

# 改良 bounce-back 法を用いた二相系格子 Boltzmann 法に基づく 移動固体物体を含む気液二相流の数値計算法

## A NUMERICAL METHOD FOR GAS-LIQUID TWO-PHASE FLOWS WITH A MOVING SOLID BODY BASED ON THE TWO-PHASE LATTICE BOLTZMANN METHOD WITH THE IMPROVED BOUNCE-BACK METHOD

鈴木 康祐<sup>1)</sup>, 下口 拓志<sup>2)</sup>, 大庭 広輝<sup>3)</sup>, 吉野 正人<sup>4)</sup>

Kosuke SUZUKI, Takuji SHIMOGUCHI, Hiroki Ooba and Masato YOSHINO

- 1) 信州大学学術研究院 工学系 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail: kosuzuki@shinshu-u.ac.jp)  
2) 信州大学大学院 理工学系研究科 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1)  
3) 信州大学工学部 機械システム工学科 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1)  
4) 信州大学学術研究院 工学系 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail: masato@shinshu-u.ac.jp)

We formulate a numerical method for gas-liquid two-phase flows with a moving solid body based on the two-phase lattice Boltzmann method with the improved bounce-back method. On the surface of the moving solid body, the following three boundary conditions have to be satisfied, i.e., the no-slip boundary condition, the wetting boundary condition, and the pressure boundary condition. We use the improved bounce-back method to satisfy the no-slip boundary condition and the pressure boundary condition. Also, we simply specify a value of the index function according to wettability to implement the wetting boundary condition. In order to validate the present method, we simulate a two-phase flow around a circular cylinder falling into water and the deformation of a liquid phase attached to a moving plate modeling a plate separation process in solder paste printers.

**Key Words**: Lattice Boltzmann Method, Two-Phase Flow, Moving Solid Boundary, Improved Bounce-Back Method

### 1. はじめに

池に小石を投げ入れたとき、最初に小石が水面に衝突し、周囲に波紋が形成される。それと同時に、落下していく小石に水面が引きずり込まれる。引きずり込まれた水面にはいずれ周囲の水がなだれ込み、その反動でスプラッシュが形成される。そのスプラッシュが重力によって落下し着水して、再び波紋が形成される。こういった現象は、気液二相系（空気-池）中に移動固体物体（小石）があることによって引き起こされる。このように、移動固体物体を含む気液二相流は、自然界に多く見られる身近な現象である一方で、流体力学的には、気液二相流と移動境界流れが結びついた非常に多様な流動を含む複雑な現象である。また、この現象は、船のスラミングや飛行艇の水面上着水、自動車のギアボックス内の歯車と潤滑油-空気混合系の相互作用、クリームはんだ印刷機内の版離れ過程などに見られるように、工学的にも重要な現象で

ある。

上記のような複雑な流動現象を扱う場合、数値流体力学を用いた数値計算が非常に有効なアプローチである。しかしながら、気液二相流と移動境界流れの数値計算は、それぞれ単体であっても難しい場合が多くあり、特にそれらが結びついた現象の数値計算については、未だ有効な手法が確立していないのが現状である。そこで本研究は、移動固体物体を含む気液二相流の数値計算法を構築し、その有効性を調べることを目的とする。

本研究では、気液二相流の数値計算法として、Inamuro et al.<sup>(1)</sup>によって提案された、高密度比の気液二相系格子 Boltzmann 法 (Lattice Boltzmann Method, 以下 LBM と記す) を用いる。この気液二相系 LBM は、(i) 系の自由エネルギーが極小になるように界面形状が自律的に決まるため、界面を追跡する必要がないこと、(ii) 各相の質量・運動量の保存性が良いことといった利点を持っており、これまでに多くの

気液二相流の解析に用いられている。しかしながら、この手法自体では、移動固体物体を表現することができないため、移動する任意形状の固体境界を扱う計算手法を取り入れる必要がある。

一方で、移動する固体境界を表現する計算手法として、改良 bounce-back 法<sup>(2)</sup> (以下改良 BB 法と記す) が発展しており、移動境界流れの解析に多く用いられている。<sup>(3)</sup> しかしながら、改良 BB 法は主に単相流の LBM との組み合わせで用いられており、気液二相系 LBM と組み合わせた例は報告されていない。

そこで本研究では、高密度比の気液二相系 LBM に改良 BB 法を適用することにより、移動固体物体を含む気液二相流の計算手法を構築する。一般に二相系の計算では、固体壁面の濡れ性も考慮する必要がある。また、高密度比の気液二相系 LBM では、圧力の Poisson 方程式を計算する必要があるため、流速の境界条件に加え、圧力の境界条件も考慮する必要がある。本研究では、改良 BB 法を参考にした流速境界条件だけでなく、濡れ性境界条件、および圧力境界条件を考慮するための方法についても構築する。また、構築した手法の有効性の検証のため、円柱の水面への落下問題 (2 次元) と、移動壁に付着した液相の変形問題 (3 次元) を取り上げる。

## 2. 計算手法

この節では、まず高密度比の気液二相系 LBM<sup>(1)</sup> について述べる。次に、考慮すべき境界条件 (流速, 濡れ性, 圧力) を移動固体境界上で満たすための計算手法について述べる。

### 2.1. 高密度比の気液二相系 LBM

使用される物理量はすべて、代表長さ  $L$ 、仮想粒子の代表速度  $c$ 、時間スケール  $t_0 = L/U$  ( $U$ : 流れの代表速度)、界面識別関数の基準値  $\phi_0$ 、および基準密度  $\rho_0$  を用いて無次元化したものである。<sup>(1)</sup>

本研究では、格子気体モデルとして、2 次元の計算には 2 次元 9 速度モデルを、3 次元の計算には 3 次元 15 速度モデルをそれぞれ用いる。ここでは、3 次元の場合のみを記述するが、2 次元の場合も同様の方法で計算できる。3 次元 15 速度モデルにおける仮想粒子の速度  $\mathbf{c}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 15$ ) は、以下のように与えられる:

$$[\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3, \mathbf{c}_4, \mathbf{c}_5, \mathbf{c}_6, \mathbf{c}_7, \mathbf{c}_8, \mathbf{c}_9, \mathbf{c}_{10}, \mathbf{c}_{11}, \mathbf{c}_{12}, \mathbf{c}_{13}, \mathbf{c}_{14}, \mathbf{c}_{15}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

本手法では、2 つの速度分布関数  $f_i$  および  $g_i$  を用いる (以下では単に分布関数と記す)。分布関数  $f_i$  は二相を区別する界面識別関数  $\phi$  の計算に用いられ、 $\phi$  の値から密度が決定される。分布関数  $g_i$  は圧力勾配のない二相流体の流速の予測値  $\mathbf{u}^*$  を計算するために用いられる。時刻  $t$ 、格子点  $\mathbf{x}$  において速度  $\mathbf{c}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 15$ ) をもつ各粒子の分布関数  $f_i$  および  $g_i$  の時間発展は、以下のように計算される:

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t) = f_i^c(\mathbf{x}, t), \quad (2)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t) = g_i^c(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

ここで、 $\Delta x$  は立方体格子の間隔、 $\Delta t$  は時間刻みである。界面識別関数  $\phi$  および流速の予測値  $\mathbf{u}^*$  は、分布関数  $f_i$  と  $g_i$  を用いて以下のように求められる:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{15} f_i(\mathbf{x}, t), \quad (4)$$

$$\mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{15} \mathbf{c}_i g_i(\mathbf{x}, t). \quad (5)$$

式 (2) および (3) の局所平衡分布関数  $f_i^c$ 、 $g_i^c$  は、各々次式で与えられる:

$$f_i^c = H_i \phi + F_i \left[ p_0 - \kappa_f \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\kappa_f}{6} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_\alpha} \right)^2 \right] + 3E_i \phi c_{i\alpha} u_\alpha + E_i \kappa_f G_{\alpha\beta}(\phi) c_{i\alpha} c_{i\beta}, \quad (6)$$

$$g_i^c = E_i \left[ 1 + 3c_{i\alpha} u_\alpha - \frac{3}{2} u_\alpha u_\alpha + \frac{9}{2} c_{i\alpha} c_{i\beta} u_\alpha u_\beta \right] + \frac{3}{4} E_i \left[ \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) c_{i\alpha} c_{i\beta} \right] \Delta x + E_i \frac{\kappa_g}{\rho} G_{\alpha\beta}(\rho) c_{i\alpha} c_{i\beta} - \frac{2}{3} F_i \frac{\kappa_g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x_\alpha} \right)^2 - 3E_i \left( 1 - \frac{\rho_G}{\rho} \right) c_{i\alpha} g_\alpha \Delta x + 3E_i c_{i\alpha} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) \right] \Delta x, \quad (7)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} E_1 = 2/9, E_2 = E_3 = E_4 = \dots = E_7 = 1/9, \\ E_8 = E_9 = E_{10} = \dots = E_{15} = 1/72, \\ H_1 = 1, H_2 = H_3 = H_4 = \dots = H_{15} = 0, \\ F_1 = -7/3, F_i = 3E_i \quad (i = 2, 3, 4, \dots, 15), \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

また、

$$G_{\alpha\beta}(\lambda) = \frac{9}{2} \frac{\partial \lambda}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \lambda}{\partial x_\beta} - \frac{3}{2} \frac{\partial \lambda}{\partial x_\gamma} \frac{\partial \lambda}{\partial x_\gamma} \delta_{\alpha\beta}. \quad (9)$$

上式において、 $\alpha, \beta, \gamma = x, y, z$  は総和規約に従い、 $\delta_{\alpha\beta}$  は Kronecker のデルタ、 $\kappa_f$  および  $\kappa_g$  はそれぞれ界面の厚さおよび表面張力の大きさを決める定数、 $g_\alpha$  は重力加速度、 $\rho$  および  $\rho_G$  は後述する密度である。また、式 (9) 中の  $\lambda$  は任意の巨視量である。なお、式 (6) における  $p_0$  は次式で与えられる:

$$p_0 = \phi T \frac{1}{1 - b\phi} - a\phi^2, \quad (10)$$

ここで、 $a, b, T$  は、界面識別関数  $\phi$  の最大値および最小値を決める自由パラメータである。式 (6), (7) および (9) における微分の計算には、以下の差分近似を用いた:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x_\alpha} \approx \frac{1}{10\Delta x} \sum_{i=2}^{15} c_{i\alpha} \lambda(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x), \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x_\alpha^2} \approx \frac{1}{5(\Delta x)^2} \left[ \sum_{i=2}^{15} \lambda(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x) - 14\lambda(\mathbf{x}) \right]. \quad (12)$$

本研究では、密度  $\rho$  を、 $\phi$  の閾値  $\phi_G^*$  および  $\phi_L^*$  を用いて次のように与える：

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} \rho_G, & \phi < \phi_G^*, \\ \frac{\Delta\rho}{2} \left[ \sin\left(\frac{\phi(\mathbf{x}, t) - \bar{\phi}^*}{\Delta\phi^*} \pi\right) + 1 \right] + \rho_G, & \phi_G^* \leq \phi \leq \phi_L^*, \\ \rho_L, & \phi > \phi_L^*, \end{cases} \quad (13)$$

ここで、 $\rho_G$  および  $\rho_L$  は、それぞれ気相および液相の密度であり、 $\Delta\rho = \rho_L - \rho_G$ 、 $\Delta\phi^* = \phi_L^* - \phi_G^*$ 、 $\bar{\phi}^* = (\phi_L^* + \phi_G^*)/2$  である。粘性係数  $\mu$  は、次式で与えられる：

$$\mu(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho(\mathbf{x}, t) - \rho_G}{\rho_L - \rho_G} (\mu_L - \mu_G) + \mu_G, \quad (14)$$

ここで、 $\mu_G$  および  $\mu_L$  は、それぞれ気相および液相の粘性係数である。また、表面張力  $\sigma$  は次式で与えられる：

$$\sigma = \kappa_g \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial\rho}{\partial\xi} \right)^2 d\xi, \quad (15)$$

ここで、 $\xi$  は界面に垂直な座標である。<sup>(4)</sup>

式(5)で求められる  $\mathbf{u}^*$  は、一般に連続の式を満たさないため、適切な圧力を計算し、その圧力勾配により  $\mathbf{u}^*$  を補正することで、連続の式を満たす流速場を求める。圧力は、新たな分布関数  $h_i$  を導入し、以下の繰り返し計算により求める：

$$h_i^{n+1}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x) = h_i^n(\mathbf{x}) - \frac{1}{\tau_h(\mathbf{x})} [h_i^n(\mathbf{x}) - E_i p^n(\mathbf{x})] - \frac{1}{3} E_i \frac{\partial u_\alpha^*}{\partial x_\alpha} \Delta x, \quad (16)$$

$$p^{n+1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{15} h_i^{n+1}(\mathbf{x}), \quad (17)$$

ここで、 $n$  は繰り返し計算の回数である。本研究では、全ての格子点において  $|p^{n+1} - p^n| < 10^{-5}$  が満たされるまで繰り返す。 $\tau_h(\mathbf{x})$  は次式で与えられる：

$$\tau_h(\mathbf{x}) = \frac{1}{\rho(\mathbf{x}, t + \Delta t)} + \frac{1}{2}. \quad (18)$$

繰り返しが終了した時点での圧力を  $p(\mathbf{x}, t + \Delta t)$  として、以下の式により流速の予測値  $\mathbf{u}^*$  を補正する：

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) - \frac{\Delta t}{Sh} \frac{\nabla p}{\rho}(\mathbf{x}, t + \Delta t), \quad (19)$$

ここで、 $Sh = U/c$  は Strouhal 数である。

## 2.2. 気液二相流における固体移動壁上の境界条件

### A. 滑りなし境界条件

一般に、非圧縮性粘性流中の固体壁面上では、滑りなし境界条件が課せられる。LBM は流れ場を立方体格子に分割して計算する手法であるが、移動壁は一般には計算格子と一致しないため、移動壁上で滑りなし境界条件を満足させるのは容易ではない。本研究では、単相流のLBMでの改良 bounce-back 法<sup>(2)</sup>を参考に、気液二相系LBMで固体移動壁面上での滑りなし境界条件を満足させる手法を構築する。

ある時刻における移動壁の配置として、Fig. 1 に示すような格子点に一致しない曲面状境界を考える。壁面を挟んで隣

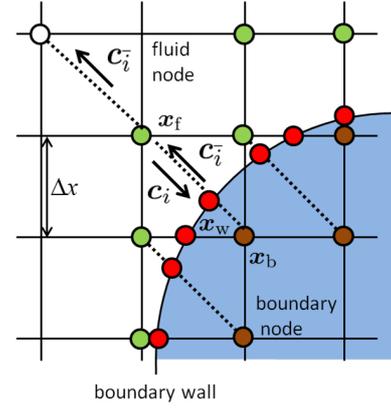


Fig. 1 Layout of a curved boundary wall with the cubic lattice.

接する二つの格子点をそれぞれ  $\mathbf{x}_f$  (流体側)、 $\mathbf{x}_b$  (物体側) とし、流体側の格子点から物体側の格子点へ向かう粒子速度ベクトルを  $\mathbf{c}_i$ 、物体側から流体側へ向かう粒子速度ベクトルを  $\mathbf{c}_i^- (= -\mathbf{c}_i)$  とする。また、 $\mathbf{c}_i$  の向きに対する分布関数を  $g_i$ 、 $\mathbf{c}_i^-$  の向きに対する分布関数を  $g_i^-$  とする。境界点  $\mathbf{x}_w$  は、 $\mathbf{x}_f$  と  $\mathbf{x}_b$  を結んだ線分が、境界線と交わる点とする。

時刻  $t$  における各格子点上の分布関数  $g_i(\mathbf{x}, t)$  の値が既知であるとする。ここから次の時刻  $t + \Delta t$  における分布関数を求める際、点  $\mathbf{x}_f$  上の流体側へ向かう向きに対する分布関数  $g_i(\mathbf{x}_f, t + \Delta t)$  を壁面上で滑りなし境界条件を満たすように決定しなければならない。以下に、具体的な手順を示す。

**Step 1.** 境界点  $\mathbf{x}_w$  における  $g_i$  を以下のように内挿する：

$$g_i(\mathbf{x}_w, t + \Delta t) = (1 - \Delta) g_i(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) + \Delta g_i(\mathbf{x}_b, t + \Delta t), \quad (20)$$

ここで、

$$\Delta = \frac{|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_w|}{|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_b|}. \quad (21)$$

**Step 2.** 境界点  $\mathbf{x}_w$  における移動壁の速度を  $\mathbf{u}_w$  とする。移動壁面上で滑りなし境界条件を満足させるために、境界点  $\mathbf{x}_w$  における  $g_i$  を次式で定める：

$$g_i(\mathbf{x}_w, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}_w, t + \Delta t) + 6E_i \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}_w. \quad (22)$$

**Step 3.** 未知の  $g_i(\mathbf{x}_f, t + \Delta t)$  を次式で求める：

$$g_i(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = \frac{1}{(1 + \Delta)} g_i(\mathbf{x}_w, t + \Delta t) + \frac{\Delta}{(1 + \Delta)} g_i(\mathbf{x}_f + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t). \quad (23)$$

以上の手順により、壁面近傍の格子点  $\mathbf{x}_f$  における全ての分布関数  $g_i$  が決まり、これらを用いて点  $\mathbf{x}_f$  での流速の予測値  $\mathbf{u}^*$  を計算することができる。なお、式(7)における流速の勾配を式(11)を用いて計算する際には、物体内部の格子点を ghost cell として使い、ghost cell における流速は物体の速度と等しいと仮定する。

## B. 濡れ性境界条件

濡れ性境界条件は、液相と固体壁面との接触角を決定する条件であり、界面識別関数  $\phi$  の境界条件と同等である。本研究では、条件 A とは異なり、壁面近傍の格子点  $\mathbf{x}_f$  における未知の分布関数を求めるのではなく、巨視変数である界面識別関数  $\phi$  の値そのものを以下のように規定する:<sup>(5)</sup>

$$\phi(\mathbf{x}_f) = (1 - \omega)\phi_{\min} + \omega\phi_{\max}, \quad (0 \leq \omega \leq 1), \quad (24)$$

ここで、 $\omega$  は濡れ性を決めるパラメータであり、この値を変化させることで液相の接触角を変化させることができる。 $\omega = 0$  とすると接触角は  $180^\circ$  (超撥水性) となり、 $\omega = 1$  とすると接触角は  $0^\circ$  (超親水性) となる。この手法は、Young の法則<sup>(6)</sup> に wetting potential を導入した理論に基づき界面識別関数  $\phi$  (あるいは密度  $\rho$ ) の 1 階微分値や 2 階微分値を与える手法<sup>(7)</sup> とは異なり、 $\phi$  の値そのものを与えているため、Young の法則を必ずしも満たすものではない。しかしながら、非常に容易に実行できることから、本研究ではこの手法を採用することにした。なお、式 (6) における界面識別関数の勾配や Laplacian を式 (11) および (12) を用いて計算する際には、物体内部の格子点を ghost cell として用い、ghost cell における界面識別関数は  $\phi(\mathbf{x}_f)$  と等しいと仮定する。また、式 (7) における密度の勾配の計算についても同様である。

## C. 圧力境界条件

本研究で用いる高密度比の気液二相系 LBM<sup>(1)</sup> は Projection 法<sup>(8)</sup> を用いており、圧力勾配は以下のように流速の真値と予測値の差で与えられる：

$$\nabla p = -Sh\rho \frac{\mathbf{u} - \mathbf{u}^*}{\Delta t}, \quad (25)$$

なお、上式は式 (19) と同値の式である。上述の条件 A より、境界点  $\mathbf{x}_w$  上で流速の予測値  $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}_w, t + \Delta t)$  は滑りなし境界条件を満たす。従って、流速の真値  $\mathbf{u}(\mathbf{x}_w, t + \Delta t)$  が滑りなし境界条件を満たすためには、境界点  $\mathbf{x}_w$  における圧力勾配は以下の条件を満たすことが要請される：

$$\nabla p(\mathbf{x}_w) = \mathbf{0}. \quad (26)$$

一方、式 (16) および (17) の漸近展開<sup>(9)</sup> により、

$$\sum_{i=1}^{15} \mathbf{c}_i h_i = -\frac{\tau_h}{3} \nabla p, \quad (27)$$

が導かれる。ゆえに、境界点  $\mathbf{x}_w$  においては、

$$\sum_{i=1}^{15} \mathbf{c}_i h_i(\mathbf{x}_w) = \mathbf{0}, \quad (28)$$

を満たすことが要請されるが、これは流速の滑りなし境界条件と同形の条件であるから、bounce-back 法により満たすことができる。従って、本研究では、改良 BB 法を用いることで、繰り返し計算のステップ毎に未知の分布関数  $h_i^{n+1}(\mathbf{x}_t)$  を計算する。具体的な方法としては、上述の条件 A 中の  $g_i$  を  $h_i$  に置換し、移動壁の速度  $\mathbf{u}_w$  を含む項を無視すればよい。

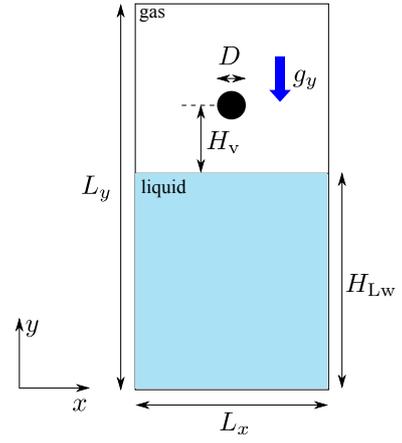


Fig. 2 Computational domain of a circular cylinder falling into water.

## 3. 数値計算例

### 3.1. 円柱の水面への落下問題

Fig. 2 のように重力  $\mathbf{g} = (0, g_y)$  によって水面に落下する円柱の挙動の計算を行った。なお、本計算では、矢野ら<sup>(10)</sup> の計算と同様のモデルを作成し、同じ無次元数を用いて計算した。

計算領域は、 $L_x = 200\Delta x$ ,  $L_y = 400\Delta x$  とし、境界条件として、上下面に鏡面境界条件、左右面に周期境界条件を適用した。ただし、上下面では、圧力が静水圧に等しくなるように、領域に流入する方向の速度をもつ分布関数を決定している。<sup>(11)</sup> この領域に、深さ  $H_{Lw} = 225\Delta x$  の水面を配置し、その上に直径  $D = 30\Delta x$  の円柱を、水面から円柱中心までの距離が  $H_v = 70\Delta x$  となる場所に配置し、初期落下速度  $U = 0.01$  で水面に向けて落下させる。なお、本研究では、円柱の運動について運動方程式を解いておらず、矢野ら<sup>(10)</sup> の計算結果である円柱の落下速度を入力値として用いた。また、気相および液相の密度をそれぞれ  $\rho_G = 1$  および  $\rho_L = 100$ 、粘性係数を  $\mu_G = 4.8 \times 10^{-3}\Delta x$  および  $\mu_L = 3.0 \times 10^{-2}\Delta x$ 、二相間に働く界面張力を  $\sigma = 1.87 \times 10^{-4}\Delta x$  とし、鉛直下向きの重力加速度を  $g_y\Delta x = 1.134 \times 10^{-7}$  とした。さらに、界面識別関数  $\phi$  に関するパラメータを  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $T = 2.93 \times 10^{-1}$ ,  $\kappa_f = 0.06(\Delta x)^2$  とし、界面識別関数  $\phi$  の最大値、最小値および閾値はそれぞれ  $\phi_{\max} = 4.031 \times 10^{-1}$ ,  $\phi_{\min} = 2.638 \times 10^{-1}$ ,  $\phi_L^* = 3.80 \times 10^{-1}$ ,  $\phi_G^* = 2.75 \times 10^{-1}$  とした。また、物体表面での濡れ性に関するパラメータは、矢野ら<sup>(10)</sup> の計算と同じ条件にするために超親水性を示す  $\omega = 1$  とした。この現象を支配する無次元数は、Reynolds 数 ( $Re = \rho_L U D / \mu_L$ )、Weber 数 ( $We = \rho_L U^2 D / \sigma$ )、Froude 数 ( $Fr = U / \sqrt{g_y D}$ )、物体の密度  $\rho_b$  と水の密度  $\rho_L$  の比 ( $m = \rho_b / \rho_L$ ) である。本計算では、 $Re = 1000$ ,  $We = 1600$ ,  $Fr = 5.41$ ,  $m = 1.2$  として計算を行った。

円柱が水面に落下し着水した後の水面の挙動を Fig. 3 に示す。なお、時刻は初期落下速度  $U$  と代表長さ  $D$  で無次元化しており、無次元時間  $t^* = 0$  から円柱は落下を始める。こ

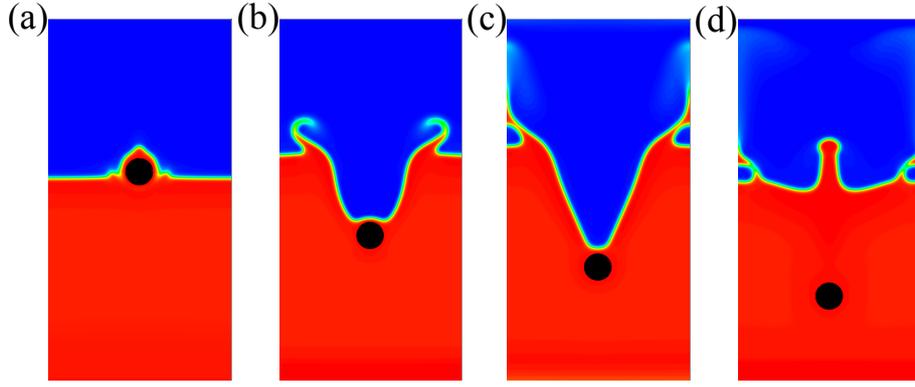


Fig. 3 Motion of a falling cylinder: (a)  $t^* = 3.33$ , (b)  $t^* = 8.00$ , (c)  $t^* = 15.7$ , and (d)  $t^* = 26.7$  ( $t^* = Ut/D$ ).

の結果から、物体が水面に衝突した後スプラッシュが発生し、水面が飛び上がる様子が確認できる。また、物体が沈んでいく際、液相が上方方向に持ち上がるような挙動が発生していることが分かる。これらの挙動は、矢野らの結果<sup>(10)</sup>と定性的に一致している。これより、改良 BB 法を用いた移動固体物体を含む気液二相流の解析が、定性的に妥当な結果を与えることが分かった。

### 3.2. 移動壁に付着した液相の変形問題

この問題は、クリームはんだ印刷機内の版離れ過程をモデル化したものであり、版に充填された液相（クリームはんだ）が、下降する基板に付着し、伸張して分離する現象を表したものである。<sup>(12)</sup> Fig. 4 に示すように、計算領域として一辺が  $L = 100\Delta x$  の立方体領域を用い、中央に一辺が  $D = 40\Delta x$  の正方形の開口部をもつ厚さ  $D/4$  の版を領域内に配置する。また、一定速度で降下する基板を版の下面から  $D/4$  だけ下方に配置する。基板の厚みを  $6\Delta x$ 、基板は  $z$  軸に平行に速さ  $U_w$  で降下していくものとする。初期配置として、 $x$ - $y$  平面の中央に  $D \times D$  の液相を版の上面から基板の上面まで満たす。重力加速度を  $\mathbf{g} = (0, 0, g)$  とする。版離れする液相の挙動を観察するために、パラメータの値を  $\rho_L = 10$ ,  $\rho_G = 1$ ,  $\mu_L = 6.03 \times 10^{-1}\Delta x$ ,  $\mu_G = 3.59 \times 10^{-5}\Delta x$ ,  $\sigma = 9.70 \times 10^{-5}\Delta x$ ,  $U_w = 1.00 \times 10^{-4}$ ,  $g\Delta x = 3.27 \times 10^{-7}$ 、壁面の静的接触角を  $90^\circ$  ( $\omega = 0.5$ ) として計算を行った。また、 $a = 1$ ,  $b = 6.7$ ,  $T = 3.5 \times 10^{-2}$  ( $\phi_{\max} = 9.714 \times 10^{-2}$ ,  $\phi_{\min} = 1.134 \times 10^{-2}$ ),  $\phi_L^* = 9.2 \times 10^{-2}$ ,  $\phi_G^* = 1.5 \times 10^{-2}$ ,  $\kappa_f = 0.5(\Delta x)^2$  とした。このとき、 $\kappa_g = 3.64 \times 10^{-6}(\Delta x)^2$  であり、無次元数は  $Re = \rho_L DU_w / \mu_L = 6.62 \times 10^{-2}$ ,  $We = \rho_L DU_w^2 / \sigma = 4.12 \times 10^{-2}$ , および  $Fr = U_w / \sqrt{Dg} = 2.77 \times 10^{-2}$  である。

液相形状の時間変化を Fig. 5(a) に示す。Fig. 5(a) より、時間が進むにつれ、液相は降下していく基板と重力の影響を受けて下方に伸長していき、 $t^* = 0.50$  で液相が分離し始めることが分かる。その後、開口部の角部分でのみ液相がつながっている状態となり、 $t^* = 0.59$  において版に付着した状態を維持する液相（版残り）と基板の上に付着している液相に完全に分離する挙動を示していることが分かる。また、本計算結果と既存の実験<sup>(13)</sup>における、版離れ後の開口部の様子

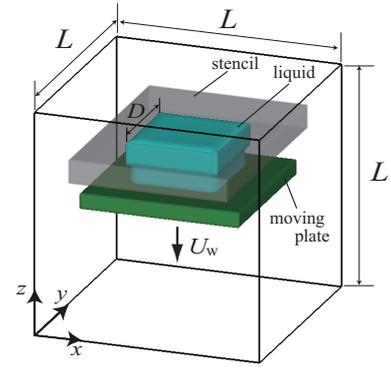


Fig. 4 Computational domain for the deformation of a liquid phase attached to a moving plate.

を Fig. 5(b) と (c) にそれぞれ示す。これらの図から、計算結果および実験結果のどちらにおいても、液相は版の角部分に多く版残りしていることが分かる。これは、液相は角部分では壁面における摩擦の影響を強く受けるためであると考えられる。これらの結果の比較から、改良 BB 法を用いた移動固体物体を含む気液二相流の解析により、実現現象を定性的に再現可能であることが分かった。

### 4. おわりに

高密度比の気液二相系格子 Boltzmann 法に改良 bounce-back 法を適用することにより、移動固体物体を含む気液二相流の数値計算法を構築した。移動固体物体の表面上で満たすべき三つの境界条件のうち、流速の滑りなし境界条件および圧力境界条件は、改良 bounce-back 法を適用することにより満たした。また、界面識別関数の濡れ性境界条件は、境界近傍の格子点の識別関数の値を指定することで満たした。

手法の有効性を確認するために、円柱の水面への落下問題と、移動壁に付着する液相の変形問題を計算した。円柱の水面への落下問題では、円柱が水面に衝突した後スプラッシュが発生し、水面が飛び上がる様子が確認でき、定性的に妥当な結果が得られた。また、移動壁に付着する液相の変形問題では、クリームはんだ印刷機内の版離れ過程と同様に、液相は降下していく基板と重力の影響を受けて下方に伸長してい

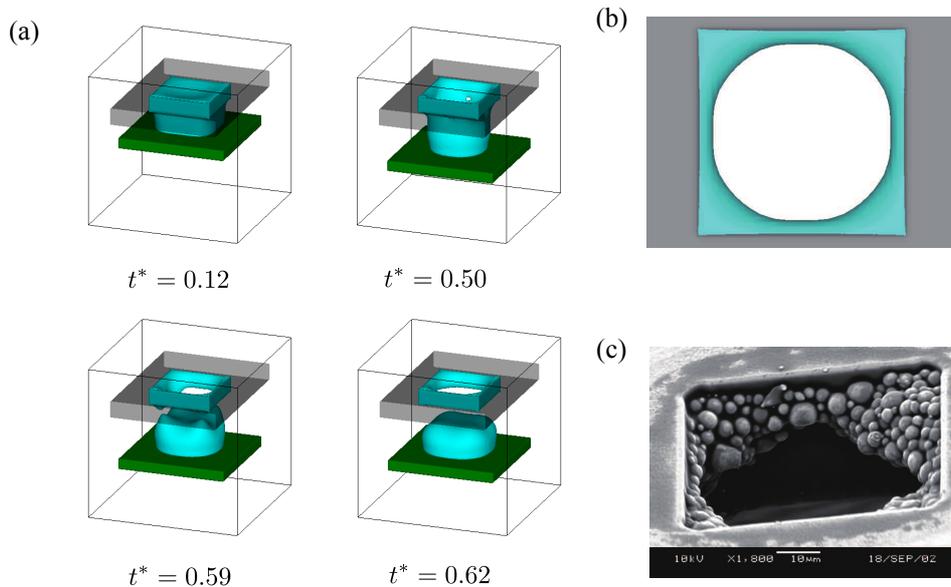


Fig. 5 Numerical results of (a) the deformation of the liquid phase and (b) the liquid phase adhering to the stencil aperture after  $t^* = 0.59$  where  $t^* = U_w t/D$ , and (c) an experimental result of the solder paste adhering to the stencil aperture by Durairaj et al.<sup>(13)</sup>

き、やがて分離する挙動が確認でき、実現象を反映した結果が得られた。

最後に、今後の課題について述べる。本研究では、濡れ性境界条件を非常に簡略化して計算しているため、Youngの法則や質量保存則を満たすかどうかなどの検証が必要である。また、円柱の水面への落下問題では、スプラッシュの高さや円柱が受ける力などの定量的な妥当性検証が必要である。さらに、移動壁に付着した液相の変形問題では、孔の体積に対する版残りした液相体積の割合を調べるなど、より詳細な検討が必要である。

### 謝 辞

本研究の一部は、JSPS 科研費 26420105 の助成を受けたものである。§3.2 の計算は天竜精機株式会社との共同研究の下で行われたものである。§3.1 の計算を行うに当たって、京都大学大学院工学研究科 航空宇宙工学専攻の稲室隆二教授と矢野真弘氏に、円柱の落下速度のデータを提供して頂いた。ここに記して謝意を表します。

### 参考文献

- (1) T. Inamuro, T. Ogata, S. Tajima, and N. Konishi: A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences, *J. Comput. Phys.*, **198** (2004), pp. 628–644.
- (2) D. Yu, R. Mei, L.-S. Luo, and W. Shyy: Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation, *Prog. Aerosp. Sci.*, **39** (2003), pp. 329–367.
- (3) Z.-H. Xia, K. W. Connington, S. Rapaka, P. Yue, J. J. Feng, and S.-Y. Chen: Flow patterns in the sedimentation of an elliptical particle, *J. Fluid Mech.*, **625** (2009), pp. 249–272.
- (4) T. Inamuro, N. Konishi, and F. Ogino: A Galilean invariant model of the lattice Boltzmann method for multiphase fluid flows using free-energy approach, *Comput. Phys. Commun.*, **129** (2000), pp. 32–45.
- (5) 高妻武史, 稲室隆二: 格子ボルツマン法を用いたくびれ円管内を流れる液滴の挙動計算, 第 25 回数値流体力学シンポジウム講演予稿集, (2011), E04-2.
- (6) T. Young: An essay on the cohesion of fluids, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, **95** (1805), pp. 65–87.
- (7) 吉野正人, 小林勇貴, 田中義人: 濡れ性を考慮した多数の球状物体間を浸透する液相の挙動解析, *混相流*, **26** (2013), pp. 499–506.
- (8) A. J. Chorin: Numerical solution of the Navier–Stokes equations, *Math. Comp.*, **22** (1968), pp. 745–762.
- (9) M. Junk, A. Klar, and L.-S. Luo: Asymptotic analysis of the lattice Boltzmann equation, *J. Comput. Phys.*, **210** (2005), pp. 676–704.
- (10) 矢野真弘, 稲室隆二: LBM による気液固三相流の計算手法の開発, 第 28 回数値流体力学シンポジウム講演予稿集, (2014), D04-1.
- (11) M. Yoshino and T. Inamuro: Lattice Boltzmann simulations for flow and heat/mass transfer problems in a three-dimensional porous structure, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **43** (2003), pp. 183–198.
- (12) E. H. Amalu, W. K. Lau, N. N. Ekere, R. S. Bhatti, S. Millik, K. C. Otiaba, and G. Takyi: A study of SnAgCu solder paste transfer efficiency and effects of optimal reflow profile on solder deposits, *Microelectron. Eng.*, **88** (2011), pp. 1610–1617.
- (13) R. Durairaj, S. Mallik, A. Seman, A. Marks, and N. N. Ekere: Rheological characterisation of solder pastes and isotropic conductive adhesives used for flip-chip assembly, *J. Mat. Proc. Technol.*, **209** (2009), pp. 3923–3930.