾

Hikaru SEKIYA, Masahiro ARAI, Akinori YOSHIMURA and Keita GOTO

- 1) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: sekiya.hikaru@i.mbox.nagoya-u.ac.jp)
2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: arai@nuae.nagoya-u.ac.jp)
3) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: akinori.yoshimura@mae.nagoya-u.ac.jp)
4) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: goto@nuae.nagoya-u.ac.jp)

In this paper, resin impregnation into a fiber bundle during a processing of prepregs by carbon fibers and a thermoplastic resin is simulated by using moving particle semi-implicit (MPS) method. Molding processes of the prepregs composed of the thermoplastic resin and the carbon fibers are demonstrated by numerical analyses. In these simulations, the viscosity term of Navier-Stokes equation is solved implicitly. Numerical results derived by the present method indicate that impregnation is completed faster when applied pressure is higher, and velocity of impregnation gets smaller as the flow front of resin advances. Thus, we conclude that applied pressure and thickness of the fiber bundle should be adjusted properly to achieve well impregnation.

Key Words: Moving particle semi-implicit (MPS) method, Impregnation, Thermoplastic resin, Automated fiber placement (AFP)

1. 緒言

熱可塑性炭素繊維強化プラスチック (CFRTP) は、熱硬化性樹脂を用いた CFRP に比べて成形時間が短い、リサイクルが容易という利点を有しており、従前は熱硬化性樹脂による複合材料が主流であった自動車や航空機構造への適用が進んでいる。

繊維配向が一方向の熱可塑性 CFRP は、プリプレグと呼ばれる中間成形材を一旦作成し、それをプレス成形やオートクレーブ法を用いて実際の製品に成形する方法が主流である。プリプレグの成形においては、繊維束に樹脂を適切に含浸させる必要があり、成形圧力と温度等の諸条件を適切にコントロールする必要がある。またファイバースプレイスメント法⁽¹⁾⁽²⁾による CFRP の成形では、繊維束と熱可塑性樹脂フィルムを同時に供給してその場成形を行う手法が検討されており、その最適成形条件を検討する上でも繊維束への樹脂の含浸挙動を定量的に明らかにすることが必要である。

繊維束への樹脂の含浸挙動を解明するため、数々の解析が行われてきたが、その多くはダルシー則を用いた簡易的な解析である⁽³⁾⁽⁴⁾。熱可塑性 CFRP の成形に関する研究は Kobayashi ら⁽⁴⁾によって行われ、Micro-Braiding 法が用い

られた。楕円形の断面を有する炭素繊維束に樹脂が含浸する挙動が各温度、加圧力、積層数について解析され、実験との比較が行われた。ダルシー則における透水係数は空隙率や繊維束形状の関数であるが⁽⁵⁾、透水係数は繊維束内の微視的な効果により決定されるものであり、多くの場合実験的に求められている。そのため、ダルシー則を用いた解析結果から繊維束間の微視的な現象を知ることはできない⁽⁶⁾。

繊維束間の微視的な流れ場を解くために粒子法を用いた研究も行われている。粒子法は流体の運動をラグランジュ的に解く数値解析法であり、自由表面の取り扱いやプログラムが比較的容易になる等の利点がある。Jiang ら⁽⁶⁾はランダムに配置された繊維束に垂直な流れを SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法を用いて解析し、巨視的な透水係数を求めた。Okabe ら⁽⁷⁾は繊維束間の微視的な樹脂流れを MPS (Moving Particle Semi-Implicit) 法⁽⁸⁾⁽⁹⁾を用いて解析した。樹脂及び空気の 2 層流が解析され、ボイドの形成が解析された。しかし、熱可塑性樹脂の高速含浸について成形圧力や樹脂の粘度特性と含浸速度の関数が調べられた研究例は未だ少ない。

本研究では、熱可塑性樹脂 CFRP プリプレグの成形を想定した繊維束への樹脂含浸プロセスについて、MPS 法により繊維束間の微視的な樹脂流れを解析することにより、成形条件が

含浸挙動に与える影響を調査した。MPS法はNavier-Stokes方程式における粘性項の計算を陰解法化することによって解析の効率化を図った。解析は繊維に垂直な断面の2次元モデルについて行った。成形圧力の大きさや繊維束と樹脂の厚さが異なる場合について一連の数値解析を実施し、樹脂の含浸挙動の違いについて考察を行った。

2. MPS法の基礎理論 (8)(9)

本論文では、支配方程式として次式で表される非圧縮性の連続の式及びNavier-Stokes方程式を用いる。

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho^0} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (2)$$

ここで、 ρ^0 は初期状態における流体の密度、 P は圧力、 ν は動粘度、 \vec{u} は速度である。MPS法では支配方程式の勾配及びラプラシアン、発散は相互作用モデルを用いて離散化する。相互作用モデルでは、注目している粒子がその周りの粒子から受ける影響を、以下の重み関数を用いて重み付き平均を行うことで求める。

$$w(r_{ij}) = \begin{cases} \frac{r_e}{r_{ij}} - 1 & (r_{ij} < r_e) \\ 0 & (r_e \leq r_{ij}) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 r_e は影響半径、 r_{ij} は粒子間距離である。注目している粒子に近い粒子ほど大きな重みが付与され、粒子間距離が影響半径 r_e 以上離れた粒子については重みを0として相互作用の計算を行わない。次式は粒子 i についてその周りの粒子の重みを合計した量であり、粒子数密度と呼ばれる。

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(r_{ij}) \quad (4)$$

初期状態で粒子が等間隔に配列しているときの粒子数密度は基準粒子数密度と呼ばれ、 n^0 で表される。また、MPS法における、勾配及びラプラシアン、発散の相互作用モデルは次式で表される。

$$(\nabla \Phi)_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\Phi_j - \Phi_i}{r_{ij}^2} \vec{r}_{ij} w(r_{ij}) \right] \quad (5)$$

$$(\nabla^2 \Phi)_i = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} (\Phi_j - \Phi_i) \cdot w(r_{ij}) \quad (6)$$

$$(\nabla \cdot \vec{\Phi})_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\vec{\Phi}_j - \vec{\Phi}_i) \cdot \vec{r}_{ij}}{r_{ij}^2} w(r_{ij}) \right] \quad (7)$$

ここで、 Φ 及び $\vec{\Phi}$ はそれぞれ、任意のスカラー量及びベクトル量である。また、ベクトル \vec{r}_{ij} は $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$ で表される。 d は次元の数を表し、本論文では2次元解析を行うため $d=2$ である。ただし、 λ は次式で表され、 λ^0 は初期状態における λ を表す。

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} r_{ij}^2 w(r_{ij})}{\sum_{j \neq i} w(r_{ij})} \quad (8)$$

MPS法では一般に半陰的なアルゴリズムを用いて支配方程式が解かれる。半陰解法ではNavier-Stokes方程式の粘性

項を陽的に、圧力勾配項を陰的に解く。しかし、本論文では粘度が大きい熱可塑性樹脂が用いられるため、粘性項を陽解法で解くと計算のタイムステップを非常に小さい値にする必要がある。そこで、本研究では先行研究(8)(10)で提案されたMPS法の完全陰的な解法を使用した。本解析アルゴリズムでは、仮速度 \vec{u}^* は次式の右辺をラプラシアンモデルにより離散化し、 \vec{u}_i^* に関する連立方程式を解くことで得られる。

$$\frac{\vec{u}_i^* - \vec{u}_i^k}{\Delta t} = \nu (\nabla^2 \vec{u})_i^* \quad (9)$$

時刻 $k+1$ における圧力について、次式のポアソン方程式が成り立つ。

$$(\nabla^2 P)_i^{k+1} = \frac{\rho^0}{\Delta t} \nabla \cdot \vec{u}^* + \gamma \frac{\rho^0}{(\Delta t)^2} \frac{n^0 - n^k}{n^0} \quad (10)$$

式(10)の右辺第2項は密度の誤差が蓄積するのを防ぐために導入されている。しかし、厳しい非圧縮性条件により計算が不安定になるのを防ぐため緩和係数 γ が導入されている。式(10)はその右辺において仮の粒子位置における粒子数密度 n^* を使用していないため、本解析では仮の粒子位置を使用しない。また、式(10)の左辺はラプラシアンモデルを用いて次式のように離散化し、 P_i^{k+1} に関する連立方程式として解くことで時刻 $k+1$ における圧力場を得る。

$$(\nabla^2 P)_i^{k+1} = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} (P_j^{k+1} - c P_i^{k+1}) w(r_{ij}) \quad (11)$$

ここで、 c は限定的な圧縮性を導入することで計算の安定化を行うために用いられる。なお、式(10)及び式(11)を用いた解析手法はTanakaら(11)によって提案されたMPS法の安定化アルゴリズムである。

最後に、次式を用いて時刻 $k+1$ における速度を求め、粒子の座標を時刻 $k+1$ の値に更新する。

$$\vec{u}_i^{k+1} = \vec{u}_i^* - \frac{\Delta t}{\rho^0} (\nabla P)_i^{k+1} \quad (12)$$

$$\vec{r}_i^{k+1} = \vec{r}_i^k + \vec{u}_i^{k+1} \cdot \Delta t \quad (13)$$

ただし、圧力の勾配は次式のように離散化する。

$$(\nabla P)_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{P_j - \hat{P}_i}{r_{ij}^2} \vec{r}_{ij} w(r_{ij}) \right] \quad (14)$$

ここで、 \hat{P}_i は粒子 i とその影響半径内の粒子の圧力値のうち、最も小さい値を表す。

3. 平行平板間流れの流速減衰解析

本研究で作成したMPS法のコードについて、その妥当性を検証するために確認計算を行った。粘性力が流体の運動に及ぼす影響の再現性を確認するため、平行平板間を流れる樹脂の流速変化をMPS法により解析し、理論解との比較を行った。解析モデルをFig.1に示す。流体粒子は x 方向に10個、 y 方向に100個であり、壁粒子は上下とも4層とした。また、樹脂は三井化学製のポリイミド樹脂AURUMを想定し、Table 1に示される物性値を用いた。ただし、動粘度は

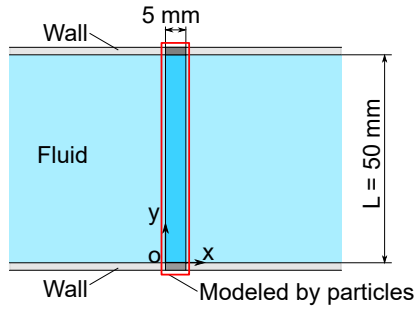


Fig. 1: Geometry of flow between parallel plates.

Table 1: Material property of resin.

| | |
|---|------------------------|
| Density [kg/m ³] | 1.33 × 10 ³ |
| Kinematic viscosity [m ² /s] | 1.35 |

本研究で測定された 380°C におけるポリイミド樹脂の熔融粘度を用いて算出されたものである。

樹脂は初期状態では x 軸の正方向に $u_0 = 0.005\text{m/s}$ で一様に流れており、時刻 $t = 0$ で上下の壁と樹脂の間にノンスリップ条件を課すことで流速の変化を解析する。MPS 法においてノンスリップ条件は Navier-Stokes 方程式の粘性項についてラプラシアンモデルで離散化する際に、注目している流体粒子及びその影響半径内にある壁粒子との間で相互作用の計算を行うことで課す。また、 x 軸方向の境界には周期境界条件を適用した。壁粒子は流体側 1 層に基準圧力 1.0kPa を与えて流体粒子との圧力相互作用を計算し、その他の壁粒子については圧力に関する相互作用の計算に含まない。初期状態における近接粒子間距離は $l_0 = 0.5\text{mm}$ であり、解析に用いた影響半径は粒子数密度と勾配モデルの計算については l_0 の 2.1 倍、ラプラシアンモデルと発散モデルの計算については l_0 の 4.1 倍とした。解析の時間刻み幅は $1.0 \times 10^{-2}\text{ms}$ とし、式 (10) における係数 γ の値は文献⁽¹¹⁾ の値を参考に 1.0×10^{-2} とした。式 (11) における c の値については 1.0 を使用し、限定的な圧縮性を考慮しない。

MPS 法により得られた解析結果を Fig.2 に示す。また、理論解は次式で表される。

$$u = \frac{4u_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp\left[-\left\{\frac{(2n-1)\pi}{L}\right\}^2 \nu t\right] \sin\left\{\frac{(2n-1)\pi}{L} y\right\}}{2n-1} \quad (15)$$

Fig.2 より、MPS 法による解析結果と理論解は良い一致を示した。従って、MPS 法による粘性力計算の妥当性を確認した。また、樹脂の圧力は常に 1.0kPa で一様であり、圧力のポアソン方程式 (10) が正確に解かれていることを確認した。

4. 樹脂含浸解析

4.1. 解析モデル

Fig.3(a) に本解析で使用する樹脂含浸解析モデルを示す。繊維束は x 軸方向に十分長いものと考え、 x 軸方向の境界に

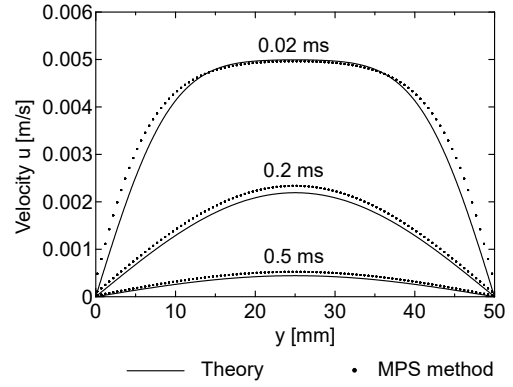


Fig. 2: Result of flow between parallel plates.

は周期境界条件を適用する。繊維の直径は $7\mu\text{m}$ であり、繊維の配置は六方配列とし、上部よりローラーを表す壁により加圧することによって樹脂を繊維束に含浸させるモデルとした。また、含浸解析を行うために Fig.3(b) のように解析モデルを粒子を用いて表す。ここで、樹脂は 338 個の流体粒子、型及び繊維は速度 0 の壁粒子、ローラーは y 方向にのみ移動可能な壁粒子とする。本論文では初期状態における近接粒子間距離を $l_0 = 0.7\mu\text{m}$ とすることで、流路が最も狭くなる断面の大きさが流体粒子 3 個分となる。これにより、壁に隣接する粒子と壁から離れた粒子の速度の違いを表現する。

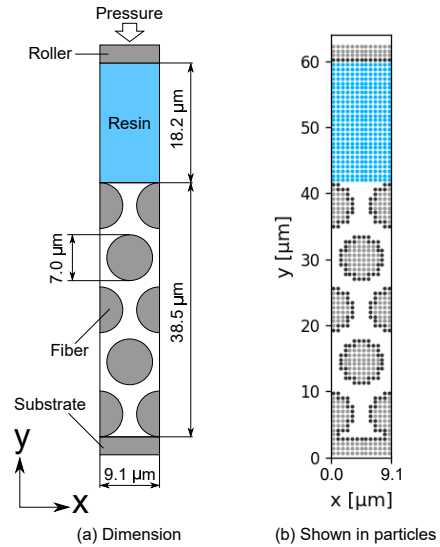


Fig. 3: Geometry of resin impregnation.

境界条件としては、樹脂と壁面の間にはノンスリップ条件を課す。また、壁粒子の中で圧力に関する相互作用の計算に含める粒子は樹脂側 1 層とする。一方で、樹脂の流動先端に位置する粒子など自由表面に位置する粒子には基準圧力 0MPa を与える。圧力の相互作用計算に用いる任意の粒子 i について次式が成り立つならば、その粒子は自由表面に位置するとみなす⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

$$n_i < \beta n^0 \quad (16)$$

ここで、 n_i は着目している粒子に関する粒子数密度であり、 β は 1.0 未満の係数である。

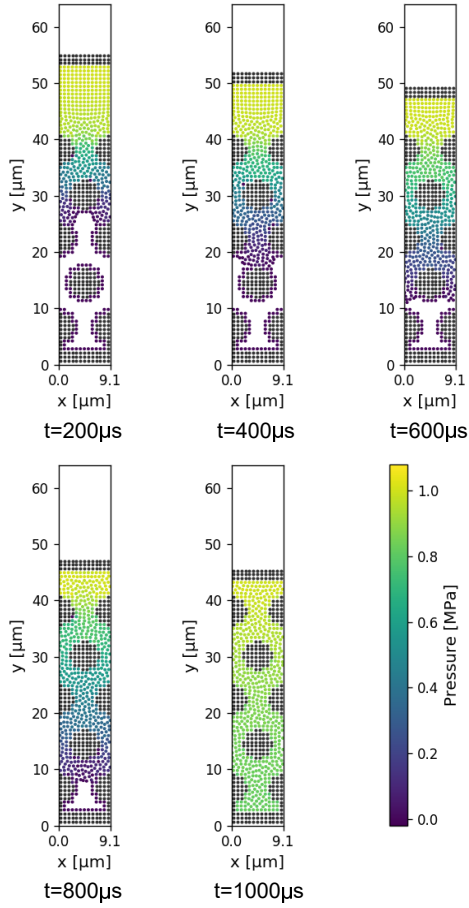


Fig. 4: Numerical result of resin impregnation simulation ($P_{app} = 1.0\text{MPa}$).

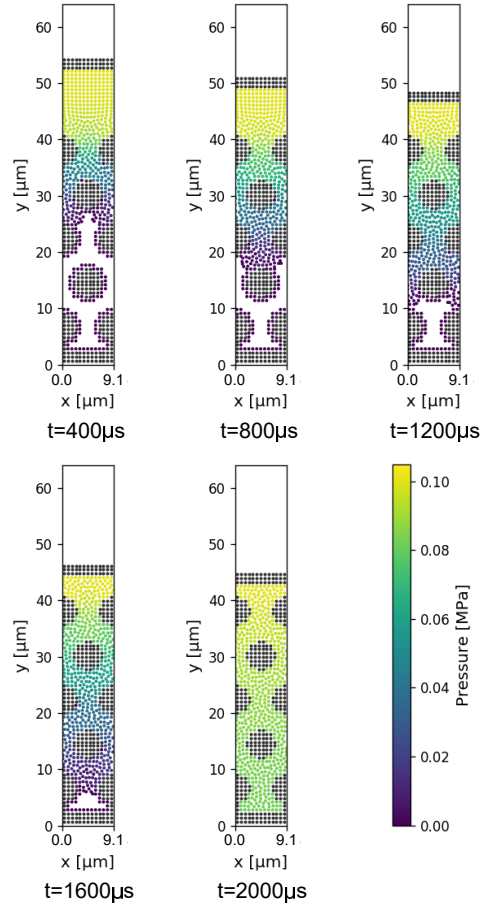


Fig. 5: Numerical result of resin impregnation simulation ($P_{app} = 0.1\text{MPa}$).

4.2. 解析結果

4.1節で述べた解析モデルを用いて含浸解析を行った。また、本解析では樹脂の物性値として三井化学製のポリイミド樹脂 AURUM のもの (Table 1) を用いた。

本解析で用いた影響半径は、粒子数密度と勾配モデルの計算については初期状態における近接粒子間距離 l_0 の 2.1 倍、ラプラスモデルと発散モデルの計算については l_0 の 4.1 倍である。重力の影響は無視した。また、式 (10) 及び式 (11) における係数 γ 、 c の値としては文献⁽¹¹⁾の値を参考にしてそれぞれ 1.0×10^{-2} 、1.05 とした。式 (16) における係数 β は 0.97 が用いられることが多いが⁽⁸⁾⁽⁹⁾、本論文ではある問題において $\beta = 0.97$ として計算したところ粒子数密度の小さい流体粒子の圧力が負になり計算が不安定になったことや、樹脂の限定的な圧縮性の効果を適用していることを考慮して $\beta = 0.99$ とした。

ローラーは y 方向に移動することで加圧を行うが、時刻 t におけるローラー壁粒子の y 方向への移動速度 V_{roller} は次式の制御則により決定される。

$$V_{roller} = -K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (17)$$

ここで、 $e(t) = P_{app} - \bar{P}$ であり、 P_{app} は加圧力の目標値、 \bar{P} は 1 つ前のタイムステップにおけるローラーの樹脂側 1 層分

における粒子の平均圧力である。また、 K_P, T_I, T_D は定数であり、解析中 $e(t)$ が 0MPa 付近で安定するように設定する。

以上に示した条件により含浸解析を実施した。解析結果は成形圧力が 1.0MPa の場合を Fig.4、0.1MPa の場合を Fig.5、0.01MPa の場合を Fig.6 に示す。解析結果は流体粒子と、流体側 1 層分の壁粒子については圧力を可視化して示している。また、成形圧力が 0.3MPa、0.03MPa の場合についても解析を行い、含浸時間と成形圧力の関係を Fig.7 に示す。ここで、含浸時間は繊維束の空隙が樹脂により満たされるまでに要する時間と定義している。タイムステップの大きさは成形圧力が 1.0、0.3、0.1、0.03、0.01MPa の場合についてそれぞれ、2.0、5.0、10.0、10.0、20.0ns とした。解析で用いられた制御則のパラメータは Table 2 に示す。ただし、成形圧力が 1.0MPa の場合は解析の途中で制御則のパラメータが不適切になり計算が破綻したため、817 μ s 以降はパラメータを更新して解析を行った。

樹脂の含浸解析結果 (Fig.4, 5, 6) より、ローラーの速度制御によって一定圧力での加圧がなされていることが確認された。解析中に圧力振動やそれによる流体粒子の不自然な加速も観察されず、安定な解析が行われたことを確認した。Fig.7 の含浸時間と成形圧力の関係より、成形圧力を 0.01MPa から 1.0MPa へと大きくしていくことで含浸時間が短縮される

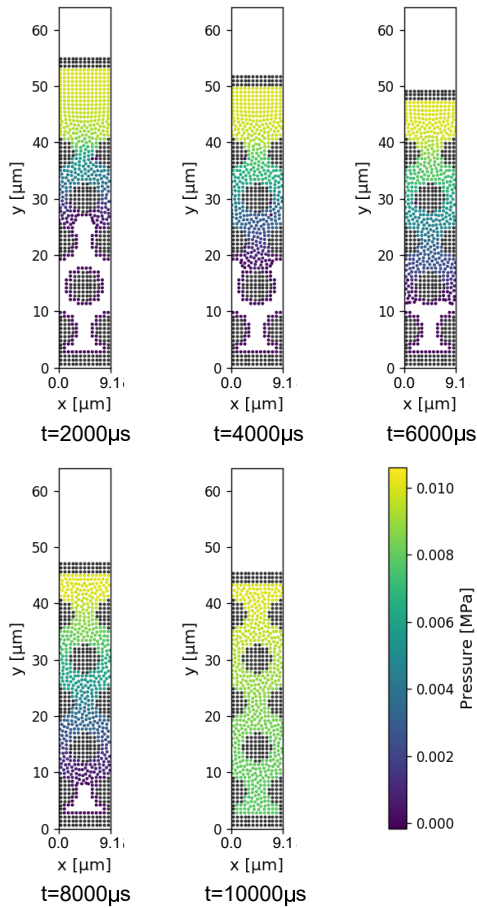


Fig. 6: Numerical result of resin impregnation simulation ($P_{app} = 0.01\text{MPa}$).

ことが認められる。特に、成形圧力が 0.1MPa より小さい範囲ではそれより成形圧力が大きい場合に比べて、成形圧力の増加による含浸時間の短縮幅が大きいことが確認された。一方で、成形圧力が 0.1MPa より大きい範囲では成形圧力の増加が含浸時間に及ぼす影響が小さくなった。

また、各成形圧力における含浸解析結果から得られたローラーの y 方向への変位時間履歴を Fig.8 に示す。初期状態におけるローラーの変位を 0 とし、含浸時間に達するまでの変位が示されている。Fig.8 よりどの成形圧力においても変位履歴の曲線は下に凸となっていることが確認でき、時間とともに含浸が進む速度が小さくなること分かる。

一定圧力の場合に含浸速度の低下を引き起こす要因を調べるため、成形圧力が 0.1MPa の場合において Fig.3 で示すジオメトリの樹脂と繊維束の厚さを変化させて含浸解析を行った。繊維が y 方向に 3 本の繊維束(厚さ: $h = 22.8\mu\text{m}$)と 7 本の繊維束(厚さ: $h = 54.3\mu\text{m}$)を解析の対象とした。また、繊維束中の空隙の体積に合わせて樹脂の厚さも変化させ、繊維束厚さが $h = 22.8\mu\text{m}$ の場合では $11.2\mu\text{m}$ (流体粒子数: 208 個)、 $h = 54.3\mu\text{m}$ の場合では $25.9\mu\text{m}$ (流体粒子数: 481 個)とした。初期の近接粒子間距離や解析条件、制御則のパラメータは Fig.5 で示す解析と同一のものを用いた。解析の結果より得られたローラーの y 方向への変位時間履歴を Fig.9 に示

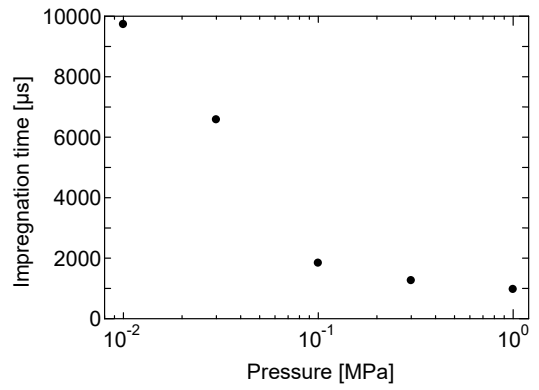


Fig. 7: Result of impregnation time.

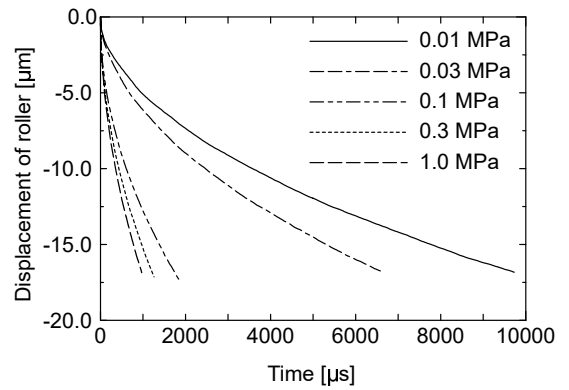


Fig. 8: Result of roller displacement ($h = 38.5\mu\text{m}$).

す。樹脂の厚さに関わらず、全ての解析結果において含浸が完了するまでは任意の時刻においてほぼ等しい変位が得られることが確認できる。従って、含浸速度は樹脂の含浸深さによって決定され、含浸が進むと含浸速度が小さくなること分かる。これは、含浸が進むにつれて樹脂に接する繊維の面積が大きくなり、より大きな粘性抵抗が働いたためであると考えられる。

5. 結言

本研究では、熱可塑性繊維強化プラスチックの高速成形法について、炭素繊維束への樹脂含浸プロセスをMPS法により解析した。一方向に並べられた炭素繊維束に対して熱可塑性樹脂を含浸させる場合について、繊維直交断面に対して2次元モデルを作成して一連の数値シミュレーションを実施した。Navier-Stokes方程式における粘性項の計算は高粘性流体の解析を行うため陰解法により行うことで計算の効率化を図った。最初に平行平板間流れの減衰を解析することで本論文で使用する計算手法の妥当性を確認した。また、提案された計算手法とモデルを用い、成形圧力を変化させて樹脂の含浸挙動を解析した。

含浸速度については、成形圧力が大きくなるにつれて増加する傾向を確認した。しかし、成形圧力が 0.1MPa より大きい場合は、成形圧力の大きさが含浸時間に与える影響が小さくなることが認められた。また、一定の成形圧力の場合では

Table 2: Parameters for control system.

| P_{app} [MPa] | K_P [m/(Pa·s)] | T_I [s] | T_D [s] |
|---------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| 0.01 | 5.0×10^{-6} | 4.0×10^{-6} | 5.0×10^{-10} |
| 0.03 | 1.67×10^{-6} | 4.0×10^{-6} | 5.0×10^{-10} |
| 0.1 | 5.0×10^{-7} | 2.0×10^{-9} | 5.0×10^{-10} |
| 0.3 | 3.33×10^{-7} | 2.0×10^{-9} | 2.0×10^{-10} |
| 1.0 ($t \leq 817\mu s$) | 4.0×10^{-7} | 2.0×10^{-9} | 5.0×10^{-10} |
| ($t > 817\mu s$) | 3.0×10^{-7} | 2.0×10^{-9} | 1.0×10^{-10} |

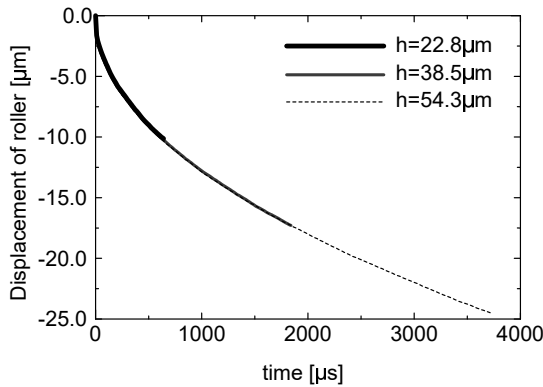


Fig. 9: Result of roller displacement ($P_{app} = 0.1$ MPa).

時間とともに含浸速度が減少したが、樹脂厚さの違いによるローラーの変位履歴の変化は極めて小さかった。従って、一定成形圧力のもとでは樹脂が繊維と接触する面積の違いによって含浸速度が変化すると考えられる。

本研究では、加圧力の大きさや繊維束における樹脂の含浸深さが含浸速度に影響を与えることが確認され、プリプレグ成形や樹脂シートを用いたファイバースプレースメント成形においては成形圧力と繊維束の厚さを適切に定める必要があることが確かめられた。また、今後は繊維と樹脂の濡れ性や樹脂粘度の非ニュートン性を適用したモデルにより含浸挙動を調査する予定である。

謝辞

本研究（の一部）は、総合科学技術・イノベーション会議のSIP（戦略的イノベーション創造プログラム）革新的構造材料「航空機用高生産性革新PMCの製造・品質保証技術の開発」（管理人：JST）によって実施された。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- (1) W.J.B. Grove, L.L. Warnet, B. Rietman, H.A. Visser, R. Akkerman: Optimization of the tape placement process parameters for carbon-PPS composites, *Composites Part A*, **50**(2013), pp. 44–53.
- (2) D.H.-J.A. Lukaszewicz, C. Ward, K. D. Potter, The engineering aspects of automated prepreg layup: History, present and future, *Composites Part B*, **43**(2012), pp. 997–1009.
- (3) F. Trochu, R. Gauvin, D.-M. Gao: Numerical analysis of the resin transfer molding process by the finite element method, *Advances in Polymer Technology*, **12**(1993), pp. 329–342.
- (4) S. Kobayashi and T. Morimoto: Experimental and numerical characterization of resin impregnation behavior in textile composites fabricated with micro-braiding technique, *Mechanical Engineering Journal*, **1**(2014), No. 14-00071.
- (5) M.V. Brusckhe and S.G. Advani: Flow of generalized Newtonian fluids across a periodic array of cylinders, *Journal of Rheology*, **37**(1993), pp. 479–498.
- (6) F. Jiang and A.C.M. Sousa: Smoothed particle hydrodynamics modeling of transverse flow in randomly aligned fibrous porous media, *Transport in Porous Media*, **75**(2008), pp. 17–33.
- (7) T. Okabe, H. Matsutani, T. Honda, S. Yashiro: Numerical simulation of microscopic flow in a fiber bundle using the moving particle semi-implicit method, *Composites Part A*, **43**(2012), pp. 1765–1774.
- (8) 越塚誠一, 柴田和也, 室谷浩平: 粒子法入門, (2014), 丸善出版.
- (9) 越塚誠一 著, 日本計算工学会 編: 粒子法, (2005), 丸善出版.
- (10) 福澤洋平, 富山秀樹, 柴田和也, 越塚誠一: Moving Particle Simulation 法による高粘性非ニュートン流体挙動の解析, *成形加工*, **26**(2014), pp. 114–119.
- (11) M. Tanaka and T. Masunaga: Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility, *Journal of Computational Physics*, **229**(2010), pp. 4279–4290.