

# 一方向炭素繊維強化 CFRP 中の欠陥に対する逆散乱解析

## INVERSE SCATTERING ANALYSIS FOR A DEFECT IN UNIDIRECTIONAL CFRP

稲垣 祐生<sup>1)</sup>, 斎藤 隆泰<sup>2)</sup>, 古川 陽<sup>3)</sup>, 廣瀬 壮一<sup>4)</sup>

Yu INAGAKI, Takahiro SAITOH, Akira FURUKAWA and Sohichi HIROSE

- 1) 群馬大学大学院理工学府 修士課程 (〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1, E-mail:t12305007@gunma-u.ac.jp)  
 2) 群馬大学大学院理工学府 准教授 (〒 376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1, E-mail:t-saitoh@gunma-u.ac.jp)  
 3) 東京工業大学環境・社会理工学院 助教 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:furukawa.a.aa@m.titech.ac.jp)  
 4) 東京工業大学環境・社会理工学院 教授 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:shirose@cv.titech.ac.jp)

In this research, an inverse scattering technique for a defect in an unidirectional carbon fiber reinforced plastic (CFRP) is presented. After the fundamental anisotropic elastodynamic theory is discussed, the formulation for an inverse scattering technique is introduced. The scattered wave forms used in the inverse scattering analysis are obtained by the convolution quadrature time-domain boundary element method (CQBEM). Numerical results for the far-field approximation used for the inverse scattering technique and the reconstruction of a defect in unidirectional CFRP are shown to validate the proposed methods.

**Key Words:** Unidirectional CFRP, Inverse scattering analysis, Anisotropic elastodynamics.

### 1. はじめに

本論文では, 近年, 強異方性材料として注目を集めている一方向炭素繊維強化プラスチック (CFRP: Carbon Fiber Reinforced Plastic) に対する逆散乱解析手法の適用性について検討する。

CFRP は, 航空宇宙, 土木等, 様々な分野でその利用が進んでいる。そのため, 今後, いかに CFRP を維持管理していくかは重要な課題の 1 つである。構造材料の維持管理には非破壊評価は欠かすことはできず, 現場で最も広く利用されている超音波非破壊評価法の CFRP への適用性能を向上させる必要があることは言うまでもない。しかしながら, CFRP に超音波非破壊評価法を適用する際に最も注意すべきことは, CFRP が強い音響異方性を示す点である。現在, 市販されている超音波探傷試験器に付属の欠陥形状画像化ソフト等は, 等方性材料に対するものである。そのため, CFRP の音響異方性の特性を理解せずにそのようなソフトを使用すると, 当然, 適切に欠陥形状を再構成できない問題が生じる。

CFRP の欠陥形状再構成は, 近年いくつか行われている。例えば, 超音波非破壊評価法で最も広く利用されている欠陥形状画像化手法である開口合成法 (SAFT: Synthetic Aperture Focusing Technique)<sup>(1)</sup> の CFRP への適用は Spies<sup>(2)</sup> らによって行われている。しかしながら, 開口合成法は, 通常, 観測波形の単純な重ね合わせにより欠陥形状を再構成するため, 再構成に要する時間は短時間で済むものの, 観測波形が持っている散乱体からの情報を十分に活かし切れていないという問題点

もある。一方, 逆散乱解析手法<sup>(3)</sup> も, 古くから欠陥形状再構成手法の一つとして利用されてきた。近年では, アレイ探触子を利用した場合に得られる多数の計測波形データを数値シミュレーションで模擬し, その結果を利用した逆散乱解析<sup>(4)</sup> や, 実験で得られた計測波形を実際に使った場合の結果<sup>(5,6)</sup> も報告されている。しかしながら, これらはいずれも異方性材料を想定した結果ではない。CFRP のような強異方性材料に対して逆散乱解析を適用した例は, 著者らのグループによる qS2 波 (面外波動) のみを利用した結果程度しか存在しないのが現状である<sup>(7,8)</sup>。そこで, 本論文では, 前論文の逆散乱解析の定式化<sup>(8)</sup> を 2 次元異方性面内波動問題へと拡張し, 一方向炭素繊維強化 CFRP へ適用することを試みる。一般に, 一方向炭素繊維強化 CFRP は, 減衰特性を持つばかりか, 特定の方向に特に異方性が強く, 数値解析上扱いづらい。しかしながら, 成形具合や探触子の中心周波数等によっては繊維径による散乱減衰の影響は小さい。よって, 本論文では, 一方向炭素繊維強化 CFRP を均質な異方性としてモデル化する。

以下では, 異方性弾性波動論について簡単に説明した後, 逆散乱解析の定式化を示す。次に, 数値解析上の問題点について説明し, 最後に, 一方向炭素繊維強化 CFRP 中の欠陥形状再構成結果を示し, 本手法の有効性, 妥当性について検討する。

### 2. 異方性弾性波動問題の基礎

本節では, 後の説明に必要な異方性弾性波動論の基礎式を簡単にまとめておく。詳細については, 例えば文献<sup>(9)</sup> を参照されたい。

## 2.1. 基礎式

異方性弾性波動論は、一般的には3次元で扱う必要がある。そのため、一般性を失うことなく、本節では3次元問題の定式化について述べる。以下、特に断りのない限り右下添え字  $i$  等のローマ文字は1, 2, 3の値を取り、ギリシャ文字は、1, 2の値を取ることに注意されたい。

さて、異方性弾性体中の位置  $\mathbf{x}$ , 時刻  $t$  における変位  $u_i(\mathbf{x}, t)$  は、それぞれ次の運動方程式および構成式を満足する。

$$\sigma_{ij,j}(\mathbf{x}, t) - \rho \ddot{u}_i(\mathbf{x}, t) = f_i \quad (\text{運動方程式}) \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) = C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{構成式}) \quad (2)$$

ここで、 $\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$  は応力、 $\rho$  は異方性弾性体の密度、 $f_i$  は物体力、 $[\cdot]_{,i}$  は空間微分  $\partial/\partial x_i$  を、 $\dot{[\cdot]}$  は時間微分を表す。また、 $C_{ijkl}$  は弾性定数を表す。通常、異方性弾性波動問題の場合は、弾性定数  $C_{ijkl}$  を直接用いるのではなく、Voigt 記号による弾性定数  $C_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = 1, \dots, 6$ ) を使った表記がよく用いられる。 $C_{ijkl}$  と  $C_{\alpha\beta}$  の変換関係は次式で表わされる。

$$\alpha = \begin{cases} i & : (i = j) \\ 9 - (i + j) & : (i \neq j) \end{cases} \quad (3)$$

$$\beta = \begin{cases} k & : (k = l) \\ 9 - (k + l) & : (k \neq l) \end{cases} \quad (4)$$

## 2.2. 一方向炭素繊維強化 CFRP の群速度曲線

異方性弾性波動問題では、位相速度と群速度は一致しないため、散乱波の波面は複雑になる。また、実際の波面は群速度で伝搬するため、後の数値解析の結果の妥当性を確認するには、異方性材料中を伝搬する波動の群速度を求めておくことと便利である。群速度を求めるために、まず、位相速度を求める必要がある。位相速度  $c$  を求めるため、次の Christoffel 方程式<sup>(9)</sup> を解く必要がある。

$$(\Gamma_{ik} - \lambda \delta_{ik}) d_k = 0, \quad \Gamma_{ik} = C_{ijkl} n_j n_l, \quad \lambda = \rho c^2 \quad (5)$$

ここで、 $\delta_{ik}$  は Kronecker のデルタ、 $\Gamma_{ik}$  は Christoffel テンソル、 $n_j$  は伝搬方向単位ベクトルである。式 (5) は、 $\lambda$  を固有値、 $d_k$  を固有ベクトル (物理的には偏向方向ベクトルを表す) とする固有方程式を表しており、最大で3つの固有値  $\lambda$  と対応する固有ベクトル  $d_i$  を求めることができる。異なる3つの固有値が求めれば、対応する3つの位相速度  $c$  が決定されるため、それら3つが異方性材料中を伝搬する波動 (qP 波: 擬似縦波, qS1 波: 擬似横波, qS2 波: 擬似横波) の位相速度となる。なお、等方弾性体の場合は、式 (5) は重解となり、qS1, qS2 波の位相速度や群速度は一致する。以上より、最終的に群速度  $g_j^m$  は次の式で求めることができる。

$$g_j^m = \frac{1}{\rho c^m} C_{ijkl} d_i^m d_l^m n_k \quad (6)$$

ここで右上添え字  $m$  は、Christoffel 方程式 (5) を解くことで求まる最大で3つの波動を識別するための記号を表す。そのため、異方性材料中で、 $m$  は1, 2, 3のいずれかを取る。式 (6) より、伝

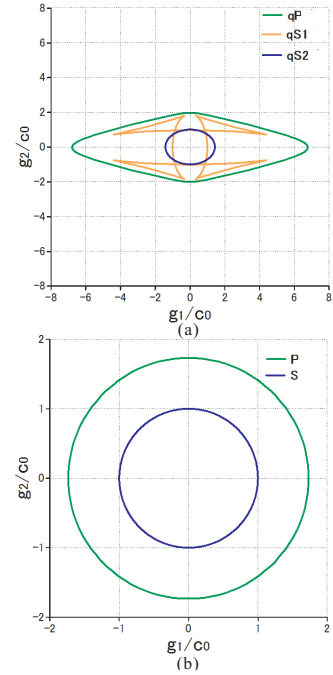


Fig. 1 Group velocity curves of (a) unidirectional CFRP and (b) isotropic material.

搬方向ベクトル  $n_k$  を定めれば、対応する群速度  $g_j^m$  を異なる3種類の波動毎に求めることができる。Fig.1(a) に本研究で扱う一方向炭素繊維強化 CFRP の  $x_1$ - $x_2$  面における群速度曲線を、比較のため、Fig.1(b) に等方性材料に対する  $x_1$ - $x_2$  面における群速度曲線をそれぞれ示しておく。ただし、弾性定数は、一方向炭素繊維強化 CFRP の場合、 $C_{11} = 45.9$ ,  $C_{12} = 1.8$ ,  $C_{22} = 4.0$ , 等方性材料の場合、 $C_{11} = C_{22} = 3.0$ ,  $C_{12} = 1.0$  とし、それぞれ  $C_{66}$  で無次元化していることに注意する。また、群速度の値も  $c_0 = \sqrt{C_{66}/\rho}$  で無次元化している。Fig.1(a) より、一方向炭素繊維強化 CFRP の場合、qP 波は水平方向に速く伝搬する。また、qS1 波の波面は  $x_1, x_2$  方向ではクロスして伝搬することがわかる。すなわち Fig.1(b) に示すような、P 波、S 波が等方に伝搬する等方性材料とは全く異なる伝搬挙動を示すことがわかる。

以下、本論文における数値解析例では、本節で用いた弾性定数を用いることに注意する。

## 3. 一方向炭素繊維強化 CFRP に対する逆散乱解析の定式化

本節では、逆散乱解析の定式化を示す。本研究で扱う一方向炭素繊維強化 CFRP は、等方性弾性波動問題と同様、 $x_1$ - $x_2$  面内を伝搬する波動伝搬問題を面内問題と面外問題に分離して計算することが出来る。そこで、以下では、 $x_1$ - $x_2$  面における面内問題について話を進めることとする。

### 3.1. 逆散乱解析の定式化

まず、式 (1) の時間に関するフーリエ変換を取り、物体力  $f_i$  を無視し、周波数領域で面内問題に対する運動方程式を導くと、次の式を得る。

$$\tilde{\sigma}_{ij,j}(\mathbf{x}, \omega) + \rho \omega^2 \tilde{u}_i(\mathbf{x}, \omega) = 0 \quad (7)$$

ここで  $\omega$  は角周波数,  $\tilde{(\cdot)}$  は周波数領域での物理量を表している. 次に, 全変位場  $\tilde{u}_i(\mathbf{x}, \omega)$  は, 入射波動場  $\tilde{u}_i^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega)$  と散乱波動場  $\tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega)$  の重ね合わせ ( $\tilde{u}_i(\mathbf{x}, \omega) = \tilde{u}_i^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega) + \tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega)$ ) で表されることに注意し, 式 (7) に対応する散乱波に関する境界積分方程式を導くと, 次の式を得る.

$$\tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega) = - \int_S \tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega) dS_y \quad (8)$$

ここで,  $\tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$  は周波数領域における 2 次元異方性面内弾性波動問題に対する二重層核<sup>(10)</sup> であり,

$$\tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = C_{jkpl} \frac{\partial \tilde{U}_{ip}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial x_l} e_k(\mathbf{x}) \quad (9)$$

で表される. ただし  $e_k(\mathbf{x})$  は位置  $\mathbf{x}$  における外向き単位法線ベクトル成分,  $\tilde{U}_{ip}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$  は基本解であり,

$$\tilde{U}_{ip}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{|\mathbf{n}|=1} \sum_{m=1}^M \frac{P_{ip}^m(\mathbf{n})}{\rho c_m^2(\mathbf{n})} \phi(k_m |\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}|) d\mathbf{n} \quad (10)$$

で表される. ここで,  $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$ ,  $P_{ip}^m$  は式 (5) から導かれ,  $P_{ip}^m = d_i^m d_p^m$  であり,  $k_m = \omega/c^m$  である. また, 異方性弾性体の場合,  $M = 3$  であり, その和は異方性弾性体内部に発生する qP, qS1, qS2 波の重ね合わせを表現している. 一方, 式 (10) における積分は単位円周とその単位円周を示す単位方向ベクトル  $\mathbf{n}$  に関して実行される. また, 関数  $\phi$  は, 虚数単位  $i$  を用いて

$$\phi(\xi) = i\pi \exp(i\xi) - 2\{\cos(\xi)\text{ci}(\xi) + \sin(\xi)\text{si}(\xi)\} \quad (11)$$

で表される. ただし,  $\text{si}(\xi)$  および  $\text{ci}(\xi)$  は, それぞれ正弦関数と余弦関数であり,

$$\text{si}(\xi) = - \int_{\xi}^{\infty} \frac{\sin(s)}{s} ds, \quad \text{ci}(\xi) = - \int_{\xi}^{\infty} \frac{\cos(s)}{s} ds \quad (12)$$

と表される. さて, Fig.1(a) より, qS1 波は qP 波に比べて波面がクロスする複雑な形状で伝搬する. このことは後の 3.2 節で述べるように, 数値解析を複雑にさせる要因になるため, その回避法を検討する必要がある. また, 通常, 超音波非破壊検査では, 散乱波は欠陥の寸法に比べて十分遠方で観測されることが多い. そのため, 散乱波の観測点は, qP 波と qS1 波が分離できる程度, 欠陥から十分遠方にあると仮定できる. 以上 2 点より, 以下の定式化では, 式 (10) における  $M$  に関する和について, qP 波に関する項だけを考えるものとする.

これらの仮定に従う場合, 式 (11) の右辺第二項は遠方場でゼロに漸近するため, 結局, 式 (11) の関数  $\phi$  は

$$\phi(\xi) \simeq i\pi \exp(i\xi) \quad (13)$$

と書くことができる. 式 (8) 中の二重層核の計算において, 式 (10) の基本解における  $M$  に関する総和を qP 波に関してのみ考慮し, 停留位相法 (補遺を参照) を適用すれば, 次の  $\tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$  に対する遠方表現<sup>(11)</sup>

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \simeq & - \frac{\text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi))}{C_{66}} \\ & \times \sqrt{\frac{k_0}{8\pi|\mathbf{r}||f''(\varphi^s)|}} S^3(\varphi^s) Q_{ij}(\varphi^s) \\ & \times \exp\left[ ik_0|\mathbf{r}|f(\varphi^s) + i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s)) \right] \quad (14) \end{aligned}$$

を求めることができる. ただし, 関数  $Q_{ij}(\varphi^s)$ ,  $f(\varphi)$ ,  $S(\varphi)$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} Q_{ij}(\varphi^s) &= C_{ikpl} e_k(\mathbf{y}) n_l^s P_{pj}(\varphi^s) \\ f(\varphi) &= S(\varphi) |\cos(\varphi - \psi)|, \quad S(\varphi) = \frac{c_0}{c(\varphi)} \quad (15) \end{aligned}$$

で定義される. ここで  $\text{sgn}$  は符号関数,  $(\cdot)'$  は微分を表し,  $\varphi^s$  は,  $f'(\varphi^s) = 0$  を満たす解であり,  $\mathbf{n}^s = (\cos \varphi^s, \sin \varphi^s)$ ,  $k_0$  は  $k_0 = \omega/c_0$  を示している.  $\psi$  は  $(\mathbf{x} - \mathbf{y})/|\mathbf{x} - \mathbf{y}| = \hat{\mathbf{x}} = (\cos \psi, \sin \psi)$  を満たす偏角,  $c(\varphi)$  は  $\varphi$  方向の qP 波の波速である. 式 (14) を式 (8) に代入し,  $|\mathbf{r}| \approx |\mathbf{x}| - \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}$  なる遠方条件を適用して整理すれば, 次の式を得る.

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega) &= \frac{\text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi))}{C_{66}} \sqrt{\frac{k_0}{8\pi|\mathbf{x}||f''(\varphi^s)|}} \\ & \times S^3(\varphi^s) C_{ikpl} n_l^s P_{pj}(\varphi^s) \\ & \times \exp\left[ ik_0|\mathbf{x}|f(\varphi^s) + i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s)) \right] \\ & \times \int_S e_k(\mathbf{y}) \exp\left[ - ik_0 f(\varphi^s) \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y} \right] \tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega) dS_y \quad (16) \end{aligned}$$

式 (16) にガウスの発散定理を適用し, 空洞  $D_c$  内部でのみ 1 の値を取り, その他の領域ではゼロとなる次の特性関数

$$\Gamma(\mathbf{y}) = \begin{cases} 1 & \text{for } \mathbf{y} \in D_c \\ 0 & \text{for otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

を導入することで, 式 (16) の積分項を全領域  $R$  に拡張できる. 実際, 式 (17) を用いて式 (16) を整理すれば, 次の式を得る.

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega) &= \frac{\text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi))}{C_{66}} \sqrt{\frac{k_0}{8\pi|\mathbf{x}||f''(\varphi^s)|}} \\ & \times S^3(\varphi^s) C_{ikpl} n_l^s P_{pj}(\varphi^s) \\ & \times \exp\left[ ik_0|\mathbf{x}|f(\varphi^s) + i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s)) \right] \\ & \times \int_R \Gamma(\mathbf{y}) \frac{\partial}{\partial y_k} \exp\left[ - ik_0 f(\varphi^s) \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y} \right] \tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega) dV_y \quad (18) \end{aligned}$$

今, 時間領域における入射波を,  $u_0$  を振幅,  $\omega^p$  を中心角周波数,  $t^s$  をピーク時刻,  $c^{\text{in}}$  を入射波の波速,  $\hat{\mathbf{p}}^{\text{in}}$  を偏向方向単位ベクトル,  $\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}}$  を伝搬方向単位ベクトルとした次の Ricker 波

$$\begin{aligned} u_j^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) &= \hat{p}_j^{\text{in}} u_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\alpha - 0.5) \exp(-\alpha) \\ \alpha &= \left[ \frac{\omega^p}{2} \left( t - t^s - \frac{\hat{\mathbf{d}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{x}}{c^{\text{in}}} \right) \right]^2 \quad (19) \end{aligned}$$

で与えれば, そのフーリエ変換は, 波数  $k$  が入射波の伝搬方向の波数  $k^{\text{in}} = \omega/c^{\text{in}}$  であることに注意して,

$$\tilde{u}_j^{\text{in}}(\mathbf{x}, \omega) = \hat{p}_j^{\text{in}} F(\omega) \exp(ik^{\text{in}} \hat{\mathbf{d}}^{\text{in}} \cdot \mathbf{x}) \quad (20)$$

の形で与えられる. ただし,  $F(\omega)$  は,

$$F(\omega) = -u_0 \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \frac{\omega^2}{\exp(\omega^2/\omega^{p2}) \exp(-i\omega t^s) \omega^{p3}} \quad (21)$$

と求めることができる. ここで, 式 (18) における空洞境界  $S$  上の未知変位  $\tilde{u}_j(\mathbf{y}, \omega)$  を式 (20) における入射波  $\tilde{u}_j^{\text{in}}(\mathbf{y}, \omega)$  で

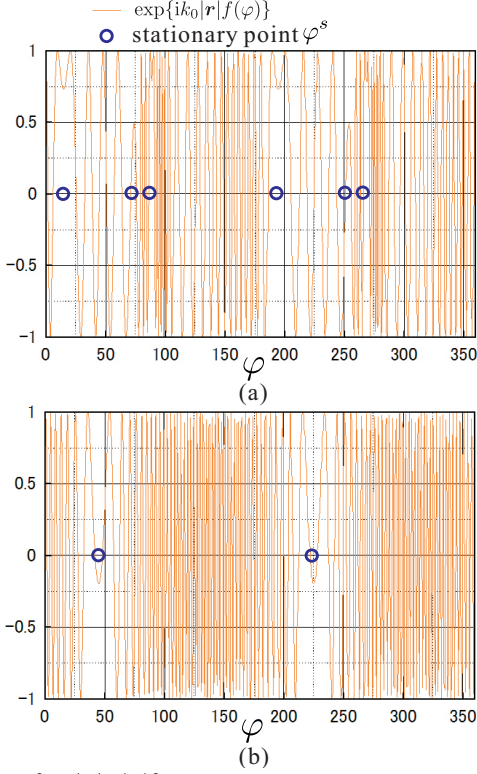


Fig.2  $\exp\{ik_0|\mathbf{r}|f(\varphi)\}$  and the stationary points of (a) CFRP for qS1 wave and (b) isotropic material for S wave at  $\psi = 45^\circ$ .

置き換えた Born 近似を適用すると、式 (18) は、

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega) = & -i \frac{\text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi))}{C_{66}} \sqrt{\frac{k_0}{8\pi|\mathbf{x}||f''(\varphi^s)|}} \\ & \times S^3(\varphi^s) \hat{Q}_{ij}(\varphi^s) (k_0 f(\varphi^s) + k^{\text{in}}) \\ & \times \exp\left[ik_0|\mathbf{x}|f(\varphi^s) + i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s))\right] \hat{p}_j^{\text{in}} F(\omega) \\ & \times \int_R \Gamma(\mathbf{y}) \exp\left[-i(k_0 f(\varphi^s) + k^{\text{in}})\hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}\right] dV_{\mathbf{y}} \quad (22) \end{aligned}$$

と求めることができる。ただし、 $\hat{Q}_{ij}(\varphi^s) = C_{ikpl} n_l^s \hat{x}_k P_{pj}(\varphi^s)$  である。ここで、 $\mathbf{K} = (k_0 f(\varphi^s) + k)\hat{\mathbf{x}}$  なる  $\mathbf{K}$  空間を考えれば、式 (22) に対する逆フーリエ変換より、次のように特性関数  $\Gamma(\mathbf{y})$  を求めることができる。

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{y}) = & \frac{iC_{66}}{\hat{p}_j^{\text{in}}} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{F(\omega)} \sqrt{\frac{|\mathbf{x}||f''(\varphi^s)|}{2\pi^3 k_0}} \\ & \times \left(\frac{f(\varphi^s)}{c_0} + \frac{1}{c^{\text{in}}}\right) \frac{\tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega)}{\text{sgn}(\cos(\varphi^s - \psi)) S^3(\varphi^s) \hat{Q}_{ij}(\varphi^s)} \\ & \times \exp\left[-ik_0 f(\varphi^s)|\mathbf{x}| + i(k_0 f(\varphi^s) + k^{\text{in}})\hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y} \right. \\ & \left. - i\frac{\pi}{4}\text{sgn}(f''(\varphi^s))\right] d\omega d\psi \quad (23) \end{aligned}$$

式 (17) の特性関数は空洞内部でのみ値を持つ関数である。したがって、式 (23) の右辺を精度良く計算できれば、空洞形状を再構成することができる。なお、式 (23) に含まれる周波数領域の散乱波  $\tilde{u}_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, \omega)$  は、時間領域の散乱波  $u_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, t)$  が求まっていれば、そのフーリエ変換で求まる。

### 3.2. 数値解析上での qS1 波の扱い

3.1 節で述べたように、本研究では式 (10) において qP 波の

項についてのみ考慮している。本節ではこの点について簡単に補足しておく。さて、式 (14) の遠方表現の評価に停留位相法 (補遺参照) を用いるため、その際必要な停留点を求めなければならない。そのため、補遺中の式 (24) における  $\exp\{itf(x)\}$  に着目する。式 (10) に式 (13) を代入し、式 (10) 中の関数  $\phi$  の引数が  $k_m|\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}| = k_0|\mathbf{r}|f_m(\varphi)$  で与えられることに注意し、 $m$  に関する総和の qS1 波に関する項が持つ  $\exp\{ik_0|\mathbf{r}|f(\varphi)\}$  を角度表記  $0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$  でプロットした結果を Fig.2(a) に示す。ただし、 $k_0|\mathbf{r}| = 100$  とし、式 (15) において、 $\psi = \pi/4(45^\circ)$  に相当) とした。なお、Fig.2(a) 中の丸印は停留点を示している。比較のため Fig.2(b) に等方性材料に対する結果も同様に示してある。ここで  $\psi = \pi/4(45^\circ)$  とした理由は、Fig.1(a) より、一方向炭素繊維強化 CFRP における qS1 波の群速度の波面が  $45^\circ$  方向 ( $135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$  も同様) でクロスしており、複雑な挙動を示しているためである。Fig.2(b) より、等方性材料の場合は停留点  $\varphi^s$  は 2 つしか存在しないことがわかる。しかしながら、Fig.2(a) に示す一方向炭素繊維強化 CFRP の場合、停留点  $\varphi^s$  は 6 つ存在していることがわかる。紙面の都合上、全ての  $\psi$  に対する結果を載せることはできないが、等方性材料の場合、通常、停留点の数は Fig.2(b) で示すように P 波、S 波ともに 2 つであるが、異方性材料の場合、Fig.2(b) で示したように、必ずしも 2 つとは限らず、 $\psi$  によって、すなわち伝搬方向に依存して変化する可能性がある。つまり、各伝搬方向に対して停留点を求める計算を実行する必要がある、そのような方向は、Fig.1(a) の群速度曲線における波面がクロスする箇所や、滑らかにならない箇所に対応する方向であることがわかる。実際、一方向炭素繊維強化 CFRP の場合、式 (10) における qP 波の成分に着目すると、停留点はいずれの  $\psi$  に対しても 2 つであり、Fig.1(a) を見ても、qP 波の波面がクロスする箇所や滑らかでない箇所はない。以上の理由から、本研究では、数値計算における利便性と、超音波非破壊評価法における特性から、qP 波のみを分離して逆散乱解析を実行する方策を取る。

## 4. 数値解析例

以下、数値解析例を示す。

### 4.1. 遠方場近似の精度確認

まず、式 (14) で表される二重層核の遠方場近似の精度確認を行う。例として、Fig.3(a) に一方向炭素繊維強化 CFRP に対する二重層核  $\tilde{T}_{11}$  成分および、遠方場近似により得られた二重層核  $\tilde{T}_{11}^{\text{far}}$  をプロットした結果を示す。ただし、式 (15) で、 $\psi = 35^\circ, \psi = 65^\circ$  とした結果を示してある。参考のため、等方性材料に対する同様の結果も Fig.3(b) に示しておく。いずれの結果も、式 (14) における遠方場近似を用いた場合の結果は記号で示してある。また、等方性材料に対する Fig.3(b) の計算では、式 (14) に等方性材料の弾性定数を代入することで二重層核を計算してある。Fig.3 より、いずれの場合も無次元化波数  $k_0|\mathbf{r}|$  の値が大きくなるにつれて、遠方場近似の結果が、通常の計算結果に近づく様子が見て取れる。一方向炭素繊維強化 CFRP については、 $k_0|\mathbf{r}| = 80$  程度で精度の良い近似が得られている。

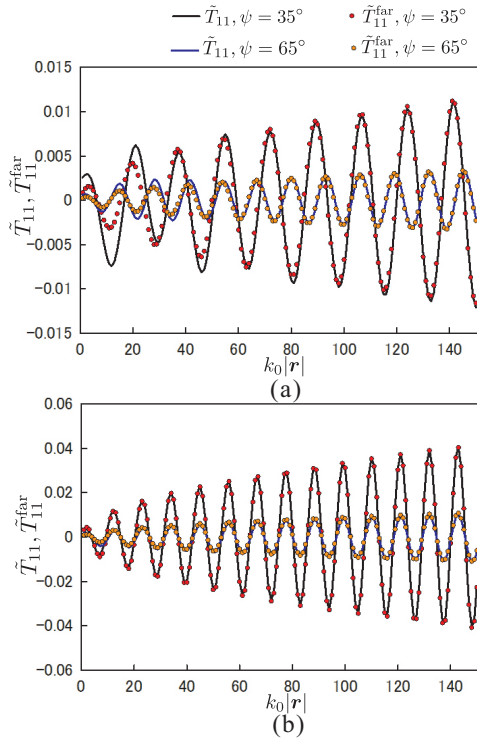


Fig. 3 Far field approximation of double layer kernel  $\tilde{T}_{11}^{\text{far}}$  for (a) unidirectional CFRP and (b) isotropic material.

## 4.2. 逆散乱解析結果

次に、逆散乱解析結果を示す。逆散乱解析に用いた欠陥モデルは、Fig.4 に示すような半径  $a$  の円筒空洞とし、演算子積分時間領域境界要素法<sup>(12)</sup> を用いて、式 (1), (2) に対する境界積分方程式を解くことで、散乱波  $u_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, t)$  を求め、逆散乱解析のデータとして用いる。演算子積分時間領域境界要素法では、空洞を 72 個の境界要素で分割し、区分一定要素で計算した。その際の時間増分  $c_0\Delta t/a$ 、総時間ステップ数  $N$ 、および入射波の中心周波数  $\omega^p$  はそれぞれ、一方向炭素繊維強化 CFRP に関しては、 $c_0\Delta t/a = 0.006$ 、 $N = 2048$ 、 $\omega^p = 4\pi$ 、等方性材料に関しては、 $c_0\Delta t/a = 0.025$ 、 $N = 1024$ 、 $\omega^p = \pi$  としている。また、Fig.1 の群速度曲線より、qP 波、qS1 波が理論上分離されるよう、Fig.4 に示すように空洞中心から距離  $20a$  の円周を  $\theta = 5^\circ$  から  $10^\circ$  間隔で 36 分割した点を散乱波  $u_i^{\text{sc}}(\mathbf{x}, t)$  の観測点とし、欠陥中心からそれらの観測点を見た無限遠方から入射平面波が到来するとした。すなわち、ここでは同一探触子で超音波を送受信するパルス・エコー法を想定している。

### 4.2.1. $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ の場合

演算子積分時間領域境界要素法を用いて一方向炭素繊維強化 CFRP 中の欠陥に対して逆散乱解析を行った結果を Fig.5(a) に示す。ただし、逆散乱解析に用いた観測点は  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  内の観測点で得られた散乱 qP 波の散乱波形を用いた。また、比較のため、等方性材料に対する解析結果を Fig.5(b) に示してある。なお、逆散乱解析で画像化する領域は Fig.4 に示す  $10a \times 10a$  の領域であり、特性関数  $\Gamma(\mathbf{y})$  の値を、その最大値  $\Gamma(\mathbf{y})$  で無次元化した値をプロットしている。また、Fig.5 中の

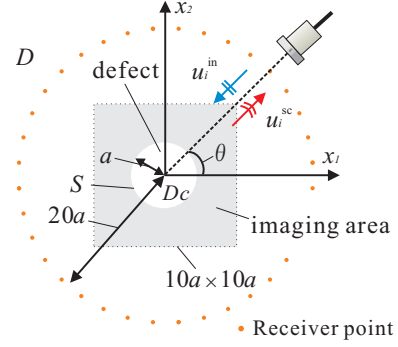


Fig.4 Inverse scattering analysis model.

点実線は実際の空洞の形状を示している。Fig.5(a) より、一方向炭素繊維強化 CFRP 中の空洞を概ね再構成できていることがわかる。しかしながら、Fig.5(b) に示す等方性材料の場合の結果と比較すると、空洞の再構成像がやや横長になっていることが分かる。一方向炭素繊維強化 CFRP は、異方性の影響で qP 波の群速度が水平方向に非常に速い。逆散乱解析に用いるデータは全ての観測点で同時刻までの順解析結果を用いているため、異方性が強い場合は相対的に再構成に用いるデータが少ない方向が現れる。また、本解析では、等方性材料に対する再構成も式 (23) を用いて行っている。そのため、異方性が強い場合の順解析の解析精度が再構成結果に影響を与えている可能性もある。これらについては、今後検討が必要である。

### 4.2.2. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の場合

次に、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の半周方向で得られた散乱波形データを用いた場合の結果を Fig.6(a) に示す。同様に、等方性材料の場合の結果を Fig.6(b) に示してある。散乱波形データを取得する位置が限られた場合、Fig.6(a) に示す一方向炭素繊維強化 CFRP に対する結果は、Fig.6(b) に示す等方性材料の場合と同様、入射波が直接当たる部位に関して空洞が概ね再構成されている様子が確認できる。

## 5. おわりに

本研究では、一方向炭素繊維強化 CFRP 中の空洞欠陥に対する逆散乱解析を行った。演算子積分時間領域境界要素法によって一方向炭素繊維強化 CFRP 中の円筒空洞に対する弾性波動散乱解析を行い、その結果得られた散乱波形データをもとに、空洞を概ね再構成することができた。ただし、一般的に CFRP は比較的薄板として利用する場合が多い。そのため、本研究で仮定した qP 波、qS1 波の分離が難しい場合もあると考えられる。今後は、その点の対応や、スリット状欠陥等の面積型欠陥に対する適用、3次元異方性弾性波動問題へと本手法を拡張する予定である。

### 補遺: 停留位相法

今、次のような積分を考える。

$$F = \int_{-t}^t g(x) \exp\{itf(x)\} dx \quad (24)$$

ここで、 $t$  が十分に大きい場合、関数  $g(x)$  は緩やかに変化し、 $\exp\{itf(x)\}$  は素早く振動する。式 (24) の積分を  $t \rightarrow \infty$  にお

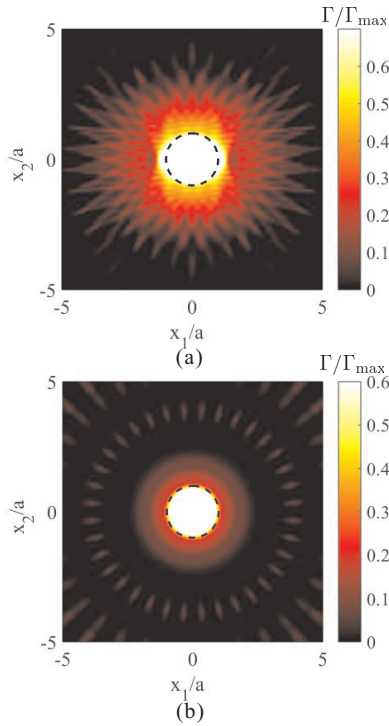


Fig. 5 Shape reconstruction of the cavity in (a) unidirectional CFRP and (b) isotropic material ( $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ).

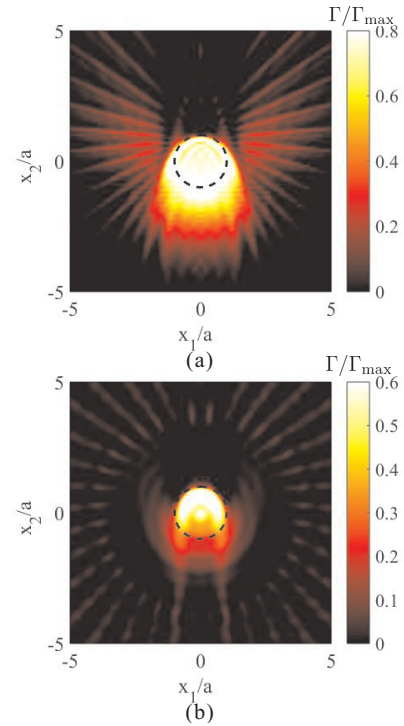


Fig. 6 Shape reconstruction of the cavity in (a) unidirectional CFRP and (b) isotropic material ( $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ).

いて実行すると,  $\exp\{itf(x)\}$  の振動が緩やかになる関数  $f(x)$  の停留点以外で  $\exp\{itf(x)\}$  は全体的に打ち消し合う。したがって, 関数  $f(x)$  が一周期につき  $n$  個の停留点  $x^s$  を持つ場合, 積分  $F$  は次のように近似できる。

$$F \simeq n \sqrt{\frac{2\pi}{t|f''(x^s)|}} g(x^s) \exp \left\{ itf(x^s) + i\frac{\pi}{4} \text{sgn}(f''(x^s)) \right\} \quad (25)$$

## 謝辞

本研究は科学研究費補助金基盤研究(B)(一般)(課題番号:17H03294), 学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点(課題番号:jh170045-NAJ)の支援の下, 実施された。

## 参考文献

- (1) S. R. Doctor, T. E. Hall, and L. D. Reid: Soft - the evolution of a signal processing technology for ultrasound testing, *NDT Int.*, 19(3), (1986), pp.163-167.
- (2) M. Spies and W. Jager: Synthetic aperture focusing for defect reconstruction in anisotropic media, *Ultrasonics*, 41, (2003), pp.125-131.
- (3) D. Colton, J. Coyle and P. Monk: Recent developments in inverse acoustic scattering theory, *SIAM Review*, 42(3), (2000), pp.369-414.
- (4) K. Nakahata, T. Saitoh and S. Hirose: 3-D flaw imaging by inverse scattering analysis using ultrasonic array transducer, *Re-*

*view of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, 34, (2006), pp.717-724.

- (5) 山田真幸, 宮腰寛之: 線形化逆散乱解析法による三次元欠陥形状再構成, *土木学会論文集 A* 64, No.1, (2008), pp.133-141.
- (6) 角田貴也, 鈴木啓悟: 鋼コンクリート界面の剥離部分可視化の試み, *構造工学論文集*, Vol.63A, (2017), pp.581-587.
- (7) 斎藤隆泰, 下田瑞斗, 稲垣祐生, 廣瀬壮一: 演算子積分時間領域境界要素法を援用した異方性板内部の欠陥に対する順解析および逆散乱解析, *土木学会論文集 A2(応用力学)*, vol.72, No.2, (2016), pp.237-246.
- (8) 斎藤隆泰, 稲垣祐生, 下田瑞斗: 異方性弾性体中の欠陥に対する2次元逆散乱解析, *非破壊検査*, vol. 66, No.2, (2017), pp.84-89.
- (9) B. A. Auld: *Acoustic fields and waves in solids*, Vol. 1,2, R. E. Krieger, (1990)
- (10) C. -Y. Wang and J. D. Achenbach: elastodynamic fundamental calculus for anisotropic solids, *Geophys J. Int.*, Vol. 118, (1994), pp. 384-392.
- (11) 藤原千織, 永田泰昭, 廣瀬壮一: 異方性厚板鋼に対する超音波探傷試験の遠方場解析, *応用力学論文集*, 土木学会, Vol. 5, (2002), pp.881-886.
- (12) A. Furukawa, T. Saitoh and S. Hirose: Convolution quadrature time-domain boundary element method for 2-D and 3-D elastodynamic analysis in general anisotropic elastic solids, *Eng. Anal. Bound. Elem.*, Vol. 39, (2014), pp. 64-74.