

# 非点収差オフセットを持つスポット像からの収差逆解析

## ABERRATION RETRIEVAL METHOD USING SPOT IMAGES WITH ASTIGMATISM OFFSET

天谷 賢治<sup>1)</sup>, 大友 暢寛<sup>1)</sup>, 大西 有希<sup>1)</sup>

Kenji AMAYA, Nobuhiro OTOMO and Yuki ONISHI

1) 東京工業大学情報理工学研究所 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: kamaya@mei.titech.ac.jp)

In this study, aberration retrieval method from spot images with astigmatism offset has been developed. The amplitude of the generalized pupil function and the wavefront aberration which is the phase of the generalized pupil function are expanded with the lower Zernike polynomials, respectively. The present aberration retrieval problem is reduced to the nonlinear least square problem minimizing the difference between the observed images on the imaging device and the corresponding model images which can be calculated by assuming these Zernike coefficients. In the mathematical model for calculating the captured spot images, the mathematical model considering the characteristics of the imaging device are applied to the current model. In order to demonstrate the effectiveness of this method, the numerical verification simulation and the aberration retrieval from practically captured images are performed.

**Key Words:** Optical Engineering, Aberration Retrieval, Zernike Polynomial, Inverse Problem, Camera Module

### 1. はじめに

近年, スマートフォン, 自動運転, セキュリティーなど様々な分野で高精度なカメラモジュールが求められている。カメラモジュールの性能を評価する収差の測定は重要な技術である。<sup>(1)(2)</sup> 収差は光学系の作り出す光の波面が理想の状態からどれだけずれているかを表す量で, 光学系の定量的評価指標のひとつとして重要な量である。著者らはこれまでに, 計測が容易なスポット像から逆解析を適用して精度よく収差を同定する手法を開発してきた。<sup>(3)(4)</sup>

一方であらかじめ大きな収差を設計上の要請としてオフセットとして持つ光学系の収差計測にはスポット像からの収差同定法は未適用であった。大きな収差が存在する場合には収差量とスポット像の関係に非線形性が大きく表れることが予想され, 逆解析には困難が予想される。大収差をオフセットとして持つ光学系の一例として, カメラモジュール組立時のイメージセンサの位置決め技術が挙げられる。これは, カメラモジュール組立の際に, 大きな非点収差を持つ光のスポット像を観測しながらイメージセンサの位置決めを行う技術である。カメラモジュール組立のために撮影する非点収差オフセットを持つスポット像画像からレンズの収差を同定できれば, イメージセンサの組立とレンズの収差検査を同時に行うことができるようになり, カメラモジュールの生産性を向上させることが期待される。

本研究では非点収差の大きい光学系の収差をスポット像から逆解析により同定する。焦点からずれた様々な位置におけるスポット像を利用することにより悪条件性を克服する。まず, 数値シミュレーションによる検証を実施する。つぎに実際に撮影した画像に対して本手法を適用し, 手法の有効性を確認する。

なお, 著者らの既存研究<sup>(5)</sup>からの新規性としては(1) 数波長を超える非点収差を含んだ特殊なスポット像から収差が同定できるかを検証する点(2) カラーイメージセンサを用いた場合に緑色セルからの情報のみで収差が同定できるかを明らかにする点である。

### 2. スポット像からの収差解析手法

#### 2.1. スポット像のモデル化

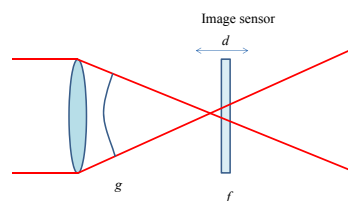


Fig.1 Schematic diagram of imaging situation

Fig.1 に示すように非点収差を含む入射光が光学系に入射

シイメージセンサ上でスポット像を観測することを考える。光学系全体の瞳関数  $g(\xi, \eta)$  と入射光にデフォーカスによる位相変調  $h(\xi, \eta; d_k)$  を与えたスポット像の複素振幅分布  $f(x, y; d_k)$  との関係は次式のように表される。(6) (7)

$$f(x, y; d_k) = \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-\xi^2}}^{\sqrt{1-\xi^2}} g(\xi, \eta) h(\xi, \eta; d_k) \frac{e^{-i2\pi \frac{y}{\lambda} (x\xi + y\eta)}}{\sqrt{1-a^2(\xi^2 + \eta^2)}} d\eta d\xi. \quad (1)$$

また、デフォーカスによる位相変調  $h(\xi, \eta; d_k)$  は次式で与えられる。

$$h(\xi, \eta; d_k) = \exp\left(i2\pi \frac{d_k}{\lambda} \sqrt{1-a^2(\xi^2 + \eta^2)}\right). \quad (2)$$

ここで、 $\lambda$  は入射光の波長、 $a$  は開口数、 $d_k$  はデフォーカス量である。 $k$  はデフォーカス面  $k$  に対する添字とする。 $(x, y)$  はデフォーカス面上の座標、 $(\xi, \eta)$  は瞳面上の座標を表す。

次に、瞳関数  $g(\xi, \eta)$  を Zernike 多項式を用いて表現する。振幅成分を低次の  $(M+1)$  項、位相成分を 0 次成分を除く低次の  $N$  項を用いて次式のように展開する。

$$g(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) e^{2\pi\Phi(\xi, \eta)}, \quad (3)$$

$$A(\xi, \eta) = \sum_{i=0}^M \alpha_i Z_i(\xi, \eta), \quad (4)$$

$$\Phi(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^N \beta_i Z_i(\xi, \eta) + \bar{\beta}_4 Z_4(\xi, \eta). \quad (5)$$

ここで、 $\Phi$  は波面収差であり、関数  $Z_i(\xi, \eta)$  は Zernike 基底関数であり  $\bar{\beta}_4$  はあらかじめ与えられる非点収差オフセットである。また、 $\alpha = \{\alpha_i\}$ 、 $\beta = \{\beta_i\}$  は Zernike 係数である。通常、Zernike 係数は Fringe Zernike 多項式の順に並べる。

さらに、強度分布  $I_k$  は次式で定義される。

$$I_k(x, y) = \|f(x, y; d_k)\|^2. \quad (6)$$

以上により、瞳関数を表す Zernike 係数  $\alpha, \beta$  を仮定すれば任意のデフォーカス位置のスポット強度分布を計算することができる。

実際の計測ではイメージセンサ上にスポット像が投影され各画素毎で強度分布が積分した値が得られる。本研究で用いるカラーイメージセンサは Fig.2 のように隣接する 4 つのセルの一对の対角セルに緑色センサ、残りの対角セルに赤色および青色センサが配置されている。本研究では観測される光の強度を統一的に取り扱うために緑色センサの出力のみを解析に用いる。すなわち緑色センサの形作る千鳥模様状の領域で観測されるスポット像の強度分布から収差を同定する。ここで各セルの中心座標を  $(x_i, y_i)$ 、セルサイズを  $l$  とおく。また、 $(\delta x_k, \delta y_k)$  を各画像の位置のずれ量とし、画像のオフセット量  $c_k$  をノイズモデルとして加える。このとき、 $i$  番目の画素で観測される強度分布  $I_{ki}$  は次式で与えられる。

$$I_{ki} = (I_k(x, y) * W_{ki}(x, y)) + c_k. \quad (7)$$

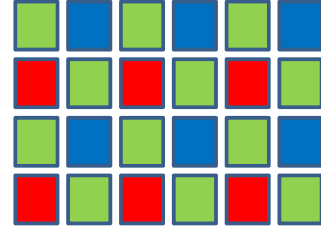


Fig.2 Structure of color image sensor cells

ただし、 $*$  は畳み込み積分を表し、 $W_{ki}(x, y)$  は窓関数であり、次式で与えられる。

$$W_{ki}(x, y) = \begin{cases} 1 & (|x - \delta x_k - x_i| \leq \frac{l}{2}, |y - \delta y_k - y_i| \leq \frac{l}{2}), \\ 0 & (\text{otherwise}). \end{cases} \quad (8)$$

## 2.2. 収差解析手法の定式化

センサ上で計測される強度分布から収差係数を推定する逆問題を定式化する。デフォーカス量  $d = d_k$  における撮影画像を並べたベクトル撮影画像を並べたベクトル  $\bar{I}_k$  と計算により得られる画像を並べたベクトル  $I_k$  の二乗残差に Tikhonov の安定化項を加えた次式の評価関数  $J$  を考える。(8)

$$J(\gamma) = \sum_k \|I_k(\gamma) - \bar{I}_k\|^2 + \omega \|\gamma - \gamma_{\text{dsg}}\|^2. \quad (9)$$

ここで、 $\gamma = \{\alpha^T, \beta^T, \delta x^T, \delta y^T, c^T\}^T$  は本収差逆解析における未知量を成分とするベクトルであり、本問題における未知数の数は  $M + N + 1 + 3k_n$  ( $k_n$  は解析に用いるスポット像の枚数) である。式 (9) を最小化することで、収差係数を成分とするベクトル  $\beta$  を含むベクトル  $\gamma$  の最小二乗解  $\gamma^*$  が得られる。

$$\gamma^* = \arg \min_{\gamma} J(\gamma) \quad (10)$$

ここで、 $\omega$  は適切化パラメータ、 $\gamma_{\text{dsg}}$  は収差係数の設計値  $\alpha_{\text{dsg}}, \beta_{\text{dsg}}$ 、撮影時に測定した画像の基準軸のずれ量  $\delta x_{\text{meas}}, \delta y_{\text{meas}}$ 、あらかじめ測定した暗電流ノイズの量  $c_{\text{meas}}$  を合わせたベクトルである。

## 3. 数値実験

大きな非点収差をオフセット量として持つ光に対して本手法により収差解析が可能であるか確認するために数値実験を行った。

### 3.1. 解析条件

本数値実験におけるレーザーの波長は 520[nm]、光学系の像側開口数は 0.2083 とする。撮像素子のセルサイズは 1.120[ $\mu\text{m}$ ]×1.120[ $\mu\text{m}$ ] とする。スポット像を撮影するデフォーカス位置のフォーカス位置からの移動量  $d$  は 0[ $\mu\text{m}$ ]、±25[ $\mu\text{m}$ ]、±50[ $\mu\text{m}$ ] の計 5 枚とする。ただし、1 枚の画像のみを用いた同定のケースでは  $d=0[\mu\text{m}]$  とした。また、Zernike 多項式は振幅成分  $\alpha$  で低次の 9 項、位相成分  $\beta$  で 0 次を除く低次の 8 項を用いる ( $M = N = 8$ )。以上の条件の下、適当な Zernike 係数を与えて

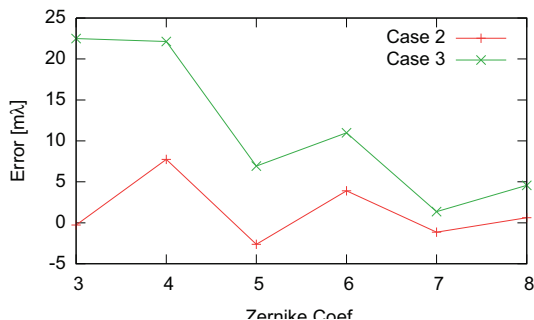


Fig. 3 Errors between identified and prescribed aberration coefficients

79×79画素の画像を計算し、ランダムノイズを画像に与えた後に256階調の整数値に丸め込み、最後にカラーイメージセンサの画像であることを模擬するために千鳥模様状に並ぶ画素の明るさの値をゼロとすることで模擬測定画像とする。画像に与えるランダムノイズは平均値14.8、標準偏差0.707のガウス性ランダムノイズとする。

以上の手順により作成された模擬測定画像を用いて収差逆解析を行う。非線形最小二乗問題の解法にはLevenberg-Marquardt法を用いる。<sup>(9)</sup> また、Jacobi行列の計算を効率化するためにBroydenの更新式を用いる。

### 3.2. 解析結果

Table 1に示すの収差量を用いて模擬測定画像を作り、解析を行った。Case 1は1枚の画像に対して解析を行った。1枚の画像だけから同定を試みたCase 1は同定では問題の悪条件性が強すぎたためか同定誤差が100mλを超え同定は失敗した。Case 2およびCase 3について同定した収差係数と正解の収差係数との差をFig. 3に示す。なお、収差係数 $Z_1$ および $Z_2$ はそれぞれ縦横方向の光軸のチルトを表し、本研究では意味を持たないので $Z_3$ 以降の係数について示す。Case 2およびCase 3においては同定誤差は概ね30mλ程度と十分に小さいことがわかる。Case 3の模擬測定画像と同定結果から計算したスポット像画像をFig. 6に示す。同定されたスポット像と模擬データとして用いたスポット像がよく一致していることが確認できる。

Table 1 Prescribed aberration [mλ] for verification simulation

	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$	$Z_6$	$Z_7$	$Z_8$	n
Case 1	100	100	100	2198	100	100	100	100	1
Case 2	100	100	100	2198	100	100	100	100	5
Case 3	500	500	500	2598	500	500	500	500	5

## 4. 観測画像の解析実験

実際に撮影した非点収差オフセットを持つスポット像から収差逆解析を行った。

### 4.1. 実験条件

観測画像の測定条件は、レーザーの波長は520[nm]、光学系の開口数は0.2083である。カラーイメージセンサの撮像素子のセルサイズは1.12[μm]×1.12[μm]である。デフォーカス量はフォーカス位置を基準位置として+50μmから-50μmの範囲を5μm幅で区切った計21個とする。それぞれの箇所ではスポット像を撮影し収差逆解析の観測画像として利用する。スポット像を含む79×79画素の領域を抽出し、緑色のセンサーセルの値のみを解析に用いた。解析条件として、Zernike多項式は振幅成分 $\alpha$ で低次の9項、位相成分 $\beta$ で0次を除く低次の8項を用いる( $M = N = 8$ )。以上の条件のもと、測定画像を用いて収差逆解析を行う。非線形最小二乗問題の解法にはLevenberg-Marquardt法を用いる。また、Jacobi行列の計算を効率化するためにBroydenの更新式を用いる。

### 4.2. 解析結果

計測した画像からそれぞれ3枚、5枚、6枚、11枚、21枚を抽出し5通りの枚数の観測画像セットに対して解析を行った。なお選択した枚数には特に意図はない。それぞれの解析結果に対する画像1枚あたりの残差量をFig. 4に示す。残差の大きな5枚および21枚は計測誤差などから推察して非線形最適化において局所解に収束し、正しい同定が行われていないと考えられる。画像1枚あたりの残差が最も小さくなった6枚の画像を用いた収差解析の収差同定結果をFig. 5に示す。このとき解析に用いたスポット像画像と収差同定結果から計算されるスポット像画像はFig. 7のようになった。計算画像と観測画像はよく一致しフィッティングが良好であることが確認された。同定された収差も現実的な値であることが確認された。この6枚の画像により同定されたパラメータを初期値として21枚を用いた同定を実施したところFig. 4に示すように残差が十分小さくなった。

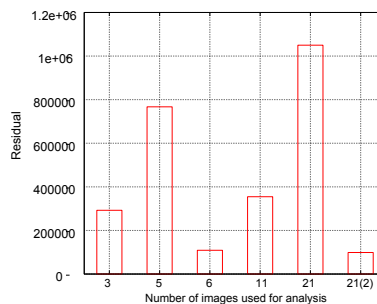


Fig. 4 Number of spot images used to aberration retrieval method and residual errors per one spot image

## 5. おわりに

本研究では非点収差の大きい光学系の収差をスポット像から逆解析により同定した。焦点からずれた様々な位置におけるスポット像を利用することにより悪条件性を克服した。実際に撮影した画像を解析し、実際に撮影した画像の収差解析も可能であることを確かめた。

### 参考文献

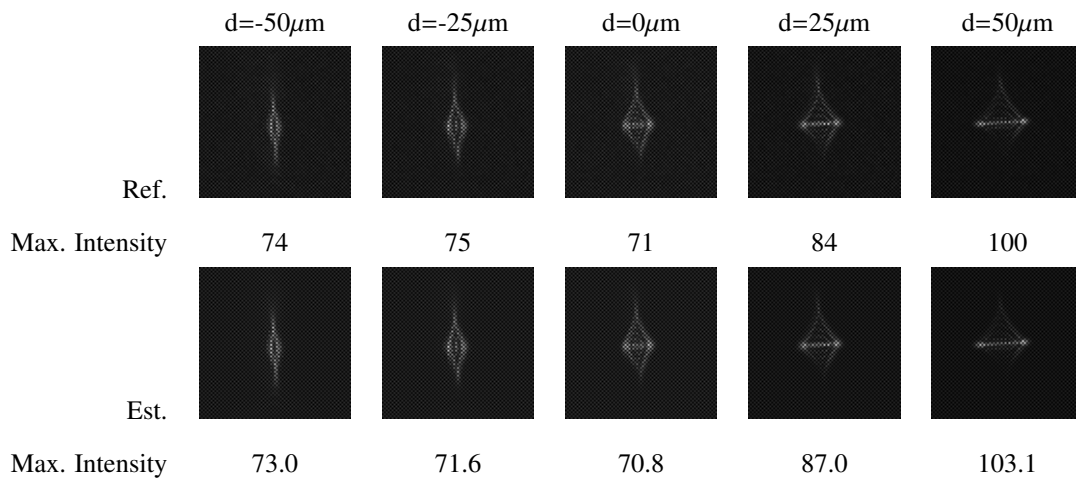


Fig. 6 Phantom spot images (Ref.) and calculated spot images (Est.) for case 3

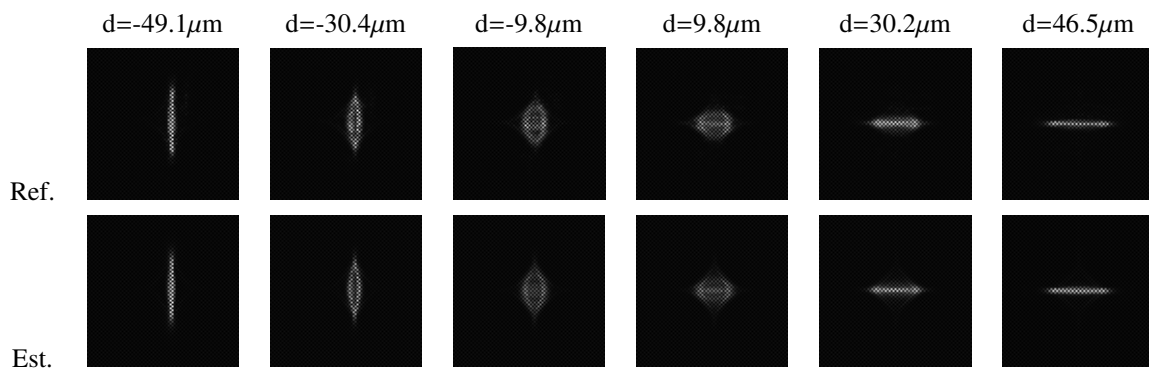


Fig. 7 Observed spot images used to aberration retrieval method (Ref.) and estimated spot images from retrieved aberration coefficient (Est.)

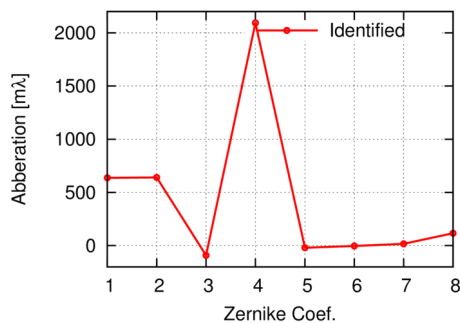


Fig. 5 Retrieved aberration coefficients

- (1) Yasuhiro TANAKA and Motonobu YOSHIKAWA. "Novel measuring technique of optical performance of objective lenses for optical disk systems". APPLIED OPTICS, Vol. 31, No. 25, pp. 5305–5311, 1992.
- (2) 田中康弘. "スポット像の強度分布によるレーザー光学系の収差評価". 光学, Vol. 22, No. 8, pp. 456–461, 1993.
- (3) 岡田和佳, 天谷賢治, 大西有希, 低解像度スポット像を用いた収差解析手法の開発, 光学 Vol.41, No.12, pp.627–634, 2012.

- (4) Masashi UESHIMA, Kenji AMAYA, and Kosei KATAOKA. "Development of Practical Performance Aberration Retrieval Method from Spot Intensity Images using Inverse Analysis". Optical Review, Vol. 16, No. 2, pp. 141–148, 2009.
- (5) 岡田和佳, 天谷賢治, 大西有希, "スポット像を用いた収差逆解析の安定性", 日本計算数理工学論文集, Vol.12, No.4-121212, 2012.
- (6) M. Born and E. Wolf. Principles of Optics. Pergamon Press, 1974.
- (7) M. Born and E. Wolf: Principles of Optics, , Pergamon Press, 1974.
- (8) 久保司郎: 逆問題, 計算力学とCAEシリーズ, 培風館, 1992.
- (9) K.Madsen, H.B.Nielsen, and O.Tingleff: METHODS FOR NON-LINEAR LEAST SQUARES PROBLEMS, , Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, 2004.