

埋め込み境界–改良 Lattice Kinetic Scheme を用いた T 字管内における固体粒子を含む流れの数値計算

NUMERICAL SIMULATION OF FLUID FLOWS WITH A SOLID PARTICLE IN A T-SHAPED PIPE BY THE IMMERSSED BOUNDARY–IMPROVED LATTICE KINETIC SCHEME

吉野 正人¹⁾, 白 涵夫²⁾, 鈴木 康祐³⁾

Masato YOSHINO, Hanfu BAI and Kosuke SUZUKI

- 1) 信州大学学術研究院 工学系 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: masato@shinshu-u.ac.jp)
2) 信州大学大学院 総合理工学研究科 工学専攻 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: 16w4039h@shinshu-u.ac.jp)
3) 信州大学学術研究院 工学系 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: kosuzuki@shinshu-u.ac.jp)

An immersed boundary–improved lattice kinetic scheme is formulated for numerical simulations of fluid flows with a solid particle in a T-shaped pipe. The improved lattice kinetic scheme is an extended version of the lattice Boltzmann method and is more accurate and stable than the single relaxation time-lattice Boltzmann method. In this study, we combine the improved lattice kinetic scheme with the multi direct forcing method, which enforces the no-slip boundary condition accurately by determining the body force iteratively. In addition, the present method includes a collision technique in which a repulsive force occurs when the gap between a particle and a wall is lower than a given threshold. By using the present method, we simulate fluid flows with a circular cylinder in a two-dimensional T-shaped pipe and investigate the effects of the initial position of the cylinder, the pressure difference between two outlets, and the ratio of the diameter of the cylinder to the width of the pipe.

Key Words : Immersed Boundary–Improved Lattice Kinetic Scheme, Solid Particle, Repulsive Force, T-Shaped Pipe

1. はじめに

流体中に含まれる粒子の分離や分級は、機械工学や化学工学でよく見られる単位操作の一つである。その中でも、流体とほぼ同じ密度の粒子を分離・分級する方法には、曲がり管や分岐などの流路形状を利用したものがある。一方、このような形状内の流れは、二次流れにおけるディーン渦や角部における流れのはく離などが発生するため、粒子はこのような流れの影響を大きく受けた複雑な挙動を示すことが考えられる。そのため、U 字曲がり管や T 字分岐管内における粒子を含む流れを調べることは、工学的な応用のみならず学術的にも重要である。

曲がり管や分岐管といった管内における粒子の輸送問題は、流体中を移動する物体が流れを誘起し、誘起された流れによって物体の運動が変化するという、移動境界流れの典型例である。移動境界流れは、その現象の複雑さから、理論・

実験的アプローチが困難な場合が多く、数値流体力学を用いたアプローチが期待されている。しかしながら、管内における粒子の輸送問題を計算する際には、管径や粒子径に比べ、管の長さを十分に長く設定する必要があり、計算領域が広がって計算負荷が増大してしまう。一方、計算負荷を低減するために解像度を低くすると、計算精度が低下するだけでなく、計算が不安定になって破綻してしまう場合も多々ある。そのため、管内における粒子の輸送問題の計算には、計算負荷が低く、精度、安定性に優れた手法を用いる必要がある。

それに対し、移動境界流れの効率の良い数値計算法として、近年、埋め込み境界–格子ボルツマン法 (Immersed Boundary–Lattice Boltzmann Method, 以下 IB-LBM と記す) が注目され発展を遂げている。この手法は、デカルト格子状において境界近傍の格子点に適切な体積力を加えることにより、固体壁面上におけるすべりなし境界条件を満足する埋め込み境界法⁽¹⁾を、非圧縮性粘性流れの格子ボルツマン法⁽²⁾に組み込んだ手法である。これまで、いろいろな種類

のIB-LBMが開発されており、管内における粒子の輸送問題を含む種々の移動境界問題に適用されている（例えば、Feng and Michaelides⁽³⁾ や Krüger et al.⁽⁴⁾ など）。著者の Suzuki et al.⁽⁵⁾ も、効率および精度に優れたIB-LBMを提案しており、これを用いて蝶の羽ばたき飛翔の計算⁽⁶⁾を行っている。しかし、この手法は、格子ボルツマン法として最も単純な単一の緩和時間を用いる LBGK モデル⁽⁷⁾を用いており、緩和時間 τ が0.5に近くなると計算が不安定になるという問題がある。

そこで本研究では、緩和時間 τ による不安定性のない Lattice Kinetic Scheme⁽⁸⁾（以下、LKSと記す）をさらに改良して精度や安定性を改善した改良LKS⁽⁹⁾と、埋め込み境界法を組み合わせるにより、管内における粒子の輸送問題の計算手法を構築することを目的とした。また、構築した手法を用いて、2次元T字管内における円柱の輸送解析を行った。

2. 計算手法

2.1. 改良LKS

使用される物理量はすべて、代表長さ L 、格子気体モデルにおける仮想粒子の代表速さ c 、時間スケール $t_0 = L/U$ （ U : 流れの代表速さ）、および基準密度 ρ_0 を用いて無次元化したものである。⁽⁵⁾ 格子気体モデルとして、2次元9速度モデルを用いた。なお、3次元への拡張は容易である。この速度モデルの粒子速度 \mathbf{c}_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 9$)は、以下のように与えられる。

$$[\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3, \mathbf{c}_4, \mathbf{c}_5, \mathbf{c}_6, \mathbf{c}_7, \mathbf{c}_8, \mathbf{c}_9] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

本手法では、物理空間を格子間隔 Δx の正方形格子に分割し、時刻 t に格子点 \mathbf{x} における流体の圧力 p および流速 \mathbf{u} を次式で計算する。

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^9 f_i^{\text{eq}}(p(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t), \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t)), \quad (2)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^9 \mathbf{c}_i f_i^{\text{eq}}(p(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t), \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t)), \quad (3)$$

ここで、

$$f_i^{\text{eq}}(p, \mathbf{u}) = E_i \left[3p + 3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2}\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \right], \quad (4)$$

であり、 $E_1 = 4/9$, $E_2 = E_3 = E_4 = E_5 = 1/9$, $E_6 = E_7 = E_8 = E_9 = 1/36$ である。さらに、数値安定性を高めるために、以下の手順に従って圧力 p を数回の反復計算で求める。

Step 0 $p_0(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}, t)$ とする。

Step 1 反復 l 回目の圧力 p_l を既知とし、それを用いて反復 $(l+1)$ 回目の圧力 p を次のように求める。

$$p_{l+1}(\mathbf{x}) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^9 [f_i^{\text{eq}}(p_l(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x), \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t)) + 3A_p E_i \mathbf{c}_i \cdot \{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t)\}], \quad (5)$$

この反復を n 回まで繰り返す。

Step 2 $p(\mathbf{x}, t + \Delta t) = p_n(\mathbf{x})$ として、時刻 $t + \Delta t$ における圧力 p を求める。

また、求めた圧力 $p(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ を以下の式に代入して、時刻 $t + \Delta t$ における速度 \mathbf{u} を求める。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \sum_{i=1}^9 \mathbf{c}_i [f_i^{\text{eq}}(p(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t), \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t)) + 3A_u E_i \mathbf{c}_i \cdot \{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta x, t)\}], \quad (6)$$

ここで、式(5)における A_p は音速を調節するパラメータであり、式(6)における A_u は流体の動粘性係数 ν を決定するパラメータである。音速 c_s および動粘性係数 ν は、それぞれ以下で与えられる。

$$c_s = \frac{1}{Sh} \sqrt{\frac{n}{3}(1 - A_p)}, \quad (7)$$

$$\nu = \frac{1}{6}(1 - A_u)\Delta x, \quad (8)$$

ここで、 $Sh = U/c = O(\Delta x)$ はストローハル数である。

2.2. 埋め込み境界法

埋め込み境界法は、境界の内外が同種の非圧縮性粘性流体で満たされているとみなし、境界近傍に適切な体積力を加えることにより、境界上でのすべりなし境界条件を満足させる方法である。その体積力は、境界が周囲の流体から受ける力の反力を体積力として表したものであり、境界上でのすべりなし境界条件を満たすように決定される。なお、体積力の決定法はいくつか方法が提案されているが、本研究では、パラメータ設定の必要がない Wang et al.⁽¹⁰⁾による Multi Direct Forcing Method を用いる。

時刻 t における流速 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ および圧力 $p(\mathbf{x}, t)$ が既知であるとする。これらの値から、格子点上での一時的な流速 $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t)$ が求められる。また、境界とともに移動する境界点の場所およびその速度をそれぞれ $\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k$ ($k = 1, 2, \dots, N$)とし、それらの時刻 $t + \Delta t$ での値が既知であるとする。このとき、 \mathbf{X}_k は一般に格子点と一致しないので、格子点上での一時流速 $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t)$ を、次式のように周囲の格子点から内挿する。

$$\mathbf{u}^*(\mathbf{X}_k) = \sum_{\mathbf{x}} \mathbf{u}^*(\mathbf{x}) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k)(\Delta x)^2, \quad (9)$$

ここで、 $\sum_{\mathbf{x}}$ はすべての格子点 \mathbf{x} についての和を表す。また、 W は、以下で与えられるような重み関数である。

$$W(x, y) = \frac{1}{\Delta x} w\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \cdot \frac{1}{\Delta x} w\left(\frac{y}{\Delta x}\right), \quad (10)$$

$$w(r) = \begin{cases} \frac{1}{8} \left(3 - 2|r| + \sqrt{1 + 4|r| - 4r^2} \right), & (|r| \leq 1), \\ \frac{1}{8} \left(5 - 2|r| + \sqrt{-7 + 12|r| - 4r^2} \right), & (1 < |r| \leq 2), \\ 0, & (2 < |r|). \end{cases} \quad (11)$$

体積力 $\mathbf{g}(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ は以下のように反復的に決定される。

Step 0 反復の初期における境界点 \mathbf{X}_k 上での体積力を求める。

$$g_0(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = Sh \frac{\mathbf{U}_k - \mathbf{u}^*(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)}{\Delta t}. \quad (12)$$

ここで, $Sh/\Delta t = 1/\Delta x$ であることに注意する。

Step 1 ℓ 回目の反復において, 体積力を格子点へ分配する。

$$g_\ell(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \sum_{k=1}^N g_\ell(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) \Delta V, \quad (13)$$

ここで, 体積力は境界点1点にのみ加わるのではなく, 境界点近傍の微小な領域に平均的に分布していると考え, その領域の体積を ΔV で表す. 本手法では, 物体の周長 S に対して, $\Delta V = S/N \times \Delta x$ で与える. また, N は S/N が Δx 程度の量となるようにとる.

Step 2 格子点での流速を補正する。

$$\mathbf{u}_\ell(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) + \frac{\Delta t}{Sh} g_\ell(\mathbf{x}, t + \Delta t). \quad (14)$$

Step 3 境界点での流速を内挿する。

$$\mathbf{u}_\ell(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = \sum_{\mathbf{x}} \mathbf{u}_\ell(\mathbf{x}, t + \Delta t) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) (\Delta x)^2. \quad (15)$$

Step 4 ($\ell + 1$) 回目の反復計算を行う場合には, 境界点での体積力を以下のように補正し, **Step 1** に戻る。

$$g_{\ell+1}(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = g_\ell(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) + Sh \frac{\mathbf{U}_k - \mathbf{u}_\ell(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)}{\Delta t}. \quad (16)$$

このようにして得られた体積力 $g(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ を用いて, 次式より流体の速度を求める。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) + \frac{\Delta t}{Sh} g(\mathbf{x}, t + \Delta t). \quad (17)$$

2.3. 粒子の運動

本手法に粒子の回転効果を組み込むことも可能であるが, 以下では回転運動は考慮せず, 並進運動のみを考える. 粒子の重心の速度 \mathbf{U}_p は, 粒子が外部から受ける力を $\mathbf{F}(t)$ とするとき, ニュートンの運動方程式から次式で計算される。

$$\rho_p V \frac{d\mathbf{U}_p}{dt} = \mathbf{F}(t), \quad (18)$$

ここで, ρ_p は粒子の密度で一様とし, V は粒子の体積とする. いま, 粒子が流体に与える力を, 境界近傍領域に分配された力の総和の反作用 $\mathbf{F}_p(t)$ とする. 一般には, $\mathbf{F}_p(t)$ の一部が粒子内部の流体の運動に使われてしまうため, $\mathbf{F}_p(t)$ は $\mathbf{F}(t)$ とは一致しない. そこで, 内部流体の運動による力 $\mathbf{F}_{in}(t)$ を考慮すると, $\mathbf{F}(t)$ は文献⁽⁵⁾を参考に,

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_p(t) + \mathbf{F}_{in}(t), \quad (19)$$

$$\mathbf{F}_p(t) = - \sum_{\mathbf{x}} g(\mathbf{x}, t) (\Delta x)^2, \quad (20)$$

$$\mathbf{F}_{in}(t) = \rho_f V Sh \frac{d\mathbf{U}_p}{dt} \simeq \rho_f V Sh \frac{\mathbf{U}_p(t) - \mathbf{U}_p(t - \Delta t)}{\Delta t}, \quad (21)$$

と表される. ここで, ρ_f は流体の密度である. なお, 式 (21) には, Feng et al.⁽¹¹⁾ による近似を使用した. 以上から, 式 (18) をオイラーの陽解法によって離散化することにより, 新しい時刻の粒子の速度 $\mathbf{U}_p(t + \Delta t)$ を次式で求めた。

$$\mathbf{U}_p(t + \Delta t) = \mathbf{U}_p(t) + \frac{\Delta t}{\rho_p V} (\mathbf{F}_p(t) + \mathbf{F}_{in}(t)). \quad (22)$$

同様に,

$$Sh \frac{d\mathbf{X}_p}{dt} = \mathbf{U}_p, \quad (23)$$

であるので, 粒子の重心位置 \mathbf{X}_p を次式のように求めた。

$$\mathbf{X}_p(t + \Delta t) = \mathbf{X}_p(t) + \frac{\Delta t}{Sh} \mathbf{U}_p(t). \quad (24)$$

なお, 粒子の回転や変形は考慮しないため, 粒子を構成する境界点の位置 \mathbf{X}_k および速度 \mathbf{U}_k は, それぞれ次式で求めた。

$$\mathbf{X}_k(t) = \mathbf{X}_p(t) - \mathbf{X}_p(0) + \mathbf{X}_k(0), \quad (25)$$

$$\mathbf{U}_k(t) = \mathbf{U}_p(t). \quad (26)$$

2.4. 粒子と壁面の反発力

粒子は壁と接触した時, 壁から反発力 \mathbf{F}_w を受ける. 本研究では, Feng et al.⁽³⁾ の方法を参考に, 反発力を以下のように与えた。

$$\mathbf{F}_w = \begin{cases} B \left(\frac{|\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_w| - R - \zeta}{\zeta} \right)^2 \left(\frac{\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_w}{|\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_w|} \right) & |\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_w| \leq R + \zeta, \\ 0 & |\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_w| > R + \zeta, \end{cases} \quad (27)$$

ここで, \mathbf{X}_w は壁の座標, B は力の大きさを決めるパラメータ, R は粒子の半径, ζ は安全領域である. 本計算では, 埋め込み境界法の有効範囲が壁と接触した際に, 上記の反発力が作用するようにした. つまり, $\zeta = 2\Delta x$ とした。

2.5. 埋め込み境界-改良 LKS の計算手順

最後に, 埋め込み境界法を適用した改良 LKS の計算手順をまとめると, 以下のようになる。

Step 0 粒子の初期の重心位置 $\mathbf{X}_p(0)$, 速度 $\mathbf{U}_p(0)$, および粒子にかかる体積力 $g(\mathbf{x}, 0)$ を入力する。

Step 1 式 (20) および (21) を用いて, 粒子にかかる力 $\mathbf{F}_p(t)$, $\mathbf{F}_{in}(t)$ を求める。

Step 2 式 (22) より, 粒子の速度 $\mathbf{U}_p(t + \Delta t)$ を求める。

Step 3 式 (24) より, 物体の重心位置 $\mathbf{X}_p(t + \Delta t)$ を求める. また, 式 (25) および (26) によって, 境界点の位置 $\mathbf{X}_k(t + \Delta t)$, 速度 $\mathbf{U}_k(t + \Delta t)$ を求める。

Step 4 式 (5) および (6) を用いて, 流体の圧力 $p(\mathbf{x}, t + \Delta t)$, 一時流速 $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ を求める。

Step 5 式 (12)~(16) を用いて, 境界点近傍にかかる体積力 $g(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ を求める。

Step 6 式 (17) より, 流体の速度 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ を求める。

Step 7 時間ステップを進め, **Step 1** から繰り返す。

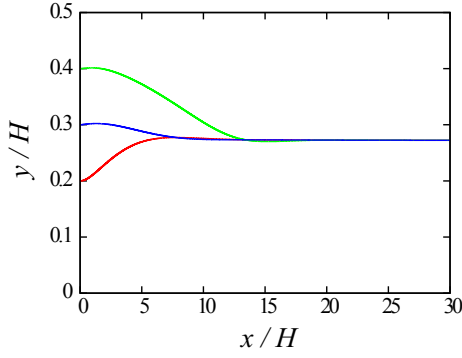


Fig. 1 Lateral migrations from different initial positions of a particle in Poiseuille flow at $Re = 69.39$ with $D/H = 0.25$.

3. 本手法の妥当性検証

計算手法の妥当性を検証するために、二次元平行平板間のポアズイユ流中における単一円柱状粒子の挙動解析を行った。計算領域を $H \times H = 200\Delta x \times 200\Delta x$ とし、入口および出口 ($x = 0$ および $y = H$) には圧力差を伴う周期境界条件を、 $y = 0$ および $y = H$ の境界にはすべりなし境界条件を用いた。レイノルズ数は、 $Re = \bar{u}H/\nu = 69.39$ とした。ここで、 \bar{u} は定常時の入口における平均流速である。粒子の直径は $D = 0.25H$ 、動粘性係数を定めるパラメータは $A_u = 0.28$ 、入口・出口間の圧力差は $\Delta p = 3.270 \times 10^{-4}$ とした。本計算では、定常状態におけるポアズイユ流の中に単一粒子を静止状態で配置し、平衡状態になるまでの非定常計算を行った。粒子の初期位置は、 $(x, y) = (0.5H, 0.2H)$ 、 $(0.5H, 0.3H)$ 、 $(0.5H, 0.4H)$ の3ケースとした。なお、この計算では、後ほど結果の比較を行う文献 (12) の条件に合わせるために、円柱の回転を考慮している。しかし、内部質量の影響⁽⁵⁾は考慮していない。これは、内部質量の影響は平衡状態に達すると0になるので、平衡位置には影響しないと考えられるためである。

管壁と管軸中心との間の異なる初期位置から出発した粒子の重心の軌跡を Fig. 1 に示す。この図から、初期位置が異なる3ケースとも、粒子は最終的に同じ平衡位置 $y/H = 0.2723$ を流れることがわかる。これは、流体と等密度の粒子が管内を流れる場合、定常状態では管壁と管軸の間のある平衡位置を流れる Segré-Silberberg 効果⁽¹³⁾ と呼ばれる現象であり、本計算でも再現することができたと言える。なお、既存の計算結果⁽¹²⁾によると、 $Re = 68.50$ のときの平衡位置は $y/H = 0.2716$ であり、この値と比較すると相対誤差は 0.2577% になることから、本手法の妥当性が示された。

4. 2次元T字管内の単一粒子の輸送解析

4.1. 計算条件

Fig. 2(a) に示すようなT字管内において、流体が定期的な流れの中に直径 D の円柱状粒子を1個配置し、初期位置を変えて運動を開始した場合の粒子の挙動を調べる。計算領域は $L_x = 500\Delta x$ 、 $L_y = 275\Delta x$ 、 $H = 50\Delta x$ とした。流入口 (Inlet) には流入条件としてポアズイユの流速分布、圧力勾配一定とし、流出流路の出口 (Outlet 1) および分岐流路の出口 (Outlet 2) では、それぞれ流出条件として速度勾配0、

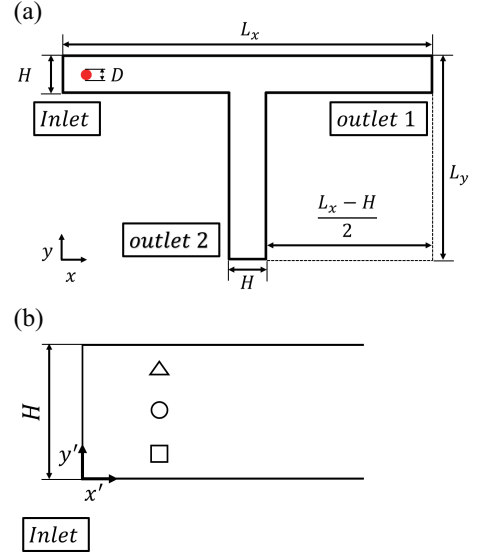


Fig. 2 Computational domain of a two-dimensional T-shaped pipe: (a) overall view; (b) initial positions of a single particle: $\triangle : (x', y') = (0.5H, 0.8H)$; $\circ : (x', y') = (0.5H, 0.5H)$; $\square : (x', y') = (0.5H, 0.2H)$.

圧力一定とした。その他の壁面にはすべりなし境界条件を用いた。レイノルズ数は、 $Re = U_{in}H/\nu = 100$ とした。ここで、 U_{in} は流入口における平均流速である。Outlet 1 の圧力を p_1 、Outlet 2 の圧力を p_2 とし、その両出口間の無次元圧力差を $\Delta P = (p_1 - p_2)/(\rho_f U_{in}^2)$ と定義する。圧力計算の反復回数は、文献 (9) によると、数回の反復であっても十分な精度・安定性が得られることが報告されていることから、本研究では2回とする。流体および粒子の密度は等しく $\rho_f = \rho_p = 1$ とし、周囲流体の動粘性係数を $\nu = 2.9 \times 10^{-4}\Delta x$ とする。このとき、粘性係数を調整するパラメータは $A_u = 9.98 \times 10^{-1}$ となる。さらに、音速を調整するパラメータを $A_p = 0$ とし、反発の大きさを決めるパラメータを $B = \rho_p V U_{in}^2/D$ とする。なお、埋め込み境界法の反復回数は、文献 (5) によると、5回の反復ですべりなし境界条件からの誤差が0.5%以内に抑えられることが報告されていることから、本研究でも5回とする。

以下では、Fig. 2(b) のように流入口の下の方を原点として、 x' 軸、 y' 軸を定義した座標系を用いる。時刻 $t = 0$ における粒子の初期位置として、 $\triangle : (x', y') = (0.5H, 0.8H)$; $\circ : (x', y') = (0.5H, 0.5H)$; $\square : (x', y') = (0.5H, 0.2H)$ の3点を考える。また、粒子の初期速度を $U_p = \mathbf{0}$ とする。なお、流れ場の初期条件は、粒子を配置せずにT字管内の流れを計算した場合の、定常に達した流れ場とする。様々な無次元圧力差 ΔP に対する初期の流れ線を Fig. 3 に示す。この図より、 ΔP が増加するにつれて、分岐流路側の渦は徐々に小さくなり、逆に流出流路側には渦が生じ始め、徐々に大きくなることがわかる。このような圧力差の変化に対する流れ場の変化は、3次元T字管の計算結果⁽¹⁴⁾にも見られ、定性的に妥当な結果と考えられる。

これらの条件に対して、両出口間の無次元圧力差および円柱直径と管径の比が粒子の挙動におよぼす影響を調べた。本

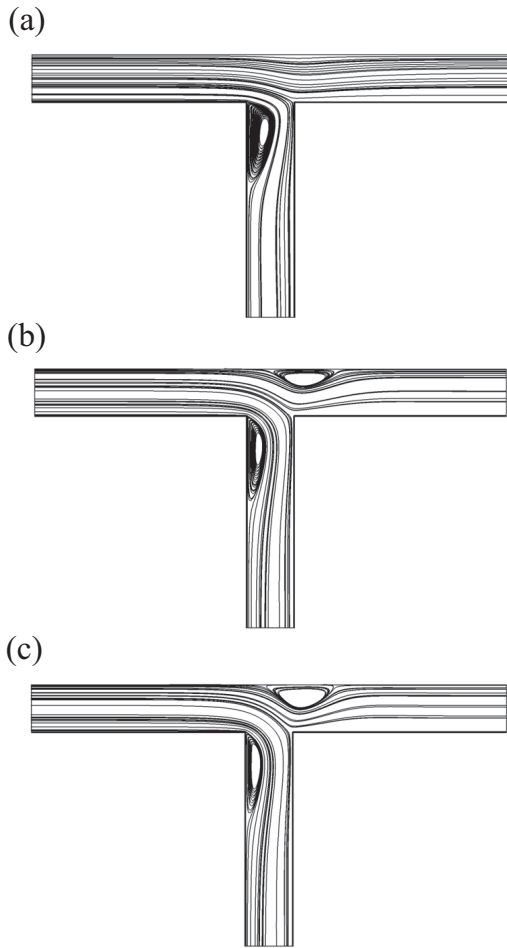


Fig. 3 Streamlines for various non-dimensional pressure differences ΔP at $Re = 100$: (a) $\Delta P = 0$; (b) $\Delta P = 0.713$; (c) $\Delta P = 0.891$.

研究では、Outlet 1 の圧力 p_1 を一定とし、Outlet 2 の圧力 p_2 を小さくして、その両出口間の無次元圧力差 ΔP を変化させる。また、流路幅 H を一定とし、粒子の直径 D を変えることで、円柱直径と管径の比 D/H を変化させる。

なお、Fig. 2(a) に示す T 字管において、入口部分（粒子の助走区間）を延長すると、次節以降で得られる粒子軌跡とは異なる結果になることが予測される。その理由は、流体と等密度の粒子が管内を流れる場合、前述の Segré-Silberberg 効果⁽¹³⁾ により、どの初期位置から出発した粒子も定常状態では管壁と管軸の間のある平衡位置を流れる性質があるため、初期位置による影響が顕著に現れなくなるからである。よって本研究では、粒子が最終的な平衡位置に近づかないうちに分岐部を通過するような T 字管構造を考え、計算対象としていることに注意されたい。

4.2. 出口間圧力差の影響

まず、管径比を $D/H = 0.20$ で一定とし、無次元圧力差 ΔP を様々に変化させて計算を行った。各圧力差における粒子の軌跡を Fig. 4 に示す。Fig. 4(a) より、初期位置によらず、粒子は分岐部を通過して Outlet 1 へと移動していることがわかる。また、 $\Delta P = 0.713$ とした時の粒子の軌跡 (Fig. 4(b))

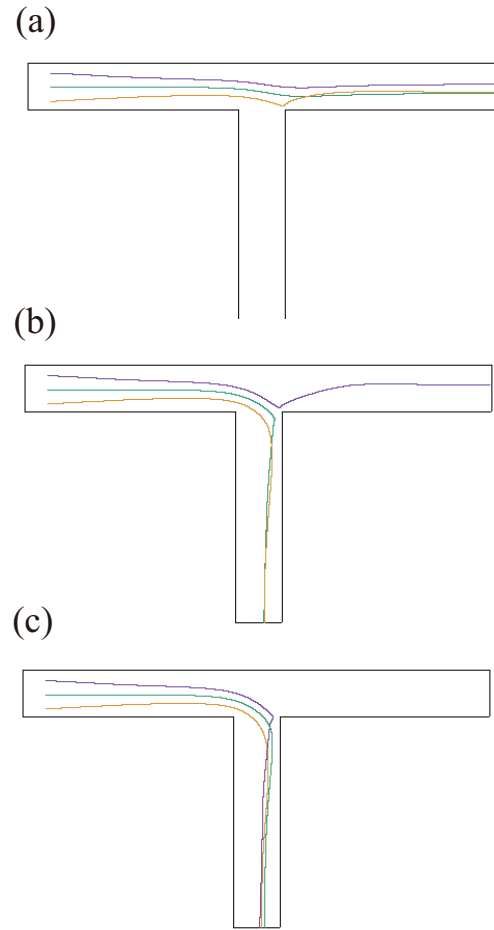


Fig. 4 Trajectories of a single particle from various initial positions in the case of $Re = 100$ and $D/H = 0.20$: (a) $\Delta P = 0$; (b) $\Delta P = 0.713$; (c) $\Delta P = 0.891$.

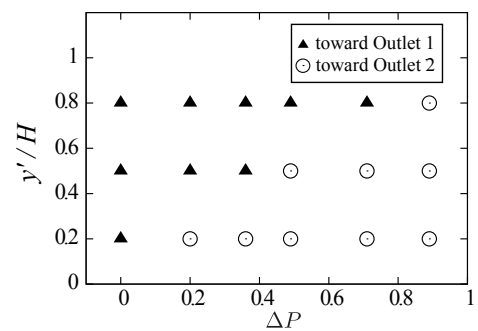


Fig. 5 Calculated results classified by the outlet which the particle reaches for various non-dimensional pressure differences ΔP and initial positions y'/H in the case of $Re = 100$ and $D/H = 0.20$.

では、初期位置 Δ から動き始めた粒子は分岐部を通過した後、壁に接触して Outlet 1 へ移動していることがわかる。一方、初期位置が \circ および \square から動き始めた粒子は Outlet 2 へと移動しており、無次元圧力差を大きくすると初期位置によって分離することがわかる。さらに、 $\Delta P = 0.891$ とした時の粒子の軌跡 (Fig. 4(c)) では、初期位置によらず、粒子は

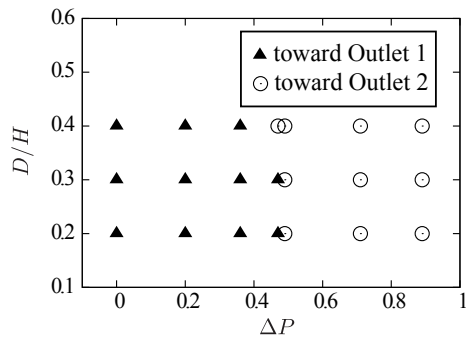


Fig. 6 Calculated results classified by the outlet which the particle reaches for various non-dimensional pressure differences ΔP and the ratios D/H of the particle diameter to the pipe width in the case of $Re = 100$. The initial position of the particle is $(x', y') = (0.5H, 0.5H)$.

分岐部を通過後に Outlet 2 へと移動していることがわかる。

種々の初期位置と両出口間の圧力差に対する到達位置の変化を Fig. 5 に示す。 ΔP を少し大きくすることで、管の下部に配置した粒子が Outlet 2 に移動するようになることがわかる。さらに ΔP を大きくすると、Outlet 2 に移動する初期位置の範囲が広がり、管の上部に配置した粒子でも Outlet 2 に移動するようになることがわかる。

4.3. 粒子径と管径の比の影響

T 字管を流れる粒子の挙動に対する粒子径と管径の比の影響を調べるため、管径比 $D/H = 0.20, 0.30, 0.40$ となる 3 種類の大きさの粒子の挙動を計算した。

管径比 D/H と両出口間の無次元圧力差 ΔP に対する到達出口の変化を Fig. 6 に示す。粒子の初期位置は、○: $(x', y') = (0.5H, 0.5H)$ とする。この図より、 $\Delta P = 0.475$ を境に、円柱の到達場所は粒子径と管径の比に依存せず、すべて Outlet 1 に到達する場合と、すべて Outlet 2 に到達する場合に分類できることがわかる。Fig. 5 と Fig. 6 を比較すると、粒子径と管径の比の影響は、無次元圧力差の影響に比べて小さいことがわかる。このことは、著者らが行った等密度の二相系 LBM による 3 次元 T 字管内における粒子の挙動解析⁽¹⁴⁾でも、同様の傾向が得られている。

5. おわりに

本論文では、改良 Lattice Kinetic Scheme (LKS) に埋め込み境界法を組み合わせるにより、管内を流れる粒子の輸送問題を計算するための手法を構築した。改良 LKS は、従来の単一緩和時間を用いた LBGK モデルよりも、精度、安定性に優れている手法である。埋め込み境界法には、すべりなし境界条件からの誤差が少ない Multi Direct Forcing Method を用いた。また、粒子と壁からの距離が一定以下になった場合に、粒子には反発力をモデル化し加えた。

この手法を用いて、2 次元 T 字管内の単一粒子の輸送解析を行った。粒子の初期位置、出口間の圧力差、粒子径と管径の比が粒子の挙動に与える影響を調べ、各条件に応じて粒子がどちらの出口に到達するかを明らかにした。

今後の課題として、3 次元問題への拡張ならびに複数個の粒子の輸送解析が挙げられる。また、著者らが行った等密度の二相系 LBM による 3 次元 T 字管内における粒子の挙動解析結果⁽¹⁴⁾との定量的な比較を行う予定である。

謝辞

本研究の一部は、JSPS 科研費 JP26420105 の助成を受けたものです。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- (1) C. S. Peskin: Flow Patterns around Heart Valves: A Numerical Method, *J. Comput. Phys.*, **10** (1972), pp. 252–271.
- (2) T. Inamuro : Lattice Boltzmann Methods for Moving Boundary Flows, *Fluid Dyn. Res.*, **44** (2012), 024001 (21pp).
- (3) Z-G. Feng and E. E. Michaelides : *Proteus*: A Direct Forcing Method in the Simulations of Particulate Flows, *J. Comput. Phys.*, **202** (2005), pp. 20–51.
- (4) T. Krüger, B. Kaoui and J. Harting : Interplay of Inertia and Deformability on Rheological Properties of a Suspension of Capsules, *J. Fluid Mech.*, **751** (2014), pp. 725–745.
- (5) K. Suzuki and T. Inamuro: Effect of Internal Mass in the Simulation of a Moving Body by the Immersed Boundary Method, *Comput. Fluids*, **49** (2011), pp. 173–187.
- (6) K. Suzuki, K. Minami and T. Inamuro: Lift and Thrust Generation by a Butterfly-Like Flapping Wing–Body Model: Immersed Boundary–Lattice Boltzmann Simulations, *J. Fluid Mech.*, **767** (2015), pp. 659–695.
- (7) Y. H. Qian, D. d’Humières and P. Lallemand : Lattice BGK Models for Navier–Stokes Equation, *Europhys. Lett.*, **17** (1992), pp. 479–484.
- (8) T. Inamuro : A Lattice Kinetic Scheme for Incompressible Viscous Flows with Heat Transfer, *Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A*, **360** (2002), pp. 477–484.
- (9) K. Suzuki and T. Inamuro : An Improved Lattice Kinetic Scheme for Incompressible Viscous Fluid Flows, *Int. J. Mod. Phys. C*, **25** (2014), 1340017 (9pp).
- (10) Z. Wang, J. Fan and K. Luo : Combined Multi-Direct Forcing and Immersed Boundary Method for Simulating Flows with Moving Particles, *Int. J. Multiphase Flow*, **34** (2008), pp. 283–302.
- (11) Z-G. Feng and E. E. Michaelides : Robust Treatment of No-Slip Boundary Condition and Velocity Updating for the Lattice-Boltzmann Simulation of Particulate Flows, *Comput. Fluids*, **38** (2009), pp. 370–381.
- (12) T. Inamuro, K. Maeba and F. Ogino : Flow between Parallel Walls Containing the Lines of Neutrally Buoyant Circular Cylinders, *Int. J. Multiphase Flow*, **26** (2000), pp. 1981–2004.
- (13) G. Segré and A. Silberberg : Radial Particle Displacements in Poiseuille Flow of Suspensions, *Nature*, **189** (1961), pp. 209–210.
- (14) 吉野正人, 天野慎也, 鈴木康祐: 二相系格子ボルツマン法による T 字型分岐部を流れる粒子の挙動解析, *計算数理工学論文集*, **14** (2014), pp. 107–112.