

RUS 法による CFRP の異方性粘弾性係数の同定

IDENTIFICATION OF UNISOTROPIC-VISCOELASTIC PROPERTY OF CFRP USING RESONANT ULTRASOUND SPECTROSCOPY

荒井 政大¹⁾, 柴原 直幸²⁾, 西村 正臣³⁾, 島村 佳伸⁴⁾, 小林 和幸⁵⁾

Masahiro ARAI, Naoyuki SHIBAHARA, Masaomi NISHIMURA, Yoshinobu SHIMAMURA, Kazuyuki KOBAYASHI

1) 名古屋大学工学研究科航空宇宙工学専攻 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: arai@nuae.nagoya-u.ac.jp)

2) 信州大学大学院理工学系研究科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, 現アイシン AW(株))

3) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: nishimu@shinshu-u.ac.jp)

4) 静岡大学工学部機械工学科 (〒 432-8561 静岡県浜松市中区城北 3-5-1, E-mail: tysimam@ipc.shizuoka.ac.jp)

5) 静岡大学大学院創造科学技術大学院 (〒 432-8561 静岡県浜松市中区城北 3-5-1)

Resonant ultrasound spectroscopy (RUS) is widely used to evaluate the characteristics of small solid specimens like ceramics, single crystal, and In RUS, the elastic moduli of the solid body can be determined by measurement of the natural frequencies excited by a pair of Piezo-electronic transducer, where harmonic vibration is applied on the surface of the specimen and the output response of the displacement is measured to find its natural frequencies. From the data of the natural frequencies, the elastic moduli of the solid can be determined. In the present study, a numerical technique to identify the viscoelastic property of the CFRP laminate by RUS was considered. The unknown parameters of the viscoelastic solids were estimated by search calculation minimizing the objective function with genetic algorithm. 3 dimensional vibration on the CFRP specimen was analyzed by finite element method for steady state vibration. Through some numerical demonstration about determination of viscoelastic parameter of the CFRP, the effectiveness of the present approach was confirmed.

Key Words: CFRP Laminate, Finite Element Method, Viscoelasticity, Natural Frequency, Resonant Ultrasound Spectroscopy

1. 緒言

繊維強化プラスチック, 特に剛性や強度に優れた炭素繊維強化プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Plastic: CFRP) は, スポーツ用具や航空宇宙構造物, 自動車などの輸送機器のみならず, 近年では天然の木材資源の減少に伴ってギターやヴァイオリンなど, 楽器類の代替材料としても注目を集めるようになった. CFRP は, マトリクス樹脂の特性に起因して粘弾性的性質を示すことが知られている. すなわち, 変形挙動や応力応答が時間依存性を示し, クリーブ変形や応力緩和, 振動減衰などが生じる⁽¹⁾.

一般に粘弾性特性の測定には調和外力による応答を測定して貯蔵弾性率と損失弾性率ならびに損失正接を測定する方法や, クリーブ試験などが用いられるが, CFRP のように材料定数が異方性を有する材料では, 測定すべき弾性定数が非常に多く, せん断弾性定数やポアソン比もそれぞれ異なる粘性特性を有するため, 現時点では一般的な評価手法は確立

されていないのが現状である. 著者らのグループでは, マトリクス樹脂の等方的な粘弾性特性を評価した後に, 均質化法^(2, 3)を用いて CFRP の異方的な粘弾性特性を求める一連の手法を提案しているが^(4, 5), 均質化法で見積もられた値がミクロ構造の不均質性などによって必ずしも実験値と一致しないといった問題が残されている. この意味で, 粘弾性特性を有し, かつ異方性を有する材料の特性を簡便かつ高精度に評価する手法の確立が望まれている.

近年, 共鳴超音波スペクトロスコピー法 (Resonant Ultrasound Spectroscopy: RUS) が固体試料の弾性定数を同定法として用いられるようになった^(6, 7). この手法は共振周波数を測定することにより弾性弾性定数を求める一連の手法であり, 多くの未知定数を持つ異方性材料の弾性定数の同定も可能な手法として知られている⁽⁸⁾. そこで本論文では, 弾性定数が粘弾性的性質を示し, かつ異方性材料である CFRP に対して共鳴超音波スペクトロスコピー法を適用し, 粘弾性パラメータの同定を試みた.

RUS 法により得られた共振周波数に一致するよう、粘弾性パラメータを変化させて計算モデルの共振周波数解析を行い、実験値と解析値が一致するよう繰り返し計算を行うことで粘弾性パラメータの算出を行った。なお、探索アルゴリズムにはエリート選択に基づく遺伝的アルゴリズム^(9,10)を用い、共振周波数の解析には有限要素法を用いた。一方向熱硬化性 CFRP の異方性粘弾性係数の同定について基礎的な検討を行い、本手法の妥当性について検証を行った。

2. 解析手法

2.1. 有限要素解析

本研究では、固体材料の共振周波数解析に定常振動問題に対する有限要素法を用いた。なお、材料定数が周波数依存性を示すため、共鳴超音波スペクトロスコーピー法で一般的に行われる固有値解析を用いた共振周波数解析ではなく、解析周波数を変化させたうえで用いた調和励振に対する振動スペクトルを用いる手法を採用した。動弾性問題における変位の釣合い方程式は、次式で示される。

$$\partial^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力ベクトル、 ρ は密度、 \mathbf{u} は変位ベクトル、 \mathbf{b} は体積力ベクトル、 $\ddot{\mathbf{u}}$ は変位の時間に関する 2 階微分を表す。 ∂ は微分作用素行列であり、以下のように定義される。

$$\partial = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}$ と変位 \mathbf{u} の関係は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \partial \mathbf{u} \quad (3)$$

応力 $\boldsymbol{\sigma}$ と変位 \mathbf{u} の関係は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D} (\partial \mathbf{u}) \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{D} は弾性定数行列である。よって、釣り合い方程式 (1) は次式のように書き換えられる。

$$\partial^T \mathbf{D} (\partial \mathbf{u}) + \mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} = 0 \quad (5)$$

ここで、定常振動問題であると仮定し、変位 \mathbf{u} を以下のように調和振動として以下のようにおく。

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} e^{i\omega t} \quad (6)$$

式 (6) を式 (5) に代入して整理すると次式に帰着する。ただし、体積力項を零とおいた。

$$\partial^T \mathbf{D} (\partial \bar{\mathbf{u}}) + \rho \omega^2 \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (7)$$

式 (7) の両辺に重み関数 \mathbf{u}^* を乗じ、考察領域 Ω 全体で積分する。さらにガウスの発散定理を用いて整理すれば次式

を得る。なお、重み関数 \mathbf{u}^* は一般的な有限要素法の定式化に従い、変位 $\bar{\mathbf{u}}$ が既知として与えられる境界 Γ_u 上において $\mathbf{u}^* = 0$ と定義するものとする。

$$\int_{\Omega} (\partial \mathbf{u}^*)^T \mathbf{D} (\partial \bar{\mathbf{u}}) dV = \int_{\Gamma_{\sigma}} \mathbf{u}^{*T} \bar{\mathbf{t}} dS + \rho \omega^2 \int_{\Omega} \mathbf{u}^{*T} \bar{\mathbf{u}} dV \quad (8)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{t}}$ は境界上で定義される表面力であり、 Γ_{σ} は表面力が境界条件として与えられる部分境界を表す。

考察領域 Ω を要素に分割したのち、式 (8) を適当な形状関数を用いて離散化すれば、節点変位ベクトルに関する連立一次方程式に帰着し、問題を解くことができる。すなわち、与えられた角振動数 Ω に対する変位の複素振幅 \mathbf{u} の節点ベクトルが求められる。形状関数には 2 次の 20 節点アイソパラメトリック要素を用いた。

2.2. 遺伝的アルゴリズムによる数値解の探索

本研究では、弾性定数を同定するために遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm)^(9,10) を適用した。用いた遺伝的アルゴリズムは、適合度に応じたルーレット選択および適合度の最も高い個体を次世代に残すエリート選択に基づく一般的な解析法である。初期個体数を 50 とし、世代数 100、世代ギャップ 0.7、交叉確率 0.3、突然変異確立 0.01、また各パラメータを 8bit で量子化した。探索計算にあたっては、各個体の適合度を評価する必要がある。各個体の適合度は次式に示す適合度関数 Φ によって与えられる。

$$\Phi = -\log \left\{ \sum_{i=1}^N \left(\frac{\bar{f}_i - f_i}{f_i} \right) \right\} \quad (9)$$

ここで、 \bar{f}_i は共振周波数の実験値、 f_i は解析値である。すなわち、実験値と解析値の残差二乗和により適合度関数を評価した。なお、適合度関数は弾性定数が真値に近づくほどその値が大きくなる。なお、現状では共振周波数のモードの特定を行っていないため、実験値と解析値の両者を比較して、一番値の近いものを同一モードと判断して適合度関数の計算を行った。

2.3. 粘弾性特性のモデル化

粘弾性体の構成方程式には比較的単純な Kelvin モデルやクリープ特性の表現に適した Voigt モデルなど、さまざまのがある。本研究では Fig.1 に示すような、比較的汎用性が高く周波数応答関数としての弾性率を表現しやすい Maxwell モデルを用いて粘弾性係数を評価することとした。

調和外力に対する複素弾性率 E^* は、外力の周波数と同相の成分である貯蔵弾性率 E' と、それと直交する成分である損失弾性率 E'' の和として定義される。

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) \quad (10)$$

n 個の要素からなる一般化 Maxwell モデルの貯蔵弾性率 E' と損失弾性率 E'' はそれぞれ以下の式で表される。

$$E'(\omega) = \sum_{k=1}^n E_k \frac{\omega^2 \lambda_k^2}{1 + \omega^2 \lambda_k^2} + E_{\infty} \quad (11)$$

$$E''(\omega) = \sum_{k=1}^n E_k \frac{\omega \lambda_k}{1 + \omega^2 \lambda_k^2} \quad (12)$$

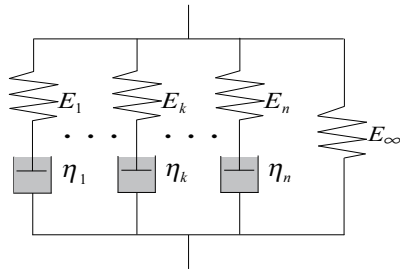


Fig. 1 Maxwell model.

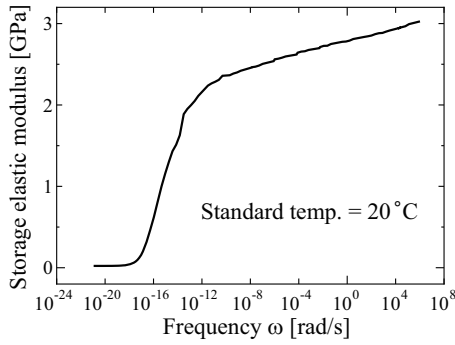


Fig. 2 Storage elastic modulus of Epoxy resin.

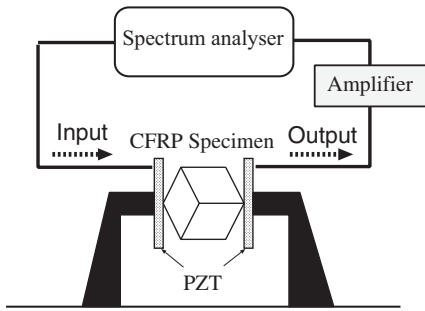


Fig. 3 Equipment of RUS test.

ここで、 E_k は Maxwell 要素における弾性パラメータであり、 λ_k は E_k と粘性パラメータ η_k を用いて $\lambda_k = \eta_k/E_k$ と定義される緩和時間を表す。また、 E_∞ は無限時間における緩和弾性係数である。

Fig.2は、室温における熱硬化性Epoxy樹脂 DENATOOL(ナガセケムテックス)の室温(20°C)における貯蔵弾性率である。同図に示されているように、可聴帯域および超音波領域における貯蔵弾性率は、周波数の対数に対して概ね線形な特性を示し、変動幅も小さい。本論文では、主に楽器用途を想定した $10 \sim 10^5$ rad/s の周波数範囲をカバーできる粘弾性パラメータを同定することを目的とし、以下の考察を行った。

3. RUS 法による共振周波数測定

本論文では共鳴超音波スペクトロスコピー法 (Resonant Ultrasound Spectroscopy: RUS) を用いて一方向 CFRP からなる試験片の共振周波数測定を行った。試験片は Fig.3 に示すように2つの PZT 圧電振動子により頂点を挟む形で固定されており、一方の素子よりスペクトラムアナライザ (R3131A, アドバンテス) を用いてスイープ信号が入力される。他方の素子から得られる出力信号をアンプで増幅したのち、再び

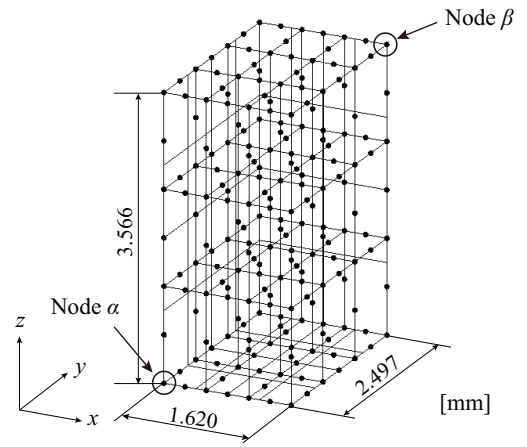


Fig. 4 FEM model for CFRP.

Table 1 Resonance frequency of CFRP obtained by RUS.

f_1 [kHz]	f_2 [kHz]	f_3 [kHz]	f_4 [kHz]	f_5 [kHz]	f_6 [kHz]
192.00	372.05	395.66	433.23	440.31	478.15

Table 2 Search range of elastic moduli E_L , ν_{LT} and ν_{TT} .

E_L [GPa]	125.0~145.0
ν_{LT}	0.30~0.40
ν_{TT}	0.45~0.55

Table 3 Search range of viscoelastic modulus(E_T^*).

λ_1 [s]	$1.0 \times 10^{-1} \sim 3.0 \times 10^{-1}$
λ_2 [s]	$4.0 \times 10^{-3} \sim 6.0 \times 10^{-3}$
λ_3 [s]	$0.1 \times 10^{-3} \sim 2.1 \times 10^{-3}$
λ_4 [s]	$7.0 \times 10^{-5} \sim 9.0 \times 10^{-5}$
λ_5 [s]	$0.2 \times 10^{-5} \sim 2.2 \times 10^{-5}$
E_∞ [GPa]	8.50~10.00

Table 4 Search range of viscoelastic modulus(G_{LT}^*).

λ_1 [s]	$1.0 \times 10^{-1} \sim 3.0 \times 10^{-1}$
λ_2 [s]	$7.0 \times 10^{-3} \sim 9.0 \times 10^{-3}$
λ_3 [s]	$0.3 \times 10^{-3} \sim 2.3 \times 10^{-3}$
λ_4 [s]	$7.0 \times 10^{-5} \sim 9.0 \times 10^{-5}$
λ_5 [s]	$0.1 \times 10^{-5} \sim 2.1 \times 10^{-5}$
G_∞ [GPa]	3.10~3.60

スペクトルアナライザに戻し、試験片の周波数スペクトルを計測した。

RUS 法に用いた CFRP 試験片は、一方向炭素繊維基材と熱硬化性樹脂を原材料として真空樹脂含浸法 (VaRTM) により作成された。一方向炭素繊維基材には三菱樹脂製のリペラーク MRK-M2-40 を、マトリクス樹脂にはナガセケムテックス製の DENATOOL XNR6809(主剤)-XHR6809(硬化剤)を用いた。繊維の体積含有率は約 60%、密度は 1435 kg/m^3 である。VaRTM により作成された平板より、3 辺の長さが 1.620 mm, 2.497 mm, 3.566 mm の直方体を切り出して供試体とした。

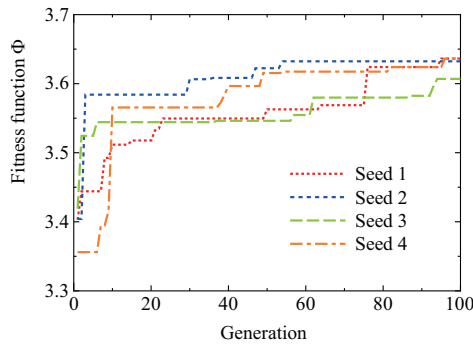


Fig. 5 Generation v.s. fitness function (CFRP).

Table 5 Elastic moduli E_L , ν_{LT} , ν_{TT} of CFRP estimated by GA.

E_L	125.5[GPa]
ν_{LT}	0.31
ν_{TT}	0.49

Table 6 Visco-elastic parameter of E'_T and G'_{LT} of CFRP estimated by GA.

	E'_T	G'_{LT}
λ_1 [s]	1.45×10^{-1}	2.51×10^{-1}
λ_2 [s]	5.47×10^{-3}	7.32×10^{-3}
λ_3 [s]	1.77×10^{-3}	6.53×10^{-4}
λ_4 [s]	7.68×10^{-5}	8.91×10^{-5}
λ_5 [s]	1.84×10^{-5}	1.57×10^{-6}
E_∞ [GPa]	8.89	3.22

4. CFRP の粘弾性係数係数の同定

4.1. 解析条件

有限要素解析にあたり、Fig.4 に示すような供試材と同一寸法の解析モデルを作成し、20 節点六面体 2 次要素により離散化した。要素数は 27、総節点数は 208 である。実験とほぼ同一の条件となるよう、一つの頂点 (Fig.4 の Node α) の変位を固定したうえで、その対角の位置にある節点 (Node β) に対角方向の調和励振力を等価節点力として与えた。なお、解析周波数範囲は 50~250 kHz、周波数帯域の分割数は 1000 とした。RUS 試験により測定し、粘弾性係数の逆解析に用いた 6 つの共振周波数を Table 1 に示す。

CFRP では、繊維方向の弾性定数 E_L は炭素繊維の弾性係数が支配的となり、粘性的性質は顕著に表れない。そこで今回の計算では縦弾性係数 E_L と、独立な 2 つのポアソン比 ν_{LT} , ν_{TT} に関しては粘性を考慮せず、弾性定数として同定を行うこととした。独立な弾性係数のうち、 E_L , ν_{LT} , ν_{TT} を除いた E'_T , G'_{LT} について、その粘弾性パラメータを探索計算によって同定する。なお、粘弾性パラメータの同定においては、弾性パラメータと粘性パラメータの両者を未知数とすると計算量が膨大となる。そこで、通常は各 Maxwell 要素の弾性定数もしくは粘性係数 (緩和時間)

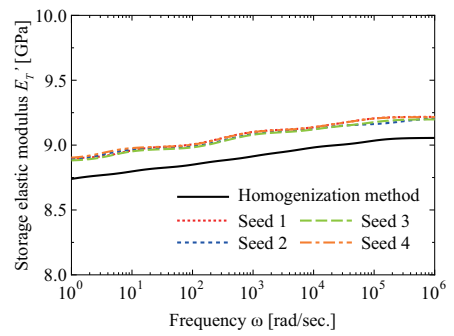


Fig. 6 Storage modulus E'_T of CFRP estimated by GA.

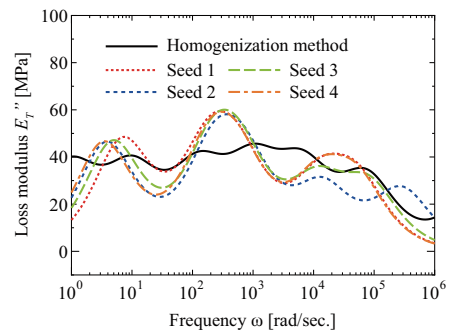


Fig. 7 Loss modulus E''_T of CFRP estimated by GA.

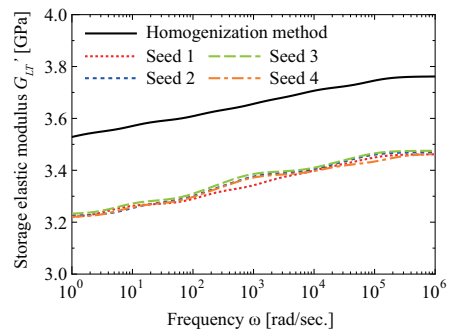


Fig. 8 Storage modulus G'_{LT} of CFRP estimated by GA.

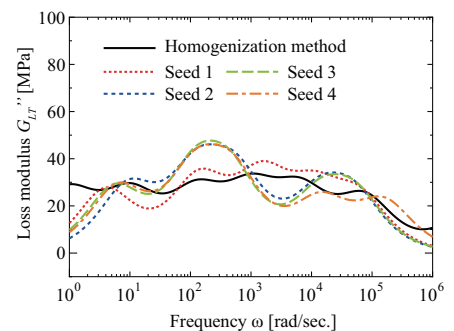


Fig. 9 Loss modulus G''_{LT} of CFRP estimated by GA.

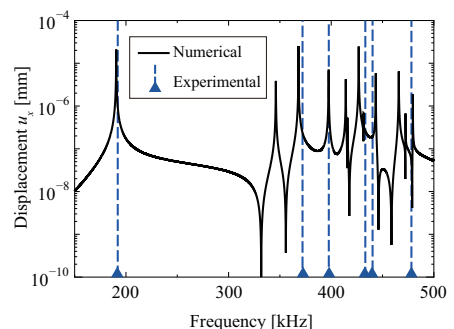


Fig. 10 Frequency response of CFRP.

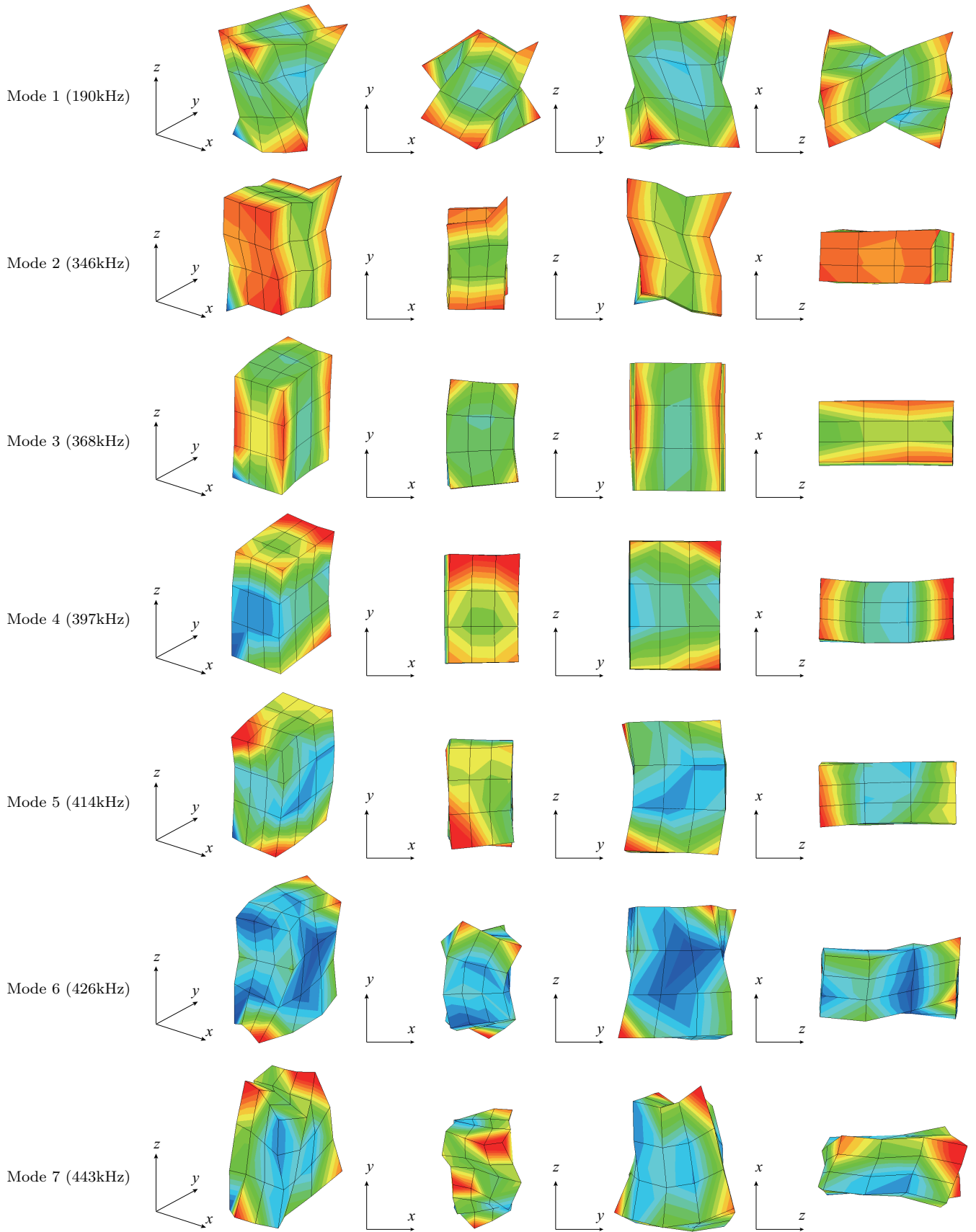


Fig. 11 Mode shape for resonant frequencies of CFRP.

を固定して探索する場合が多い。本論文の探索では Maxwell モデルの弾性パラメータを固定し、無限時間での弾性係数 E_∞ と緩和時間を未知パラメータとして CFRP の粘弾性特性を同定した。弾性係数 E_L, ν_{LT}, ν_{TT} の探索範囲を Table 2 に、複素弾性率 E_T^* およびせん断複素弾性率 G_{LT}^* に関する緩和時間と無限時間における粘弾性係数の探索範囲を Table 3 および Table 4 にそれぞれ示す。

5. 結果と考察

GA による探索計算によって得られた目的関数の世代-適合度線図を Fig.5 に示す。初期集団による結果の依存性を考慮して Seed 1~Seed 4 の 4 種類の初期集団をそれぞれ生成し探索を行った。本論文の計算では、ほぼ結果が収束したとみなせた 100 世代にて計算を打ち切った。最終的に得られた弾性定数 E_L, ν_{LT}, ν_{TT} の結果を Table 5 に、 E_T^*, G_{LT}^* の粘弾性係数の同定結果を Table 6 に示す。

Fig.6 と Fig.7 は、同定された粘弾性パラメータを用いて貯蔵弾性率 E_T' と損失弾性率 E_T'' を計算した結果である。また、 G_{LT}^* に関する同様の結果を Fig.8 と Fig.9 にそれぞれ示した。比較のため、Epoxy の粘弾性係数と炭素繊維の弾性係数より均質化法を用いて算出した貯蔵弾性率、損失弾性率を同図に併記してある⁽⁵⁾。

貯蔵弾性率 E_T' に関しては、均質化法により得られた結果との差は 2~3% 程度であり、十分な精度で同定されていると判断できる。損失弾性率 E_T'' の結果において、均質化法により得られた結果に比べて振幅が大きいのは本論文における同定計算で用いた Maxwell モデルの要素数が 5 要素と少なく、近似精度が劣るためである。

貯蔵弾性率 G_{LT}' に関しては約 10% 程度、RUS 法により同定された結果の方が均質化法の結果よりも小さく見積もられていることが確かめられる。損失弾性率 G_{LT}'' については、今回同定された結果と均質化法の結果の差は大きいものの、両者は概ね類似の傾向を示していることがわかる。この要因としては、各々の振動モードにおいて、特定の弾性定数の影響が特に支配的になるためである。例えばねじり振動のモードにおいてはせん断弾性係数が、曲げの振動モードにおいては縦弾性係数が支配的となる。Fig.10 は今回の CFRP 試料における周波数スペクトルの有限要素法による計算結果である。RUS 試験において測定された周波数は 1 次 (190.00 Hz), 3 次 (372.05 Hz), 4 次 (397.66 Hz), 6 次 (433.23 Hz), 7 次 (440.31 Hz), 9 次 (478.15 Hz) であり、2 次, 5 次, 8 次のモードはデータが得られていない。

1 次から 7 次の振動モード形状と共振周波数の計算結果を Fig.11 に示した。1 次と 2 次がねじり (せん断) モードであり、3, 4, 5 次が曲げが支配的なモードである。6 次と 7 次のモードはねじりと曲げの連成モードであった。

連成モードを除く 1 次から 5 次までのモードの中で、RUS 法で測定できなかった 2 次をさらに除外すると、ねじり変形が支配的なモードは 1 次モードだけで、それ以外の 3, 4, 5 次はすべて曲げ変形が支配的なモードである。すなわち、今

回の RUS 法による粘弾性係数同定においては縦弾性係数に相当するものが比較的同定しやすい条件にあり、せん断弾性係数に相当するパラメータの同定は、やや悪条件であるといえる。その結果として、せん断の貯蔵弾性率 G_{LT}' の同定精度が低下したものと考えられる。

6. 結論

本論文では共鳴超音波スペクトロスコピー法により、異方性を有し、かつ粘弾性特性を有する CFRP 積層板の粘弾性パラメータの同定法について検討を行った。RUS 試験により測定された共振周波数に一致するよう、計算モデルの粘弾性パラメータを変化させた上で探索計算を実施し、CFRP の粘弾性パラメータを決定した。

繊維直交方向の複素弾性率 E_T^* に関しては比較的良好な精度で同定が可能であったが、せん断の複素弾性率 G_{LT}^* に関しては同定精度がやや低下することが確かめられた。この理由は、RUS により測定される振動モードは曲げ変形が支配的なモードが主であり、せん断変形が支配的なモードの測定データが乏しいことに起因していることを確認した。

参考文献

- (1) Ward, I. M.: Mechanical Properties of Solid Polymers (Third Edition), Wiley Interscience, 2012, pp.79-107.
- (2) 寺田賢二郎, 菊池昇: 均質化法入門, 2003, 丸善.
- (3) Ohno, N., Ikenoya, K., Okumura, D., Matsuda, T.: Homogenized elastic-viscoplastic behavior of anisotropic open-porous bodies with pore pressure, International Journal of Solids and Structures, Vol.49, Issue 19-20, 2012, pp.2799-2806.
- (4) Kaku, K., Arai, M., Fukuoka, T., Matsuda, T.: Evaluation of thermo-viscoelastic property of CFRP laminate based on a homogenization theory, Acta Mechanica, Vol.214, 2010, pp.111-121.
- (5) 荒井政大, 板垣大輔, 西村正臣, 島村佳伸, 小林和幸: 均質化法による CFRP 積層 はりの減衰振動特性評価, 計算数理工学論文集, Vol.14, 2014, pp.43-48.
- (6) Nakamura, N., Nakashima, T., Oura, S., Ogi, H., Hirao, M.: Resonant-Ultrasound Spectroscopy for Studying Annealing Effect on Elastic Constant of Thin Film, Ultrasonics, Vol.50, 2010, pp.150-154.
- (7) Ogi, H., Nakamura, N., Hirao, M.: Advanced resonant-ultrasound spectroscopy for measuring anisotropic elastic constants of thin films, Fatigue Fract. Eng. Mat. Struc., Vol.28, 2005, pp.657-663.
- (8) 荒井政大, 隅田尚寛, 鈴木春貴, 成田光裕: 共振周波数を用いた異方性弾性定数の同定に関する境界要素解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.70, No.692, 2004, pp.532-539.
- (9) 坂和正敏, 田中雅博: 遺伝的アルゴリズム, 1993, 朝倉書店.
- (10) 北野宏明: 遺伝的アルゴリズム 1993, 産業図書.