

# Lattice Kinetic スキームに基づく網目構造の多孔体内における 流動・伝熱問題の数値計算法

## A NUMERICAL METHOD FOR FLUID FLOWS WITH HEAT TRANSFER IN NETWORK-STRUCTURED POROUS MEDIA BASED ON THE LATTICE KINETIC SCHEME

吉野 正人<sup>1)</sup>, 小宮山 智<sup>2)</sup>, 鈴木 康祐<sup>3)</sup>

Masato YOSHINO, Satoshi KOMIYAMA and Kosuke SUZUKI

- 1) 信州大学学術研究院 工学系 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail: masato@shinshu-u.ac.jp)  
2) 信州大学大学院 理工学系研究科 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1)  
3) 信州大学学術研究院 工学系 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail: kosuzuki@shinshu-u.ac.jp)

We formulate a numerical method for fluid flows with heat transfer in network-structured porous media based on the lattice kinetic scheme. In this method, the spatial derivatives of the macroscopic variables at a lattice point on body surfaces are calculated as the weighted mean values of finite difference approximations in calculable directions. This implies that there is no need to care about the normal and tangential directions at the boundaries. By using this method, flow and heat-transfer problems in network-structured porous media are simulated to confirm the validity of the method. The calculated pressure drops and the Nusselt numbers for various Reynolds numbers are in good agreement with available numerical and experimental data. In addition, flow patterns and temperature distributions at a pore scale are obtained for time-dependent flows. The results show that the present method is useful for simulation of fluid flows with heat transfer in complicated geometries.

**Key Words:** Lattice Kinetic Scheme, Porous Media, Heat Transfer, Pressure Drop, Nusselt Number

### 1. 緒言

多孔体は、単位体積あたりの表面積が大きく、透過性が高いといった特徴があるため、機械工学、土壌工学、資源工学、化学工学など多くの工学分野において応用例が見られる。例えば、機械工学分野における応用例としては熱交換器があげられ、その熱伝達効率・透過性をはじめとする特性は、空隙率や空孔形状などのパラメータに依存する。特に、熱交換器の場合、多孔体の比表面積が大きいほど熱交換効率の向上が見込まれるが、その一方で圧力損失が増加するという問題が発生する。また、多孔体内では、流れの変動によって複雑に伝熱特性が変化するため、各用途に合った適切な形状・材質の選定、ならびに多孔体内部における熱流動現象の解析が重要な課題となる。しかしながら、その現象は一般にスケールが小さく、複雑な流れ場および温度場となること、また非接触での計測には特有の装置が必要になるため、実験的アプローチでの検討は困難な場合が多い。そのため、数値計算に

よるアプローチが有効であると言える。

非圧縮性粘性流れの数値計算法の一つとして開発が進んでいる格子ボルツマン法<sup>(1, 2)</sup> (Lattice Boltzmann Method: 以下, LBM と記す) は、アルゴリズムが簡単で並列計算に適しているという利点をもち、特に多孔質内流れなどの複雑流れに適用され成功を収めてきた。その後、LBM の拡張版として、粒子の速度分布関数が不要なため計算メモリが削減でき、かつ高レイノルズ数域における数値安定性を確保した Lattice Kinetic Scheme<sup>(3)</sup> (以下, LKS と記す) が提案され、種々の流れに適用されている。LKS では、巨視的変数とその空間微分で表される局所平衡分布関数のみを用いることで、新しい時刻の巨視的変数を求める手法である。ここで、局所平衡分布関数に含まれる空間微分項には、物体壁面上の格子点において二次精度の差分近似が一般的に用いられる。多孔質内流れに関する著者らの従来<sup>(4)</sup> では、壁面上の格子点において、接線方向には二次精度の中心差分近似、法線方向には二次精度の片側差分近似が用いられていた。しかし

ながら、さらに複雑な三次元構造をもつ多孔体では、壁面上の格子点ごとに接線および法線方向を考慮し、適切な近似を与えることが困難になる。

これに対し近年、吉野ら<sup>(5)</sup>は、LKSにおける空間微分近似の取り扱いを工夫し、接線・法線方向を規定する必要のない、任意形状にも対応可能な新たな微分近似方法を提案し、球状物体からなる多孔質構造内流れにおける手法の妥当性を確認した。この近似方法は、球状物体のような凸面形状の物体のみならず、一般的な多孔体のように、内部に空隙がある物体を過ぎる流れに対しても有効であることが期待される。さらに、温度場の計算においてもこの近似方法は容易に適用可能であり、複雑流路内における熱移動を伴う流れの数値計算法を確立することは、工学的にも適用範囲が広がり有用であると言える。

そこで本研究では、上述の微分近似方法を導入したLKSを用いて、網目構造の多孔体内における流動・伝熱問題解析のための計算手法を定式化し、圧力損失およびヌセルト数の計算結果と既存の研究結果を比較することによって、本手法の妥当性を検証した。また、比較的高いレイノルズ数およびペクレ数域における非定常流れの計算を行い、数値安定性の確認ならびに局所の流れ場と温度場の関係について調べた。

## 2. 数値計算法

### 2.1. 熱流動 LKS<sup>(3)</sup>

以下で使用する物理量は、代表長さ  $L$ 、粒子の代表速さ  $c$ 、代表時間スケール  $t_0 = L/U$  ( $U$ : 流れの代表速さ)、基準密度  $\rho_0$ 、基準温度  $T_0$ 、および定圧比熱  $c_p$  を用いて無次元化したものである<sup>(2)</sup>。格子気体モデルには、3次元15速度モデルを用いた。この速度モデルの粒子速度  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 15$ ) は、 $c_i = (0, 0, 0), (\pm 1, 0, 0), (0, \pm 1, 0), (0, 0, \pm 1), (\pm 1, \pm 1, \pm 1)$  である。本手法では、時刻  $t$ 、格子点  $x$  における流体の密度  $\rho$ 、流速  $u$ 、および流体の温度  $T$  は、それぞれ次式で定義される。

$$\rho(x, t) = \sum_{i=1}^{15} f_i^c(x - c_i \Delta x, t - \Delta t), \quad (1)$$

$$u(x, t) = \frac{1}{\rho(x, t)} \sum_{i=1}^{15} c_i f_i^c(x - c_i \Delta x, t - \Delta t), \quad (2)$$

$$T(x, t) = \sum_{i=1}^{15} g_i^c(x - c_i \Delta x, t - \Delta t), \quad (3)$$

ここで、

$$f_i^c = E_i \rho \left[ 1 + 3c_{i\alpha} u_\alpha + \frac{9}{2} c_{i\alpha} c_{i\beta} u_\alpha u_\beta - \frac{3}{2} u_\alpha u_\alpha + A \Delta x \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) c_{i\alpha} c_{i\beta} \right], \quad (4)$$

$$g_i^c = E_i T (1 + 3c_{i\alpha} u_\alpha) + E_i B \Delta x c_{i\alpha} \frac{\partial T}{\partial x_\alpha}, \quad (5)$$

および、 $E_1 = 2/9$ ,  $E_2 = E_3 = \dots = E_7 = 1/9$ ,  $E_8 = E_9 = \dots = E_{15} = 1/72$  である。上式において、 $\alpha, \beta = x, y, z$  ( $\alpha, \beta$  はデカルト座標を表し、総和規約に従う) であり、 $\Delta x$  は立方体格子の間隔、 $\Delta t$  は時間刻みである。また、 $A$  およ

び  $B$  は、後述のとおり流体の物性値に関係する  $O(1)$  のパラメータである。

式 (1) ~ (5) に漸近理論<sup>(6)</sup> を適用すると、非圧縮性流体の連続の式、ナビエ・ストークス方程式、および温度の移流拡散方程式が相対誤差  $O[(\Delta x)^2]$  で得られることが示される<sup>(2)</sup>。

圧力  $p$  は、流体の密度  $\rho$  と次式の関係がある。

$$p = \frac{1}{3} \rho. \quad (6)$$

流体の粘性係数  $\mu$  および熱拡散係数  $\alpha_T$  は、それぞれ

$$\mu = \left( \frac{1}{6} - \frac{2}{9} A \right) \Delta x, \quad (7)$$

$$\alpha_T = \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{3} B \right) \Delta x, \quad (8)$$

で与えられる。また、熱流束  $q$  は次式で定義される。

$$q = T(u_T - u), \quad (9)$$

ここで、

$$u_T = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{15} c_i g_i, \quad (10)$$

である。漸近理論<sup>(6)</sup> を用いて熱流束と温度勾配の関係を導くことにより、熱伝導係数  $\lambda$  は次式で与えられる<sup>(7)</sup>。

$$\lambda = \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{3} B \right) \Delta x. \quad (11)$$

式 (4) および (5) に現れる巨視的変数  $\psi (= u_\alpha, T)$  の空間に関する一階微分には、次の差分近似を用いた。

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_\beta} \approx \frac{1}{10 \Delta x} \sum_{i=2}^{15} c_{i\beta} \psi(x + c_i \Delta x). \quad (12)$$

### 2.2. 物体表面の取り扱い

複雑な形状をした流路では、物体表面において式 (4) および (5) 中の一階微分項の取り扱いが重要となる。本研究では、棟方ら<sup>(8)</sup> の手法を参考に、吉野ら<sup>(5)</sup> が提案した接線・法線方向を規定する必要のない空間微分近似方法を用いた。

ここでは、物体表面上の格子点  $P(x)$  における  $\partial T / \partial x_\beta$  の近似方法について考える (流速  $u_\alpha$  についても同様であり、定式化の詳細は文献 (5) を参照していただきたい)。点  $Q(x + c_i \Delta x)$  および点  $R(x + 2c_i \Delta x)$  の両方が流体領域である  $i$  方向 ( $i = 2, 3, \dots, 15$ ) の二次精度片側差分近似を考え、それらを重み付け加算し平均をとることで、点  $P$  における温度の一階微分を近似する。すなわち、

$$\frac{\partial T}{\partial x_\beta} \Big|_P = \frac{1}{W} \sum_{(c_{i\beta} \neq 0)} E_i \frac{\partial T}{\partial x_\beta} \Big|_{P,i}, \quad (13)$$

ここで、 $W$  は

$$W = \sum_{(c_{i\beta} \neq 0)} E_i, \quad (14)$$

である。式 (13) の右辺における  $(\partial T / \partial x_\beta)_{P,i}$  の具体的な表記は、 $i = 2, 3, \dots, 7$  に対して、

$$\frac{\partial T}{\partial x_\beta} \Big|_{P,i} \approx \frac{-3T(x) + 4T(x + c_i \Delta x) - T(x + 2c_i \Delta x)}{2c_{i\beta} \Delta x}, \quad (15)$$

Table 1 Values of subscripts  $l, m$  and  $n$ .

$i$	8	9	10	11	12	13	14	15
$l$	2	4	4	2	2	4	4	2
$m$	3	3	5	5	3	3	5	5
$n$	6	6	6	6	7	7	7	7

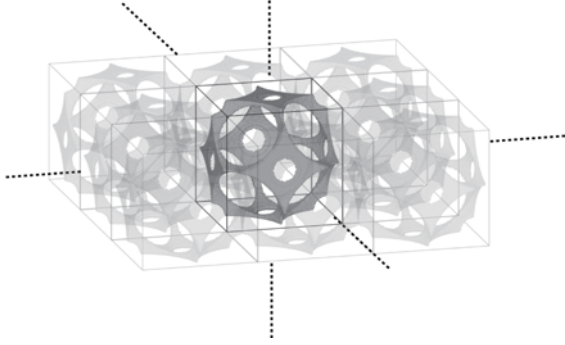


Fig. 1 A network-structured porous medium.

となり, また  $i = 8, 9, \dots, 15$  に対して,

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x_\beta} \Big|_{P, i} &\approx \\ &\frac{-3T(\mathbf{x}) + 4T(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta \mathbf{x}) - T(\mathbf{x} + 2\mathbf{c}_i \Delta \mathbf{x})}{2c_{i\beta} \Delta x} \\ &- \frac{c_{ix}}{c_{i\beta}} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{P, l} (1 - \delta_{x\beta}) - \frac{c_{iy}}{c_{i\beta}} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{P, m} (1 - \delta_{y\beta}) \\ &- \frac{c_{iz}}{c_{i\beta}} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{P, n} (1 - \delta_{z\beta}), \end{aligned} \quad (16)$$

となる. ここで,  $\delta_{\alpha\beta}$  はクロネッカのデルタである.  $l, m, n$  には, 各  $i$  方向に対して Table 1 で示される数字の方向を与えた. 式 (15) および (16) の導出, ならびに  $l, m, n$  の値の与え方については, 付録を参照されたい.

### 3. 本手法の妥当性検証

#### 3.1. 流動問題

はじめに, 網目構造の多孔体内における流動解析を実施し, 圧力損失の計算結果に対して既存の実験式と比較した. Fig. 1 に示すような無限に広い周期構造からなる多孔体を考え, その一つのユニットを取り出し計算対象とした. Fig. 2 に示すように,  $L_x \times L_y \times L_z = 100\Delta x \times 100\Delta x \times 100\Delta x$  の立方体計算領域内に, 代表的な構造である二種類の BCC (体心立方格子) モデルおよび FCC (面心立方格子) モデルをそれぞれ配置した. 各モデルの構築方法のイメージ図を Fig. 3 に示す. BCC モデルにおいては,  $(x/L_x, y/L_y, z/L_z) = (0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (0.5, 0.5, 0.5), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$ , また, FCC モデルにおいては,  $(x/L_x, y/L_y, z/L_z) = (0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 0.5, 0.5), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (0.5, 0, 0.5), (0.5, 0.5, 0), (0.5, 0.5, 1), (0.5, 1, 0.5), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 0.5, 0.5), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$  を中心に空孔半径  $R$  でくり抜いて作成した. BCC モデルでは  $R = 46\Delta x$ , FCC モデルでは  $R = 36\Delta x$

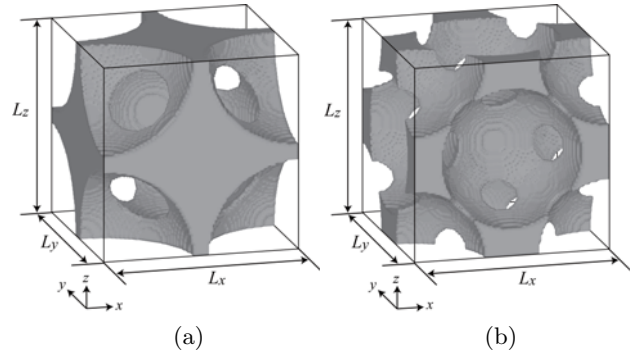


Fig. 2 Computational domains of (a) a body-centered cubic (BCC) model and (b) a face-centered cubic (FCC) model in a fluid flow problem.

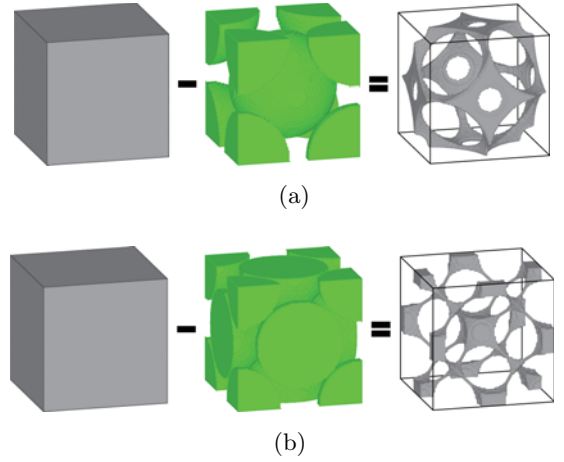


Fig. 3 Schematic diagrams of how to construct (a) a BCC model and (b) an FCC model.

とした. このとき, 空隙率はそれぞれ  $\varphi = 0.793$ ,  $\varphi = 0.792$  である. つまり, 両モデルに対する空隙率がほぼ等しくなるようにした.

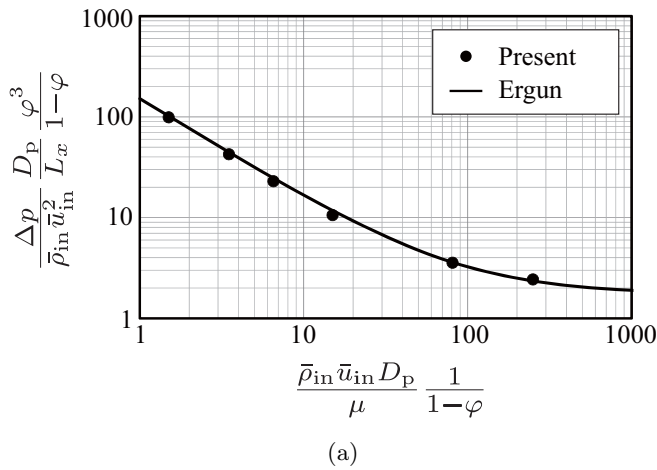
初期条件は, 全領域で  $\rho = 1$ ,  $\mathbf{u} = 0$  とした. 境界条件は, 入口 ( $x = 0$ ) および出口 ( $x = L_x$ ) には圧力差  $\Delta p$  を伴う周期境界条件,  $y$  および  $z$  方向の境界にはすべり境界条件を用いた. また, 内部物体の壁面にはすべりなし境界条件を用いた<sup>(9)</sup>.

本問題では, 多孔体の相当直径  $D_p$  基準のレイノルズ数を

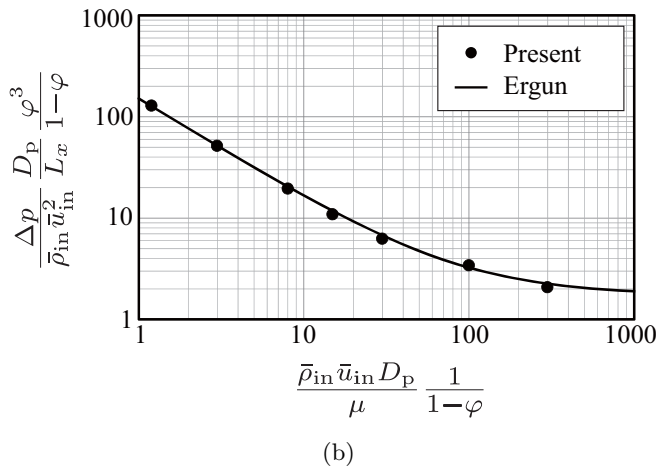
$$\text{Re} = \frac{\bar{\rho}_{\text{in}} \bar{u}_{\text{in}} D_p}{\mu}, \quad (17)$$

と定義し,  $1.19 \leq \text{Re} \leq 299$  の範囲になるように, 圧力差  $\Delta p$  と粘性係数  $\mu$  を変化させて計算を行った. ここで,  $\bar{\rho}_{\text{in}}$  および  $\bar{u}_{\text{in}}$  はそれぞれ, 入口において過渡状態後に時間・空間平均された密度および流速である.  $D_p$  は, 最も低いレイノルズ数に対する入口・出口間の圧力損失の計算結果が後述の実験式と一致するように, BCC モデルでは  $D_p = 2.95\Delta x$ , FCC モデルでは  $D_p = 6.00\Delta x$  とした.

計算によって得られた入口・出口間の圧力損失を既存の実験式と比較した結果を Fig. 4 に示す. 図において, 横軸は修



(a)



(b)

Fig. 4 Relation between pressure drops and modified Reynolds numbers for (a) the BCC model and (b) the FCC model in the fluid flow problem.

正レイノルズ数  $Re' = Re/(1 - \varphi)$  であり、●は本計算結果、実線はErgunの式<sup>(10)</sup>を表している。これらの図より、BCCモデルによる結果 (Fig. 4(a)) およびFCCモデルによる結果 (Fig. 4(b)) のいずれも、広範囲のレイノルズ数域にわたって計算結果は実験と良く一致していることがわかる。このことから、流動解析に関する部分の妥当性が示された。

### 3.2. 伝熱問題

次に、網目構造の多孔体内における伝熱解析を実施し、ヌセルト数の計算結果に対して既存の研究結果と比較した。Fig. 5に示すように、 $L_x \times L_y \times L_z = 100\Delta x \times 100\Delta x \times 100\Delta x$ の立方体計算領域内に、3.1節と同様のBCCモデルおよびFCCモデルをそれぞれ配置した。BCCモデルでは  $R = 51\Delta x$ 、FCCモデルでは  $R = 41\Delta x$ とした。このとき、空隙率はそれぞれ  $\varphi = 0.965$ 、 $\varphi = 0.966$ である。なお、本伝熱問題で3.1節の流動問題と異なる空隙率を用いた理由は、後述のヌセルト数に関する他の研究結果との比較において、Kaneda et al.<sup>(11)</sup>の計算条件に合わせるためである。

初期条件は、全領域で  $\rho = 1$ 、 $u = 0$ 、 $T = 1$ とした。境界条件は、3.1節の流速および圧力の条件に加えて、温度に関する条件として入口および出口には温度差  $\Delta T$ を伴う周期

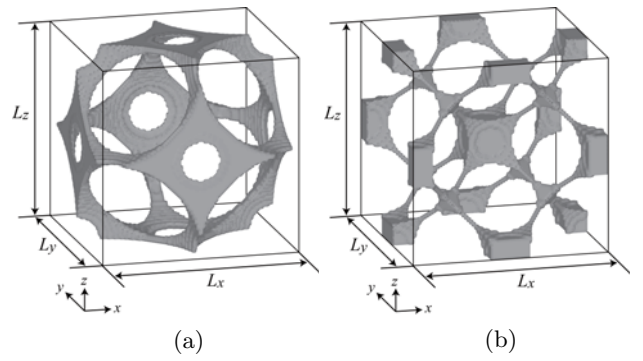
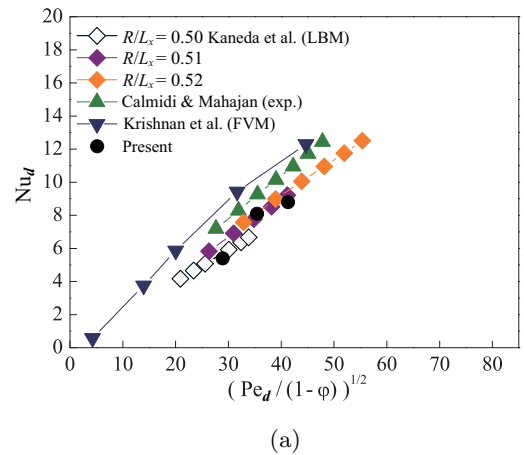
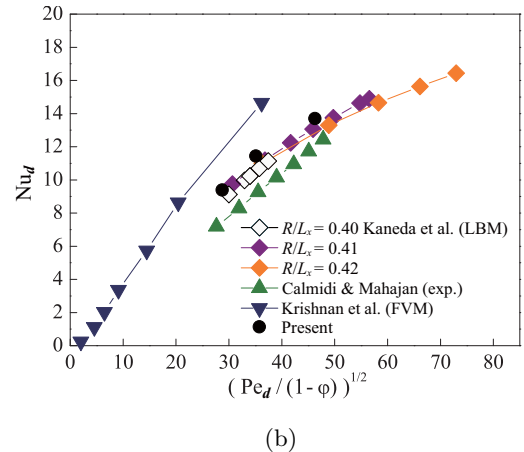


Fig. 5 Computational domains of (a) a BCC model and (b) an FCC model in a heat-transfer problem.



(a)



(b)

Fig. 6 Relation between Nusselt numbers and modified Péclet numbers for (a) the BCC model and (b) the FCC model in the heat-transfer problem.

境界条件、 $y$ および $z$ 方向の境界には断熱条件、内部物体の壁面には法線方向の熱流束が一定の境界条件を用いた<sup>(7)</sup>。

パラメータの値は、温度差を  $\Delta T = 0.05$ 、プラントル数を  $Pr = \mu/(\bar{\rho}_{in}\alpha T) = 0.71$ で一定とした。本問題では、多孔体の空孔直径  $d (= 2R)$  基準のレイノルズ数を

$$Re_d = \frac{\bar{\rho}_{in}\bar{u}_{in}d}{\mu}, \quad (18)$$

と定義し、 $34.8 \leq Re_d \leq 101$ の範囲になるように、圧力差



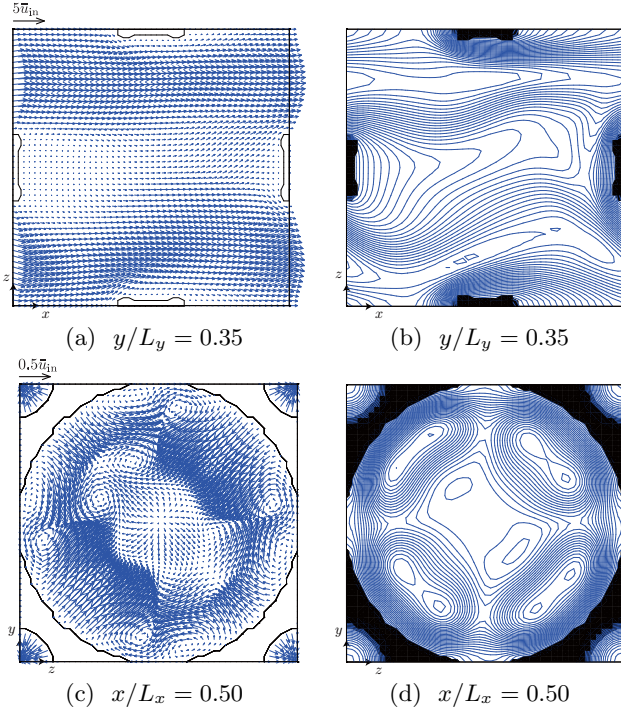


Fig. 7 Fluid velocity vectors (left) and temperature distributions (right) at  $Re_d = 742$  and  $Pe_d = 526$  in the case of the BCC model. The length of the velocity vectors is normalized by using the time- and space-averaged inflow velocity on  $x = 0$ , and the temperature contour interval is 0.01.

$\Delta p$  を変化させて計算を行った。

過渡状態後に得られたヌセルト数を既存の研究結果と比較した。入口と物体の壁面との間の熱移動に対するヌセルト数は、次式で与えられる。

$$Nu_d = \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_s \frac{d}{\bar{T}_s - \bar{T}_{in}}, \quad (19)$$

ここで、 $\partial T / \partial n|_s$  は壁面での法線方向の温度勾配、 $\bar{T}_s$  は平均壁面温度、 $\bar{T}_{in}$  は入口において時間・空間平均された温度である。Kaneda et al.<sup>(11)</sup> の LBM による計算結果、Calmidi et al.<sup>(12)</sup> の実験データ、ならびに Krishnan et al.<sup>(13)</sup> の有限体積法による計算結果との比較を Fig. 6 に示す。図において、 $Pe_d (= Re_d Pr)$  はペクレ数であり、横軸は修正ペクレ数  $Pe' = (Pe_d / (1 - \phi))^{1/2}$  を表している。

これらの図より、BCC モデルによる結果 (Fig. 6(a)) および FCC モデルによる結果 (Fig. 6(b)) のいずれにおいても、他の研究結果の傾向を捉えており、おおむね良く対応していることがわかる。したがって、伝熱解析に関する部分の妥当性が示されたと言える。なお、FCC モデルによる結果では、ヌセルト数が他の研究結果に比べて若干大きい値となっている。この原因の一つとして、物体表面近傍における空間解像度が低いことが考えられるため、その差異については今後詳細な検討が必要である。

#### 4. 数値計算例

##### 4.1. 問題および計算条件

計算対象として、3.2 節で扱った BCC モデルおよび FCC

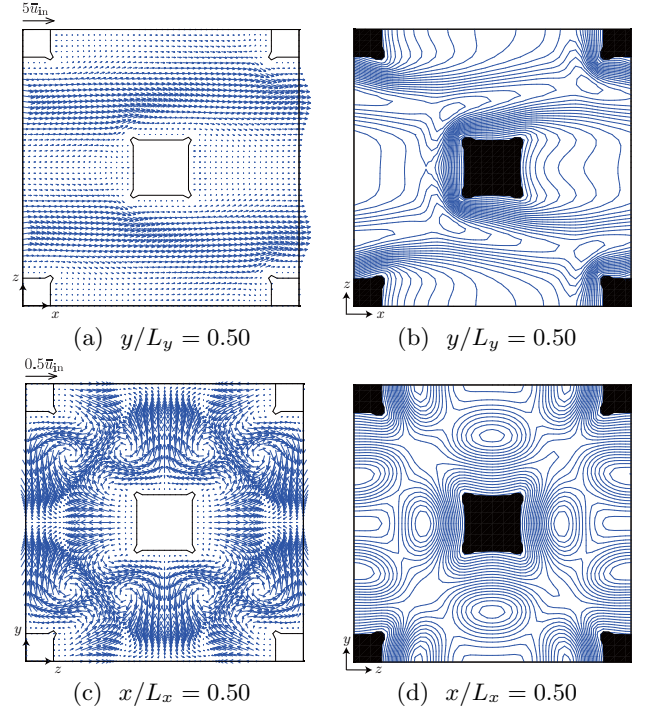


Fig. 8 Fluid velocity vectors (left) and temperature distributions (right) at  $Re_d = 683$  and  $Pe_d = 485$  in the case of the FCC model. The length of the velocity vectors is normalized by using the time- and space-averaged inflow velocity on  $x = 0$ , and the temperature contour interval is 0.01.

モデルで構築される網目構造の多孔体を用いた。流速、圧力、および温度の初期条件・境界条件、ならびにその他の計算パラメータは、3.2 節の伝熱問題と同様である。以下では、式 (18) で定義したレイノルズ数が  $49.2 \leq Re_d \leq 742$  の範囲になるように、圧力差  $\Delta p$  を変化させて計算を行った。

##### 4.2. 計算結果および考察

計算結果の一例として、BCC モデルでは  $Re_d = 742$  および  $Pe_d = 526$ 、FCC モデルでは  $Re_d = 683$  および  $Pe_d = 485$  とした場合の過渡状態後の速度ベクトル図ならびに等温線図を Figs. 7, 8 に示す。ここで、流れ場の図における速度ベクトルの長さは、入口において時間・空間平均された流速  $\bar{u}_{in}$  で規格化されている。

これらの図より、BCC モデル、FCC モデルのいずれにおいても流れは非定常になり、主流に対して平行な  $z-x$  断面 (Fig. 7(a) および Fig. 8(a)) では、物体側面で流れの剥離が生じていることがわかる。また、主流に対して垂直な  $y-z$  断面 (Fig. 7(c) および Fig. 8(c)) では、二次流れおよび渦が複数個確認でき、複雑な流れ場になっていることがわかる。一方、温度場に関しては、物体表面付近での温度勾配は大きく等温線は複雑な分布を示している。また、 $z-x$  断面 (Fig. 7(b) および Fig. 8(b)) に見られるように空隙の大きい場所では、等温線は移流の影響を強く受けていることがわかる。なお、紙面の都合上掲載しないが、局所の流速ベクトル図を拡大して確認すると、BCC モデルと FCC モデルの両ケースにおいて、物体後方にそれぞれ  $0.08d$ 、 $0.07d$  程度のスケールの非定常渦が発生していることがわかった。

## 5. 結言

本研究では，網目構造の多孔体内における流動・伝熱問題に対して，任意形状にも対応可能な微分近似方法を導入した LKS に基づく計算手法を定式化した．基本的な問題の解析により得られた結論を以下にまとめる．

- 流動問題において，得られた圧力損失の計算結果と Ergun の式とを比較したところ，広範囲のレイノルズ数域に対して，BCC モデルおよび FCC モデルともに良く一致していることから，本手法の流動解析に関する部分の妥当性が示された．
- 伝熱問題において，得られたヌセルト数の計算結果と既存の研究結果とを比較したところ，空間解像度に関してさらなる検討は必要であるが，BCC モデルおよび FCC モデルともに既存の研究結果の傾向を良く捉えていることから，本手法の伝熱解析に関する部分の妥当性が示された．
- 流れ場および温度場が時間的に変動する非定常な流動・伝熱問題に対しても，安定に計算を実行することができた．このことから，比較的高いレイノルズ数およびペクレ数域（例えば  $Re_d = 742$ ,  $Pe_d = 526$ ）において，本計算手法の数値安定性が示された．

以上の結論より，本手法の有用性が示された．なお，本研究では並列計算は行わなかったが，今後は不規則な複雑構造をもつ多孔体内における流動・伝熱問題に対して，大規模並列計算を実施していく予定である．

## 付 録

式 (15) および (16) は，各  $i$  方向のテーラー展開により次のようにして導かれる．まず，点 Q および点 R における  $T$  について，点 P まわりのテーラー展開を行うと，それぞれ次式となる．

$$\begin{aligned}
 & T(x_P + c_{ix}\Delta x, y_P + c_{iy}\Delta x, z_P + c_{iz}\Delta x) = \\
 & T\Big|_P + \Delta x \left( c_{ix} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_P + c_{iy} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_P + c_{iz} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_P \right) \\
 & + \frac{(\Delta x)^2}{2} \left( c_{ix}^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_P + c_{iy}^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Big|_P + c_{iz}^2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Big|_P \right. \\
 & \quad \left. + 2c_{ix}c_{iy} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \Big|_P + 2c_{iy}c_{iz} \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} \Big|_P + 2c_{iz}c_{ix} \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} \Big|_P \right) \\
 & + O[(\Delta x)^3], \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & T(x_P + 2c_{ix}\Delta x, y_P + 2c_{iy}\Delta x, z_P + 2c_{iz}\Delta x) = \\
 & T\Big|_P + 2\Delta x \left( c_{ix} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_P + c_{iy} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_P + c_{iz} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_P \right) \\
 & + 2(\Delta x)^2 \left( c_{ix}^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_P + c_{iy}^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Big|_P + c_{iz}^2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Big|_P \right. \\
 & \quad \left. + 2c_{ix}c_{iy} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \Big|_P + 2c_{iy}c_{iz} \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} \Big|_P + 2c_{iz}c_{ix} \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} \Big|_P \right) \\
 & + O[(\Delta x)^3]. \tag{A.2}
 \end{aligned}$$

式 (A.1)  $\times 4$  - 式 (A.2) より二階微分項を消去し，例えば  $c_{ix} \neq 0$  の場合に対して， $\partial T/\partial x$  について解くと次式を得る．

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{P,i} &= \frac{-3T(\mathbf{x}) + 4T(\mathbf{x} + c_i\Delta x) - T(\mathbf{x} + 2c_i\Delta x)}{2c_{ix}\Delta x} \\
 &\quad - \frac{c_{iy}}{c_{ix}} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{P,i} - \frac{c_{iz}}{c_{ix}} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{P,i} + O[(\Delta x)^2]. \tag{A.3}
 \end{aligned}$$

$(\partial T/\partial y)_{P,i}$  および  $(\partial T/\partial z)_{P,i}$  についても同様である．ここで， $i = 8, 9, \dots, 15$  のとき，式 (A.3) の右辺第 2 および第 3 項 ( $y$  および  $z$  方向微分項) の取り扱いが必要となる．本研究では， $i = 8, 9, \dots, 15$  に対して， $c_i \cdot c_j > 0$  となるような  $j$  ( $2 \leq j \leq 7$ ) の方向の微分値を与えた．

## 参考文献

- (1) S. Succi: The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond, Oxford University Press, Oxford (2001).
- (2) T. Inamuro: Lattice Boltzmann Methods for Viscous Fluid Flows and for Two-Phase Fluid Flows, Fluid Dyn. Res., **38** (2006), pp. 641–659.
- (3) T. Inamuro: A Lattice Kinetic Scheme for Incompressible Viscous Flows with Heat Transfer, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, **360** (2002), pp. 477–484.
- (4) M. Yoshino, T. Murayama, A. Matsuzaki and T. Hitomi: Simulation of Mass Transfer of Calcium in Concrete by the Lattice Kinetic Scheme for a Binary Miscible Fluid Mixture, J. Fluid Sci. Tech., **4** (2009), pp. 13–24.
- (5) 吉野正人, 田中義人, 細井祐介: Lattice Kinetic スキームにおける複雑流路形状に対応した空間微分近似方法の提案, 計算数理工学論文集, **11** (2011), pp. 111–116.
- (6) Y. Sone: Asymptotic Theory of Flow of Rarefied Gas over a Smooth Boundary II. In: D. Dini (Ed.), Rarefied Gas Dynamics, vol. 2, Editrice Tecnico Scientifica, Pisa (1971), pp. 737–749.
- (7) M. Yoshino and T. Inamuro: Lattice Boltzmann Simulations for Flow and Heat/Mass Transfer Problems in a Three-Dimensional Porous Structure, Int. J. Numer. Meth. Fluids, **43** (2003), pp. 183–198.
- (8) 棟方稔久, 稲室隆二, 兵頭志明: 毛管圧の解析に対する Leverett 関数の適用性 (格子ボルツマン法による検討), 日本機械学会論文集 B, **75** (2009), pp. 1568–1575.
- (9) T. Inamuro, M. Yoshino and F. Ogino: Lattice Boltzmann Simulation of Flows in a Three-Dimensional Porous Structure, Int. J. Numer. Meth. Fluids, **29** (1999), pp. 737–748.
- (10) S. Ergun: Fluid Flow through Packed Columns, Chem. Eng. Prog., **48** (1952), pp. 89–94.
- (11) M. Kaneda, Y. Matsushima and K. Suga: Numerical Simulation for Heat and Fluid Flow through Porous Media, Proc. ASME/JSME 8th Therm. Eng. Joint Conf., (2011), AJTEC2011-44278 (7 pages).
- (12) V.V. Calmide and R.L. Mahajan: Forced Convection in High Porosity Metal Foams, J. Heat Transf., **122** (2000), pp. 557–565.
- (13) S. Krishnan, J. Murthy and S.V. Garimell: Direct Simulation of Transport in Open-Cell Metal Foam, J. Heat Transf., **128** (2006), pp. 793–799.