

静磁場問題のトポロジー最適化における レベルセット法と進化型 on/off 法

ON LEVELSET AND EVOLUTIONARY ON/OFF METHODS FOR TOPOLOGY OPTIMIZATION IN MAGNETOSTATIC PROBLEMS

佐藤 孝洋¹⁾, 渡辺 浩太²⁾, 五十嵐 一³⁾

Takahiro Sato, Kota Watanabe, Hajime IGARASHI

- 1) 北海道大学 大学院情報科学研究科 (〒060-0814 札幌市北区北 14 条西 9 丁目, tsato@em-si.eng.hokudai.ac.jp)
 2) 室蘭工業大学 (〒050-8585 室蘭市水元町, k-wata@mmm.muroran-it.ac.jp)
 3) 北海道大学 大学院情報科学研究科 (〒060-0814 札幌市北区北 14 条西 9 丁目, igarashi@ssi.ist.hokudai.ac.jp)

This paper discusses topology optimizations in magnetostatic problems. The levelset method and the on/off method based on Normalize Gaussian Networks (NGnet) are applied to the magnetic shield and IPM motor problems. In the shield and motor problems, the levelset method can find inferior and superior solutions, respectively, in comparison with the NGnet-method. From these results, the characteristics of the two methods are discussed.

Key words : Magnetostatic problem, Topology Optimization, Levelset Method, On/Off method.

1. はじめに

寸法最適化と比べて設計自由度が極めて高いトポロジー最適化法は、構造力学の分野において提案された⁽¹⁾。計算電磁力学の分野においてもトポロジー最適化の有用性が認識され、様々な問題に適用されてきている。当該分野においては、進化計算に基づく on/off 法⁽²⁾⁽⁵⁾とレベルセット法⁽⁶⁾⁽⁸⁾が主に使われている。後者は電磁波問題での導波管⁽⁷⁾や静磁場問題でのモータの最適化⁽⁸⁾が報告されている。しかし特に電力機器の設計最適化においては、磁気ヒステリシス性や材料損失の考慮への要望が強⁽⁹⁾、最適化の要求が高度化するにつれてレベルセット法での取り扱いが困難になると思われる問題が存在する。進化計算など最適化手法はこれらの問題にも柔軟に対応可能である。一方、進化型 on/off 法は勾配法に基づくレベルセット法に比べ、一般に計算時間が長いという難点がある。

本報告では、静磁場最適化問題において、フェーズフィールド変数を導入したレベルセット法⁽⁶⁾と進化計算に基づく on/off 法の比較を行う。on/off 法として、複雑形状の発生を防ぐことができる正規化ガウス関数(NGnet)を用いた方法を使用する⁽⁴⁾⁽⁵⁾。これらの手法を磁気シールド問題と埋込磁石同期モータ (IPM モータ)問題に適用し、その結果を基にして、両手法をさまざまな観点から比較する。

2. 静磁場問題のトポロジー最適化

2.1 基礎方程式

本研究では 2 次元静磁場問題を考える。支配方程式は以下で与えられる。

$$\nabla \cdot v(A_z) \nabla A_z = J \quad (1)$$

ここで A_z は磁気ベクトルポテンシャルの z 方向成分、 J は電流密度である。また、 $v(A)$ は磁気抵抗率であり、磁束が飽和することから $v(A)$ は磁気ベクトルポテンシャルに関する非線形関数である。有限要素法を用いて(1)を離散化すると、以下の方程式が得られる。

$$\mathbf{K}(\mathbf{A})\mathbf{A} = \mathbf{b} \quad (2)$$

$$[\mathbf{K}(\mathbf{A})]_{i,j} = \int_S v(\mathbf{A}) \nabla N_i \cdot \nabla N_j dS \quad (3)$$

ここで \mathbf{b} は有限要素法における右辺ベクトル、 N_i は節点補間関数である。式(2)は解ベクトル \mathbf{A} に関する非線形性があるため、Newton-Raphon 法による反復解法が用いられる。

2.2 レベルセット法⁽⁶⁾

レベルセット法ではレベルセット関数 ϕ の値に応じ、設計領域 D 内の物体を表現する。レベルセット関数 ϕ にフェーズフィールド変数を用いると、物体領域 Ω^+ と空洞領

域 Ω , ならびにそれらの境界 Γ は以下のように表される。

$$\begin{cases} 0 < \phi(\mathbf{x}) \leq 1 & \mathbf{x} \in \Omega^+ \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \mathbf{x} \in \Gamma \\ -1 \leq \phi(\mathbf{x}) < 0 & \mathbf{x} \in \Omega^- \end{cases} \quad (4)$$

レベルセット法では最適化を以下のエネルギー汎関数の最小化として考える。

$$\inf_{\phi} E(\phi) = \int_D \left\{ F(\phi) + \frac{\beta}{2} (1 - \phi^2) + \frac{\kappa}{2} \|\nabla \phi\|^2 \right\} dS \quad (5)$$

ここで $F(\phi)$ は目的汎関数, κ は界面エネルギー $\|\nabla \phi\|^2$ の係数であり, 得られる形状の複雑さを制御するパラメータである。また, β はポテンシャル項 $(1 - \phi^2)/2$ の係数であり, ϕ が 0 に近いほどエネルギー汎関数の値を増加させる効果を持つ(この項を導入する理由は後述する)。レベルセット法ではエネルギー汎関数の勾配をとり, その方向に ϕ を更新することで $E(\phi)$ を最小化する。すなわち

$$\frac{\phi - \phi^*}{\Delta t} = -M \left(\frac{\delta F(\phi)}{\delta \phi} - \beta \phi - \kappa \nabla^2 \phi \right) \quad (6)$$

により ϕ の更新量を求める。ここで Δt は仮想時間刻み, ϕ^* は前ステップでのレベルセット関数値, M はステップサイズパラメータである。式(6)は移流方程式に帰着し, 本研究では有限要素法により解く。式(6)の解 ϕ^{new} を用いて ϕ を以下のように更新する。

$$\phi \leftarrow \max \left[\min \left[1, \phi^{\text{new}} \right], -1 \right] \quad (7)$$

この流れを繰り返すことで最適化を行う。

式(6)において, $F(\phi)$ の ϕ に関する汎関数微分は一般に直接導出ができないため, 随伴変数法により求める。いま, 随伴変数 \mathbf{z} を導入して $F(\phi)$ を以下のように修正する。

$$F'(\phi) = F(\phi) + \mathbf{z}^T (\mathbf{K}(\mathbf{A})\mathbf{A} - \mathbf{b}) \quad (8)$$

式(8)の ϕ に関する微分をとると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\delta F'(\phi)}{\delta \phi} &= \frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi} + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{A})}{\partial \phi} \mathbf{A} + \left[\left(\frac{\partial F(\phi)}{\partial \mathbf{A}} \right)^T \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{z}^T \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}} \mathbf{A} + \mathbf{z}^T \mathbf{K}(\mathbf{A}) \right] \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \phi} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで任意ベクトル \mathbf{z} の値を, 式(9)の右辺第 3 項の括弧内を消去するように決める。これにより $F(\phi)$ の ϕ に関する汎関数微分は, 式(9)の右辺第 1 項と 2 項のみとなる。ただし \mathbf{z} を求めるには $F(\phi)$ の \mathbf{A} に関する微分を求める必要がある, この項が計算できない問題にはレベルセット法を適用できない。例えば鉄損を最小化する場合, 損失計算に高精度な方法であるヒステリシスモデル⁹⁾を使用した際は, 求めた損失を \mathbf{A} で微分することは困難である。また, 上述のように勾配法に基づく最適化のため, $F(\phi)$ が多峰性関数の場合は, 初期ステップで与えた ϕ に解が依存する。

上述の方法に従い ϕ を更新するため, ϕ により表現された形状を有限要素法で解析する。ある固定された有限要素メッシュに対して, 式(4)に従い各有限要素に与える物性値(磁気抵抗率)を決定する。ここで磁気抵抗率が ϕ で微分可能となるよう, 要素 e の磁気抵抗率 v_e を次式で与える。

$$v_e(\mathbf{A}) = f_{\text{sig}}(\phi) v_m(\mathbf{A}) + (1 - f_{\text{sig}}(\phi)) v_0 \quad (10)$$

ここで v_m, v_0 はそれぞれ磁性体と真空の磁気抵抗率である。また, f_{sig} は次式で与えられるシグモイド関数である。

$$f_{\text{sig}}(\phi) = \frac{1}{1 + \exp(-K\phi)} \quad (11)$$

ここで要素内の ϕ は各節点のレベルセット関数値の補間により与えられることを考えると, $\phi(\mathbf{x})=0$ となる \mathbf{x} は一般に要素内部に位置する。そのため, 式(4)のように形状表現の上では物体境界が明示されているものの, ある固定メッシュのもとでレベルセット法を用いる場合, $\phi(\mathbf{x})=0$ となる点を内包する要素は物体と空洞の中間的物性をもつことと等価と考えられる。また, 式(10)により v_e を与えるため, $-\gamma < \phi(\mathbf{x}) < \gamma$ となる \mathbf{x} においても物性値は中間的な値をとる。ここで γ は K により決まる遷移幅である。そのため式(5)においてポテンシャル項を導入し, $|\phi| > \gamma$ となるように図る。

上記と同様の理由から, $\mathbf{K}(\mathbf{A})$ を求める際の数値積分では要素内の v_e の分布を考慮する。なお, Newton-Raphon 法において v_e を更新する方法は幾つか考えられるが, 本研究では要素内で $v_m(\mathbf{A})$ は一定と仮定し, 要素重心の \mathbf{A} を参照して $v_m(\mathbf{A})$ を更新し, その値を式(10)で用いるとする。

2.3 NGnet を用いた on/off 法^{(4),(5)}

進化計算に基づく on/off 法では, 設計領域内を細かなセルに分割し, 各セルに on/off の状態を与えて形状を表現する。さらに各セルの on/off 状態を遺伝的アルゴリズム(GA)などの進化計算手法により変化させることで最適化を行う。ここで本研究のように形状の評価に有限要素法を用いる場合は, on/off 法のセルを有限要素に対応させればよい。この方法では進化計算により大域的に解を探索でき, 随伴変数法の適用が困難な問題に対しても広く適用できる。しかし最終的に得られる形状がいわゆるチェッカーボード状になりやすく, 解から有意な設計情報を抽出することが難しい。そこで著者らは NGnet を用いた形状表現法を導入してこの問題を解決した^{(4),(5)}。

NGnet を用いた on/off 法(NGnet 法と略す)では, 各セルに独立に on/off 状態を与えるのではなく, 空間的に滑らかに値が変化する NGnet の出力に応じて与える。NGnet とはパラメトリックな関数近似器の 1 種であり, Fig. 1 のように正規化されたガウス基底関数の重ね合わせで任意の関数形を表現できる。入力 \mathbf{x} に対する NGnet の出力 $f(\mathbf{x})$ は以下で与えられる。

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N w_i b_i(\mathbf{x}) \quad (13)$$

$$b_i(\mathbf{x}) = G_i(\mathbf{x}) / \sum_{k=1}^N G_k(\mathbf{x}) \quad (14)$$

ここで N はガウス関数の数、 $G_i(\mathbf{x})$ はガウス関数であり、 w_i は正規化ガウス関数 $b_i(\mathbf{x})$ に対する重みである。NGnet 出力 $f(\mathbf{x})$ より、Fig. 2 のように設計領域内のセル e の on/off 状態 V_e を以下のように与える。

$$V_e \leftarrow \begin{cases} \text{on} & f(\mathbf{x}_e) \geq 0 \\ \text{off} & f(\mathbf{x}_e) < 0 \end{cases} \quad (15)$$

ここで \mathbf{x}_e はセル e の重心である。NGnet 出力 $f(\mathbf{x})$ は空間的に滑らかに変化するため、それによって式(15)から定まる材料分布も必ず空間的に滑らかになり、複雑形状の発生を防ぐことができる。

NGnet 法では $f(\mathbf{x})$ により形状が定まるため、 $f(\mathbf{x})$ を変化させて最適化を行う。ここで $f(\mathbf{x})$ は w_i と各ガウス関数の位置・共分散行列により定まるため、これらを変化させればよい。ただし全てを最適化変数とすると、自由度が膨大になる。そこでガウス関数はあらかじめ設計領域内を密に埋めるように設計者が与える。この作業は単純に設計領域内を密に埋めるのみであり、設計者の知見にはほぼ依存しない。この結果、重み w_i のみが増加の対象となる。すなわち NGnet 法におけるトポロジー最適化は N 個の実数値変数 $\mathbf{w} = \{w_i | i=1, 2, \dots, N\}$ のパラメータ最適化に帰着される。よって最適化アルゴリズムとして実数値 GA 等の任意の最適化手法を適用できる。著者らは GA と Greedy 法を組み合わせ、ヒューリスティックな意味での極小解を求める手法を提案した。詳細は文献⁽⁵⁾を参照されたい。

NGnet 法では、レベルセット法と異なり、 $F(\phi)$ の \mathbf{A} に関する微分が導出できない問題にも適当可能である。その一方で、設計領域が広い場合はそれを密に埋めるためのガウス関数の数が増え、遺伝子サイズが増加する。その結果、GA 等の確率的探索法における探索領域が広大になり、最適化に要する時間が長大化してしまう。ただし GA などを用いた場合は各個体の評価を並列に計算でき、計算時間を実効的に削減することができる。

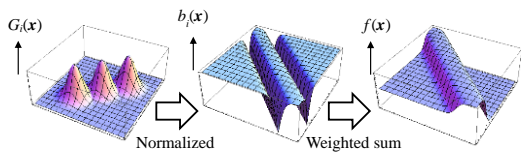


Fig. 1. Output of NGnet.

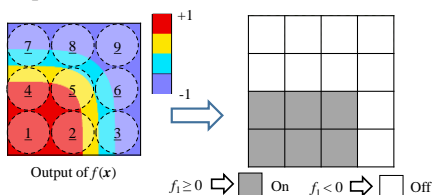


Fig. 2. Representation of on/off distribution from $f(\mathbf{x})$.

3. 数値実験

3.1 磁気シールドの最適化⁽²⁾

3.1.1 磁気シールドの問題設定

レベルセット法と NGnet 法を用いて、ボックス磁気シールド問題の最適化を行う。この最適化の目的は、可能な限り少ない磁性体面積で対象領域内の磁束密度を最小化するシールド形状を得ることである。Fig. 3 にシールドモデルを示す。設計領域を 2023 の有限要素で分割し、この要素内で最適なシールド形状を探索する。Fig. 4 にこの問題において想定する磁性材料の BH カーブを示す。この問題の目的関数 F_0 は以下となる。

$$F_0 = \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{K}_T \mathbf{A}}{E_T} + \frac{S}{S_T} \rightarrow \min. \quad (16)$$

ここで \mathbf{K}_T は対象領域の有限要素のみから作成した有限要素行列であり、 $\mathbf{A}^T \mathbf{K}_T \mathbf{A}$ は対象領域内の磁気エネルギーをあらわす。また S はシールド面積である。さらに $E_T = 31.1 \text{ nJ}$ 、 $S_T = 0.294 \text{ cm}^2$ は Fig. 3 に示した 2 重シールド形状での磁気エネルギーとシールド面積である。

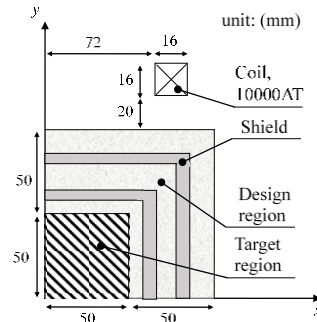


Fig. 3. Magnetic shield model.

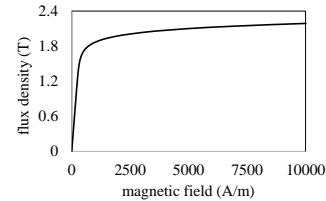


Fig. 4. BH curve of shield material.

3.1.2 磁気シールド問題の最適化結果

レベルセット法において Δt 、 M 、 β を 1s、1、 10^{-6} とし、シグモイド関数の係数 K を 10 とする。このときの遷移幅 γ は約 0.4 である。この設定の下、2000 ステップまで最適化計算を行った。初期形状として、25 個の磁性球をランダムに配置した場合と、すべての節点に与える ϕ を 0 として始めた場合の 2 通りを設定した。ランダム配置の場合は、乱数系列を変更して 10 通りの初期形状から試行した。なお前述の通り、 $|\phi| > \gamma$ のとき $-1 < f_{\text{sig}} < 1$ となるため、透磁率が空気と物体の中間的な値をとるグレー透磁率となる。

異なる κ のもと、ランダム形状から最適化を始めた際に、10 回の最適化で得られた最もよい解を Fig. 5 に示す。ここで図のキャプション(a, b, c)はそれぞれ F_0 、 $\mathbf{A}^T \mathbf{K}_T \mathbf{A}$ 、 S を示

す。Fig. 5 より、 κ が大きいと形状の複雑さが減り、 $\kappa=10^{-7}$ では比較的単純な形状となっている。ただし本問題では、空気層と磁性体層が交互になっているような形状ほど対象領域への磁気抵抗が大きくなるため、ある程度の複雑さが残る $\kappa=10^{-9}$ で得た解の方が対象領域のエネルギーが小さく、目的関数の値もよい。

次に $\kappa=10^{-9}$ としてグレー透磁率から最適化を始めた場合に、得られた形状を Fig. 6 に示す。 κ の値が同じにも関わらず、得られた形状は Fig. 5(b)とは異なっている。 F_0 の値は Fig.6 より Fig.5(b)の方が良い。このように本問題では、初期形状により最適化結果が大きく異なることが分かる。これは F_0 が面積項により多峰性を持つためと考えられる。その場合、初期解近傍の極小解に落ち着くため、初期形状によっては局所解に陥ったと考えられる。

同じ最適化問題に NGnet 法を適用した。Fig. 7 にシールド問題で用いるガウス基底の配置を示す。設計領域を密に埋めるように、96 個のガウス関数を均等に配置した。これらの共分散行列は全て $\Sigma=\text{diag}(0.007, 0.007)$ とした。実数値 GA の初期個体数を 600 とし、毎世代に 80 の子個体を生成して 50 世代まで最適化を行った。その際、10 世代ごとに Greedy 法による局所探索を行うよう設定した。

異なる乱数系列のもとで最適化計算を 10 回行った。Fig. 8 に 10 回の最適化での最良解の形状を示す。得られた形状は比較的滑らかな境界を持っており、NGnet 法は従来の on/off 法と異なり複雑形状が発生しにくいことが確認できる。また、Fig. 5(b)の形状と比べてエネルギーは大きいが S が小さく、結果として F_0 はレベルセット法により得られた解より小さくなっている。

両手法における、目的関数の評価回数に対する F_0 の変化を評価する。レベルセット法において $\kappa=10^{-9}$ とし、ランダム形状から開始した場合と、NGnet 法の場合の F_0 の変化を Fig. 9 に示す。なお、NGnet 法は 12 コア CPU を用いて並列計算を行ったため、NGnet 法の横軸は評価回数を 12 で割った値である。Fig. 9 より、最終的な F_0 の値は NGnet 法の方が小さく、さらに評価回数が 500 回目の付近でレベルセット法を下回っている。

以上より、シールド問題においては、今回試行した最適化の設定と動作環境の下では、NGnet 法が実効的に少ない評価回数でより良い解を見つけることができた。

3.2 IPM モータの最適化⁽³⁾

3.2.1 IPM モータの問題設定

つぎに IMP モータの最適化問題に両手法を適用する。Fig. 10 に最適化の対象である IEEJ D モデルを示す⁽⁴⁰⁾。このモータの回転子形状を、平均トルクを維持しつつトルクリプルを改善するように最適化する。回転子と固定子の磁性体コアには 50H350 を使い、その非線形性を考慮する。各巻線には $3A_{\text{rms}}$ 、電流位相角 20 度の三相電流を印加する。

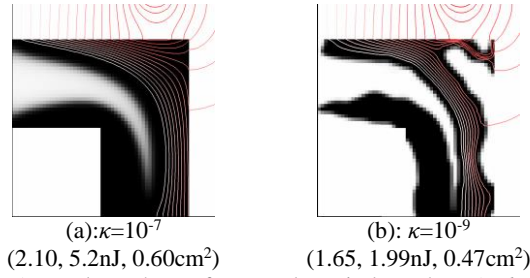


Fig. 5. Resultant shapes from random circles, where (a, b, c) denotes ($F_0, A^T K_{\text{r}} A, S$).

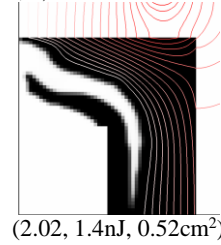


Fig. 6. Resultant shapes from gray permeability.

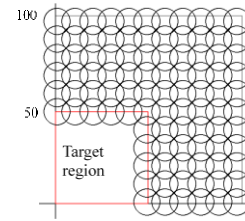


Fig. 7. Deployed Gaussians for shield problem.

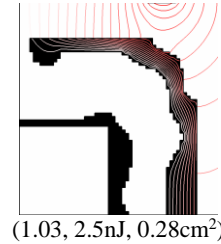


Fig. 8. Resultant shapes obtained by NGnet-method.

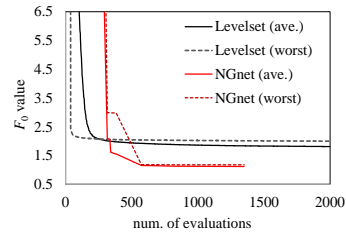


Fig. 9. Changes in F_0 during optimization.

この問題における設計領域は対称性を考慮し、Fig. 10 に示す破線で囲まれた領域とし、設計領域内の形状を 45 度線上で折り返す。この設計領域内の要素数は 3416 である。この最適化問題をつぎのように定義する。

$$F_1 = -\frac{T_{\text{ave}}}{T_A} + W \frac{T_{\text{rp}}}{T_B} \rightarrow \min. \quad (17)$$

$$\text{sub.to } N_{\text{MAG}} = 1 \quad (18)$$

ここで T_{ave} , T_{rp} は平均トルクとトルクリプルであり、1 度刻みで 30 度まで回転子を回転させて求める。また、 W は重み係数である。さらに T_A , T_B は規格化定数であり、それぞれ上述した設定における D モデルの平均トルクとトルクリプルの値である。また N_{MAG} は磁性コアが全て連結

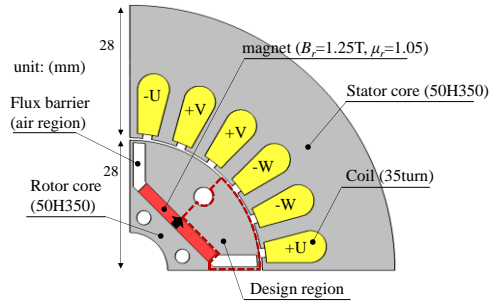


Fig. 10. IEEJ D model.

していれば 1 となり、浮いた磁性体領域が 1 つ増えるに従って値が 1 ずつ増加する。すなわち式(18)は回転子として成り立つ、磁性コアが全て連結した構造を獲得するための制約である。ただし N_{MAG} を ϕ で微分できるように定義することが困難であるため、レベルセット法では制約を考慮しない。

なお、 T_{rp} には以下の定義が考えられる。

$$T_{rp} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{ave}} \quad (19)$$

$$T_{rp} = \sum_{i=1}^{30} (T_i - T_{ave})^2 \quad (20)$$

ここで T_i は角度 θ_i におけるトルクであり、 T_{max} 、 T_{min} はそれらの最大と最小値である。広く用いられている T_{rp} の定義は式(19)である。しかし T_{rp} の \mathbf{A} 微分を考えた場合、トルクが最大(最小)となる角度は ϕ に依存するため、単純にトルクが最大となった角度における T_i を微分しても、厳密な微分とはいえない。そこでレベルセット法では微分の扱いが容易な式(20)の定義を用い、NGnet 法では一般的な定義である式(19)を用いるとする。

この問題では T_{ave} と T_{rp} を求めるために 30 度分の解析を行い、各角度でのトルクを Maxwell 応力法で求める。角度 θ_i における T_i は、 θ_i での解 \mathbf{A}_i より求められるため、 T_{ave} と T_{rp} を微分する際は各角度での \mathbf{A}_i に応じて $\partial \mathbf{A}_i / \partial \phi$ が発生する。そのため本問題では拡張された目的関数をつぎのように導入する。

$$F'(\phi) = F(\phi) + \sum_{i=1}^{30} z_i^T (\mathbf{K}_i(\mathbf{A}_i) \mathbf{A}_i - \mathbf{b}_i) \quad (21)$$

そして $\partial \mathbf{A}_i / \partial \phi$ を消去するように z_i を求める。

3.2.2 IPM モータの最適化結果

レベルセット法において、 Δt 、 M 、 κ をそれぞれ 1s、1.0、 10^{-9} とし、シグモイド関数の係数 K を 10、 β を 10^{-3} として 500 ステップまで最適化計算を行った。

初期形状としてグレー透磁率を与え、 $W=0.4$ とした場合の最適化形状を Fig. 11 に示す。 β をシールド問題と比較して大きく設定したにも関わらず最適化形状に空気と磁性

材料の透磁率の中間値をとるグレー透磁率の部分が多く残っており、製造上実現の不可能な結果となっている。これはグレー透磁率を発生させることで F_1 を改善でき、式(5)のポテンシャル項を減少させるよりも効果的に目的汎関数を改善できるためと考えられる。

次に D モデルのコア形状にランダムに 30 個の気泡を加えた形状を初期形状とした。 $\beta=10^{-5}$ 、 $W=0.4$ とした場合の形状を Fig. 12 に示す。グレー透磁率はほとんど発生していないが、Fig. 11 に示した形状より評価値が劣っている。このことから、本問題ではグレー透磁率が目的関数の改善に効果的に働くため、初期形状によっては Fig. 11 のようにグレー透磁率を残した形状が得られたと考えられる。また、Fig. 12 の形状は D モデルのバリア形状から大きく変化していないことがわかる。これは本問題の目的関数 F_1 も多峰性関数であるためと思われる。そのため D モデルの近傍から最適化を開始した場合は、極小解の一つである可能性が高い D モデルの形状に近くなり、トポロジーが大きく変化しなかった可能性がある。

同様の最適化を NGnet 法により行う。Fig. 13 に IPM モータ問題で用いる 58 個のガウス基底の配置を示す。これらの共分散行列は全て $\Sigma = \text{diag}(0.0015, 0.0015)$ とした。NGnet 法では多目的最適化用のアルゴリズムを用いることにより、 W を様々に変化させた際の解、すなわち T_{ave} と T_{rp} に対するパレート解集合を容易に求めることができる。そこで修正免疫アルゴリズム⁽¹⁾を採用して多目的最適化を行った。初期個体数を 800、子個体生成数を 80 とし、80 世代まで最適化計算を行った。また、20 世代ごとに、その時点で得られているパレート解をランダムに 12 個選んで Greedy 法による局所探索を行った。この設定の下で 12 コア CPU により最適化を行った場合、実効評価回数は約 1040 回である。そのため、本問題ではレベルセット法の計算負荷の方が少ない設定である。

NGnet 法により得られたパレート解と、レベルセット法で W を 0 から 1 まで 0.2 刻みで変化させて得た 6 つの解と

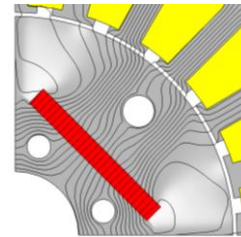


Fig. 11. Resultant shape from gray (2.20Nm, 5.8%).

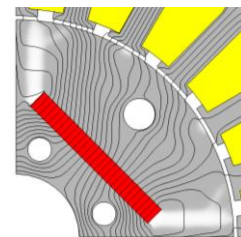


Fig. 12. Resultant shape from Dmodel (2.19Nm, 9.6%).

の比較を Fig. 14 に示す。なお Fig. 14 における T_p は全て定義(20)による評価である。この結果より、レベルセット法でグレー透磁率が得られた場合が最もトルク特性がよいことがわかる。ただし前述の通り、この結果から有意な設計情報を抽出することは困難である。D モデルのバリア形状から始めた場合では Fig. 12 のようにグレー透磁率が少なく、NGnet 法で得た結果よりも優れた解が得られている。NGnet 法では制約(18)を考慮し、レベルセット法では考慮していないため、対等な比較ではないものの、単純に比較すると、レベルセット法の解の評価値は、NGnet 法よりも良好であった。Fig. 15 に、NGnet 法により得られた解の 1 つを示す(Fig. 14 でマークした形状)。全ての磁性コアが連結し、制約(18)を満足した形状である。

3.3 考察

本稿で設定した問題において、シールド問題ではレベルセット法で得られた解の性能は NGnet 法のそれらを下回る結果となり、IPM モータ問題では、問題設定が対等ではないもののレベルセット法の方がよい評価値を得た。

このような結果となった理由として、目的関数の多峰性が原因の一つと考えられる。多峰性関数の最適化の場合、勾配法に基づいた手法では最適化結果が初期解に依存し、局所解に陥る場合がある。そのため、今回設定した初期形状では局所解に陥ってしまった可能性が高い。また最適化にあたり事前に設定するパラメータとして、レベルセット法には、 Δt を固定とすれば M , κ , β の 3 つと、レベルセット関数を滑らかにつなぐ関数を設定するパラメータが存在する(本研究ではシグモイド関数の K に相当する)。同様に NGnet 法にも、ガウス関数の配置や個体数などのパラメータが必要となる。著者らが提案した NGnet 法では適当な値が経験的に設定されているが、レベルセット法の設定は適当ではない可能性がある。パラメータの値による最適化結果の詳細な検討は今後の課題のひとつといえる。

4. 結言

本稿では静磁場における最適化問題として磁気シールド問題と IPM モータ問題を設定し、レベルセット法と NGnet 法による最適化を行った。両手法の長所短所および得られた解の評価値を比較した。

参考文献

- (1) M. P. Bendsoe, N. Kikuchi, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 71, no. 2, pp. 197-224, 1988.
- (2) 富永悠介, 岡本吉史, 里周二, "多段階遺伝的アルゴリズムによる磁気シールドモデルの形態最適化計算," 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-11-49, RM-11-49, pp. 17-22, 2011.
- (3) Y. Okamoto, Y. Tominaga, S. Wakao, S. Sato, "Topology

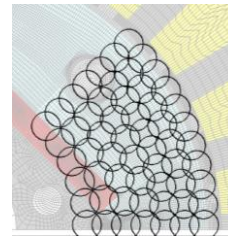


Fig. 13. Deployed Gaussians for IPM motor problem.

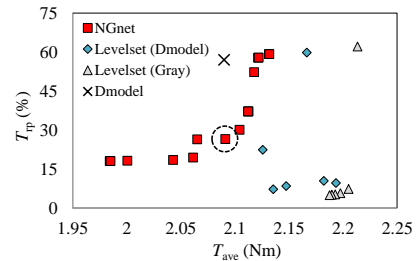


Fig. 14. Pareto solutions obtained by NGnet and levelset methods, where constraint (18) is considered in NGnet-method, but not in levelset method.

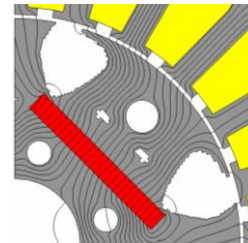


Fig. 15. Resultant rotor shape obtained by NGnet method (2.09Nm, 26.6%).

- Optimization of Rotor Core Combined With Identification of Current Phase Angle in IPM Motor Using Multistep Genetic Algorithm," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, 2014, 7017904.
- (4) 佐藤孝洋, 他, "トポロジー最適化による埋込磁石同期モータの回転子形状最適化," 電気学会論文誌(投稿中).
- (5) T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "Multimaterial Topology Optimization of Electric Machines Based on Normalized Gaussian Network," *IEEE Trans. Magn.*, 2015 (to be published).
- (6) 山田崇恭, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 竹澤晃弘, "レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化," *日本機械学会論文集(A編)*, vol. 75, no. 753, pp. 550-558, 2009.
- (7) M. Otomori, *et al.*, "Level Set-Based Topology Optimization for the Design of a Ferromagnetic Waveguide," *IEEE Trans. Magn.*, vol 48, no. 11, pp. 3072-3075, 2012..
- (8) P. Putek, P. Paplicki, R. Palka, "Low Cogging Torque Design of Permanent Magnet Machine Using Modified Multi-Level Set Method With Total Variation Regularization," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, 2014, 7016204.
- (9) J. Kitao, *et al.*, "Magnetic Field Analysis of Ring Core Taking Account of Hysteretic Property Using Play Model," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 11, pp. 3375-3378, 2012.
- (10) IEEJ Investigating R&D committee, "IEEJ Technical Report," *Inst. Electr. Eng. Japan, Tech. Rep. No. 776*, 2000. (in Japanese)
- (11) T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, "A Modified Immune Algorithm with Spatial Filtering for Multiobjective Topology Optimization of Electromagnetic device," *COMPEL*, vol. 33, no. 3, pp.821-833, 2014.