

# 均質化法による CFRP 積層はりの減衰振動特性評価

## EVALUATION OF VIBRATION DAMPING FOR CFRP LAMINATED BEAM USING HOMOGENIZATION METHOD

荒井 政大<sup>1)</sup>, 板垣 大輔<sup>2)</sup>, 西村 正臣<sup>3)</sup>, 島村 佳伸<sup>4)</sup>, 小林 和幸<sup>5)</sup>

Masahiro ARAI, Daisuke ITAGAKI, Masaomi NISHIMURA, Yoshinobu SHIMAMURA, Kazuyuki KOBAYASHI

1) 名古屋大学工学研究科航空宇宙工学専攻 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: arai@nuae.nagoya-u.ac.jp)

2) 信州大学大学院理工学系研究科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1 (現, トヨタ自動車 (株)))

3) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: nishimu@shinshu-u.ac.jp)

4) 静岡大学工学部機械工学科 (〒 432-8561 静岡県浜松市中区城北 3-5-1, E-mail: tysimam@ipc.shizuoka.ac.jp)

5) 静岡大学大学院創造科学技術大学院 (〒 432-8561 静岡県浜松市中区城北 3-5-1)

In the present paper, a steady state vibration of CFRP laminated beam were evaluated using finite element method. The viscoelastic constitutive equation of the CFRP laminate can be estimated by homogenization method with the anisotropic elastic moduli of the carbon fiber and viscoelastic property of the matrix resin. The viscoelastic property of the matrix resin were evaluated by dynamic modulus analyses (DMA) experimentally. The master curve of the viscoelastic property of the resin can be obtained by time-temperature superposition principle. Using viscoelastic-anisotropic moduli of the CFRP laminate derived by homogenization analyses, natural frequencies and mode damping ratio of the beam can be estimated by finite element analyses of steady state vibration. The relation between damping ratio, volume fraction and orientation of the fiber were investigated. Furthermore, the variation of the damping ratio against vibration mode were compared and discussed in detail.

**Key Words:** CFRP Laminate, Finite Element Method, Viscoelasticity, Homogenization Method, Natural Frequency, Damping Factor

### 1. 緒言

繊維強化プラスチック, 特に剛性や強度に優れた炭素繊維強化プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Plastic: CFRP) は, スポーツ用具や航空宇宙構造物, 自動車などの輸送機器のみならず, 近年では天然の木材資源の減少に伴って楽器等の代替材料としても注目を集めるようになった<sup>(1)</sup>. CFRP は, マトリクス樹脂の特性に起因して粘弾性的性質を示すことが知られている. すなわち, 変形挙動が時間依存性を示し, クリーブ変形<sup>(2)</sup>や応力緩和<sup>(3)</sup>, 振動減衰<sup>(4)</sup>などが生じる. しかしながら, 異方性体は弾性定数の数が非常に多いため, 実験的にその粘弾性的性質のすべてを明らかにすることが極めて困難である. そこで, マトリクス樹脂の粘弾性特性を把握したうえで, CFRP 積層板の異方性粘弾性特性ないしは異方性粘塑性特性の同定が既に試みられている<sup>(5)</sup>. CFRP の強化繊維として用いられる炭素繊維は, 一般にほぼ弾性体とみなせるため, マトリクス樹脂の粘弾性パラメータと強化繊維の弾性定数が得られていれば, 均質化法等<sup>(6, 7)</sup>を用いる

ことによって両者による複合構造の構成方程式を得ることが可能となる.

CFRP の異方性構成式の評価が可能となればクリープ変形や応力緩和などの準静的な変形だけでなく可聴帯域から超音波領域に至る構造物の振動特性, 特に振動特性における減衰特性の把握が可能となることが期待される. 一般に複合材料はさまざまな繊維と樹脂の組み合わせ, さらには繊維含有率や繊維配向を最適化されたうえで用いられるため, 多くの手数を要する実験ではなく数値計算によりその異方性粘弾性構成式を高い精度で求めることが期待されている.

本研究では CFRP 製積層はりの減衰振動特性に着目して, CFRP の粘弾性特性との関係について詳細に考察した. 均質化法を用いて CFRP 積層板の異方性粘弾性特性を求め, さらに CFRP 積層はりの 3 次元定常振動解析解析を実施して, その固有振動数やモード減衰に着目して結果の整理を行った. 繊維含有率や繊維配向, 振動モードとモード減衰比との関係について詳細に考察し, 異方性粘弾性体の定常振動問題に対する提案手法の有効性について検証した.

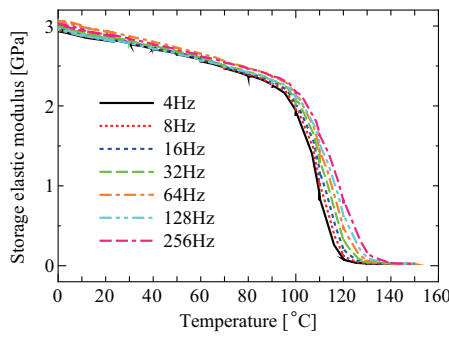


Fig. 1 Storage elastic modulus v.s. temperature.

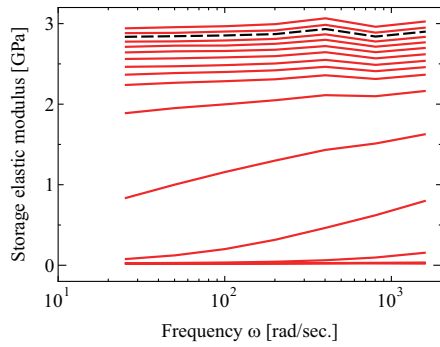


Fig. 2 Storage elastic modulus v.s. frequency.

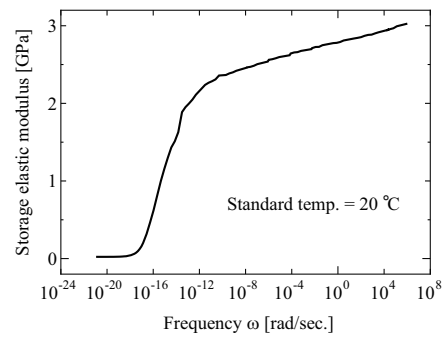


Fig. 3 Master curve of storage elastic modulus.

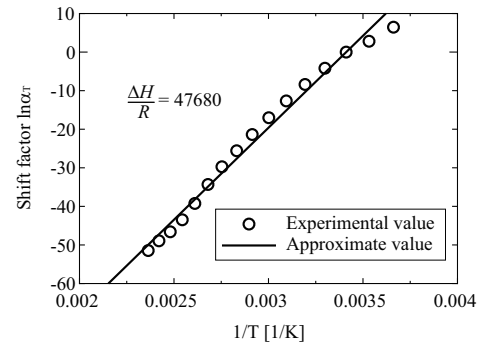


Fig. 4 Shift factor  $\ln \alpha_T$  v.s.  $1/T$ .

## 2. 動的粘弾性試験

均質化法を用いて CFRP 積層板の粘弾性構成方程式を評価するためには、マトリクス樹脂および炭素繊維それぞれの応力-ひずみ関係を事前に得ておく必要がある。ここでは、動的粘弾性試験装置 (DMA+150, 01dB-Matravib) を用いてマトリクス樹脂の粘弾性特性を測定した結果について示す。

マトリクス樹脂は主剤と硬化剤からなる熱硬化性エポキシ樹脂であり、ナガセケムテックス (株) 製の DENATOOL (XNR 6809:主剤, XNH6809:硬化剤) を用いた。主剤と硬化剤を 100:95 の割合で混合し、真空脱泡を行った後、80°C で 4 時間 (1 次硬化)、120°C で 2 時間 (2 次硬化) の熱処理を行ってバルク材を得た。バルク材をダイヤモンドカッターで切断することにより、10mm × 50mm × 2mm の帯板状試験片を作成し、粘弾性試験の供試体とした。

動的粘弾性試験では、4, 8, 16, 32, 64, 128, 256Hz の 7 種類の周波数に対し、それぞれ 0 から 150°C の温度範囲を対象として貯蔵弾性率と損失弾性率を求めた。なお、供試材のヤング率 (瞬間弾性率) は 3.59GPa、ポアソン比は 0.36、ガラス転移温度は 115°C である。

Fig.1 に、貯蔵弾性率と温度の関係を示す。グラフの各曲線は周波数ごとの測定結果を示している。横軸を角周波数として Fig.1 の結果を整理しなおしたものが Fig.2 である。Fig.2 におけるそれぞれの曲線は温度ごとの測定結果に対応している。

今回測定されたエポキシ樹脂が線形熱粘弾性体としての応力ひずみ関係を満足する場合には、Fig.2 の結果に対して時間温度換算則の適用が可能となる。すなわち、Fig.2 における各温度の曲線を周波数軸上に平行移動し、一本の直線にまとめれば、それが粘弾性特性を代表するマスターカーブとな

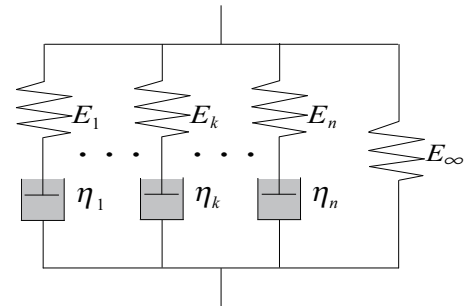


Fig. 5 Maxwell model.

り、粘弾性特性の温度依存性は対数周波数軸 (対数時間軸) 上における平行移動量から計算されるシフトファクターにより表される。Fig.3 は、20°C の曲線を固定し、それ以外の各温度の曲線を平行移動させることにより得られたマスターカーブを示している。すなわち、固定された曲線の温度 (20°C) がこのマスターカーブの基準温度である。基準温度の曲線に対して、各温度における曲線を平行移動させた際の移動量を絶対温度の逆数 ( $1/T$ ) に対してプロットしたのが Fig.4 であり、グラフの縦軸はシフトファクターを表している。Fig.4 に示されているように、シフトファクターの対数は絶対温度の逆数に対してほぼ直線状に並んでいる。すなわち、次式のようにシフトファクターが熱活性化過程としてアレニウス型の式で表されるとを意味している<sup>(9)</sup>。

$$\ln \alpha_{T_0}(T) = \frac{\Delta H}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \quad (1)$$

ここで、 $T$  は絶対温度、 $T_0$  は基準温度、 $\Delta H$  は活性化エネルギー、 $R$  は気体定数、 $\alpha_{T_0}(T)$  は基準温度  $T_0$  に対する温度  $T$  のシフトファクターを表す。

Table 1 Coefficient of Maxwell.

$E_1$ [GPa]	0.535	$\lambda_1$ [sec.]	4.6E+16
$E_2$ [GPa]	0.535	$\lambda_2$ [sec.]	4.2E+15
$E_3$ [GPa]	0.428	$\lambda_3$ [sec.]	5.8E+14
$E_4$ [GPa]	0.428	$\lambda_4$ [sec.]	3.8E+13
$E_5$ [GPa]	0.143	$\lambda_5$ [sec.]	1.6E+13
$E_6$ [GPa]	0.143	$\lambda_6$ [sec.]	8.8E+11
$E_7$ [GPa]	0.089	$\lambda_7$ [sec.]	9.6E+10
$E_8$ [GPa]	0.071	$\lambda_8$ [sec.]	6.3E+9
$E_9$ [GPa]	0.071	$\lambda_9$ [sec.]	2.6E+8
$E_{10}$ [GPa]	0.053	$\lambda_{10}$ [sec.]	1.1E+7
$E_{11}$ [GPa]	0.053	$\lambda_{11}$ [sec.]	1.0E+6
$E_{12}$ [GPa]	0.053	$\lambda_{12}$ [sec.]	5.0E+4
$E_{13}$ [GPa]	0.053	$\lambda_{13}$ [sec.]	3.6E+3
$E_{14}$ [GPa]	0.053	$\lambda_{14}$ [sec.]	1.5E+2
$E_{15}$ [GPa]	0.036	$\lambda_{15}$ [sec.]	1.5E+1
$E_{16}$ [GPa]	0.036	$\lambda_{16}$ [sec.]	1.0E+0
$E_{17}$ [GPa]	0.036	$\lambda_{17}$ [sec.]	1.0E-1
$E_{18}$ [GPa]	0.036	$\lambda_{18}$ [sec.]	8.0E-3
$E_{19}$ [GPa]	0.036	$\lambda_{19}$ [sec.]	1.0E-3
$E_{20}$ [GPa]	0.036	$\lambda_{20}$ [sec.]	1.0E-4
$E_{21}$ [GPa]	0.036	$\lambda_{21}$ [sec.]	1.3E-5
$E_{22}$ [GPa]	0.606	$\lambda_{22}$ [sec.]	1.0E-8
$E_0$ [GPa]	3.59	$E_\infty$ [MPa]	25.3

なお、本来は Fig.4 で得られたシフトファクターを用いて種々の温度下における材料の変形挙動を解析するのであるが、本論文で実施される解析はすべて基準温度の 20°C で実施されるため、数値解析において Fig.4 のシフトファクターを用いているわけではないが、直線的な外挿線が得られていることから、時間温度換算則により得られたマスターカーブの妥当性を確認することができる。

### 3. Maxwell モデルによる緩和弾性係数の近似

動的粘弾性試験により測定された結果を数値解析に用いるため、先に得られた室温でのマスターカーブ (Fig.3) を Maxwell モデルにより近似する。Maxwell モデルは粘弾性体の応力緩和挙動の表現に適した力学モデルの一つである。Fig.5 に示されるように、バネ (弾性要素) とダッシュポット (減衰要素) を直列に接続したものを 1 つのユニットとし、それらを複数個並列に接続したものを一般化 Maxwell モデルと呼ぶ。なお、本論文ではさらに並列に弾性要素  $E_\infty$  を接続したモデルを用いて近似を行った。

Fig.5 に示される Maxwell モデルの貯蔵弾性率および損失弾性率は以下の式で表される (8)。

$$E'(\omega) = \sum_{k=1}^n E_k \frac{\omega^2 \lambda_k^2}{1 + \omega^2 \lambda_k^2} + E_\infty \quad (2)$$

$$E''(\omega) = \sum_{k=1}^n i E_k \frac{\omega \lambda_k^2}{1 + \omega^2 \lambda_k^2} \quad (3)$$

ここで、 $\lambda_k = \eta_k / E_k$  である。なお、減衰特性を表す指標の一つである損失正接  $\tan \delta$  は以下の式で表される。

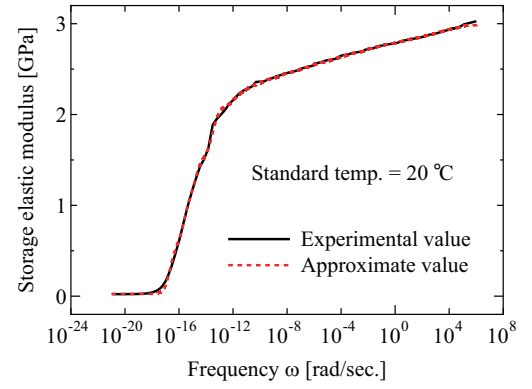


Fig. 6 Master curve approximated by Maxwell model.

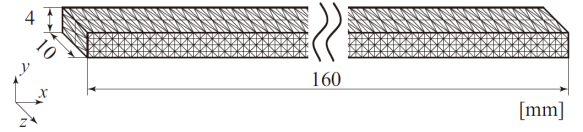


Fig. 7 3 dimensional FEM model for CFRP beam.

$$\tan \delta = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} \quad (4)$$

本論文では、特に高周波領域において精度の高い近似を行うべく、22 要素 ( $n=22$ ) の一般化 Maxwell モデルを用いて Fig.3 に示される室温におけるマスターカーブの近似を行った。式 (2) において、弾性係数  $E_k$  の値をある程度経験的に与え、緩和時間  $\lambda_k$  を未知量として実験データとの二乗誤差を最小化するように探索計算を行った。なお、弾性係数  $E_k$  と  $E_\infty$  との和は瞬間弾性率 (室温でのヤング率) に一致するので、その範囲で  $E_k$  を与えている。

繰り返し計算により同定された 22 組の弾性要素と減衰要素のパラメータ、瞬間弾性率  $E_0$ 、無限時間での弾性係数  $E_\infty$  を Table 1 に示す。Maxwell モデルにより近似される貯蔵弾性率と実験により求められた貯蔵弾性率を比較したものが Fig.6 であり、22 要素の Maxwell モデルにより十分な精度で室温の貯蔵弾性率が近似できていることが確かめられる。以上のように得られた弾性パラメータおよび減衰パラメータを用いて損失弾性率  $E''(\omega)$  および複素弾性率  $E(\omega) = E'(\omega) + E''(\omega)$  を求め、以下の均質化法による CFRP の粘弾性係数の計算および CFRP 積層はりの振動解析に用いることとした。

## 4. CFRP 積層板の周波数応答解析

### 4.1. 解析モデルと解析条件

以下、エポキシ樹脂および CFRP 積層はりの周波数応答解析の結果について示す。解析モデルは Fig.7 に示すような幅 10mm、高さ 4mm、長さ 160mm のはりで、長手方向に 160 分割、幅方向 2 分割、厚さ方向 4 分割とし、4 面体の定ひずみ要素を用いて合計 6400 要素で分割した。総節点数は 2415 である。片持はりの振動を解析することを想定したうえで、解析モデルの右端面の変位を全方向に対して拘束し、左端面に対して  $y$  軸方向に単位振幅の調和外力を表面力として与えることによって振動のスペクトルを求めた。解析周波数は

Table 2 Natural frequencies of CFRP and Epoxy beams.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
Epoxy [Hz]	42.0	264	737	1436	2357
CFRP 90°, 30vol% [Hz]	50.5	317	885	1724	2825
CFRP 90°, 60vol% [Hz]	63.4	397	1108	2158	3536
CFRP 0°, 30vol% [Hz]	181.5	1103	2955	5464	8459
CFRP 0°, 60vol% [Hz]	241.5	1469	3935	7279	11274

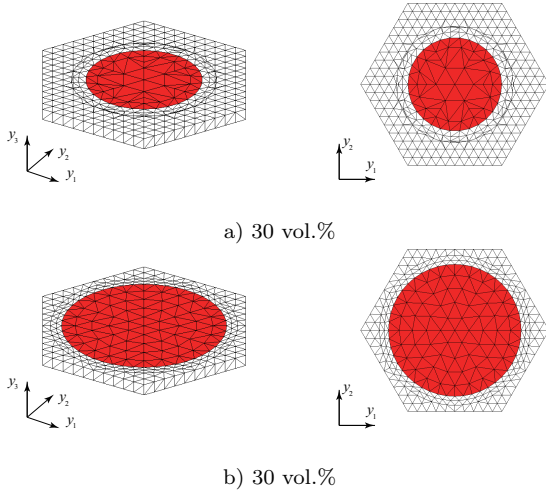


Fig. 8 Unit cell model for homogenization analyses.

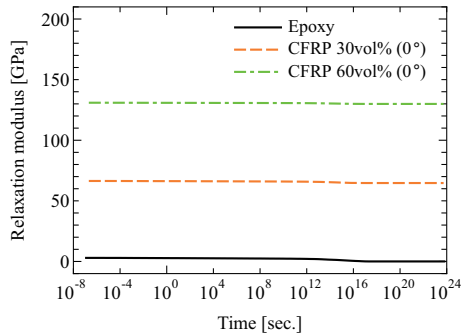


Fig. 9 Relaxation modulus  $E_L$  of CFRP laminate obtained by homogenization analyses.

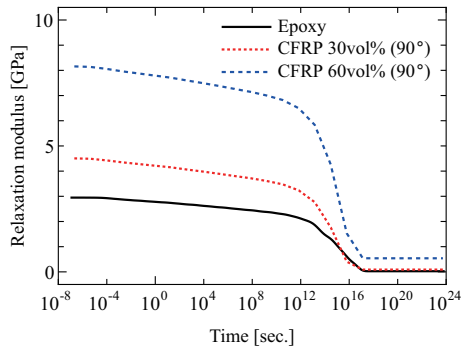


Fig. 10 Relaxation modulus  $E_T$  of CFRP laminate obtained by homogenization analyses.

10Hz~10kHz とし、周波数軸の分割数は 2000 とした。

解析に用いるエポキシ樹脂の粘弾性係数は、複素弾性率の式 (2)-(4) に Table 1 のように得られたパラメータを与える

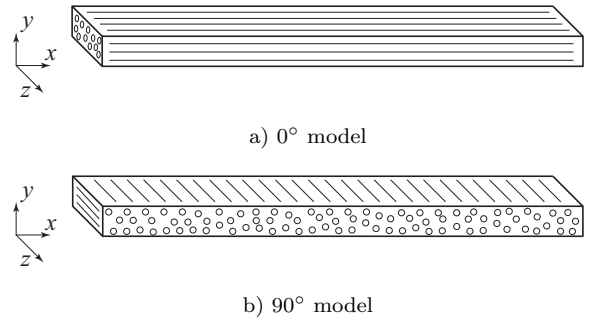


Fig. 11 0° and 90° model of CFRP beam.

ことにより求められる。また、一方向 CFRP の粘弾性係数の算出には、均質化法を用いて周波数領域における異方性弾性係数を算出することにより求めた。なお、均質化法による解析には Fig.8 に示されるような六角柱型のユニットセルモデルを用いた。均質化法により、異方性の粘弾性係数(複素弾性率)が周波数の関数として求められる。解析に用いたカーボンファイバーの弾性係数は  $E_L=217.34\text{GPa}$ ,  $E_T=26.0\text{GPa}$ ,  $G_{LT}=26.4\text{GPa}$ ,  $\nu_{LT}=0.337$ ,  $\nu_{TT}=0.53$  とした。なお、これらの添字における  $L$  は繊維の長手方向を表し、 $T$  は繊維に直交する方向を表している。これらの表記法は通常の CFRP における弾性定数の表記法に従った。

均質化法により求められた一方向 CFRP 積層板の繊維方向の緩和弾性係数  $E_L(t)$  および繊維直交方向の緩和弾性係数  $E_T(t)$  を Fig.9, Fig.10 にそれぞれ示す。繊維方向に対しては炭素繊維の弾性係数が支配的なため、それほど大きな緩和挙動は観察されないが、繊維直交方向に関しては時間の経過とともに弾性係数が大きく低下する緩和挙動が観察される。

CFRP 積層板の振動解析については、Fig.11 に示すような、はりの繊維配向をはりの長手方向に一致させた 0° モデルと、繊維をはりの幅方向に配向させた 90° モデルの 2 種類を用いた。また CFRP 積層はりにおける繊維含有率は 30vol% と 60vol% とした。エポキシのみのはりとして併せて、計 5 種類のはりについて周波数応答解析を行った。

#### 4.2. 周波数応答の解析結果

90° モデルにおける CFRP 積層はりの先端における  $y$  軸方向変位の周波数応答の解析結果を Fig.12 示す。グラフには参考としてエポキシ樹脂はりの解析結果も併せて示した。また、0° モデルにおける同様の結果を Fig.13 に示す。グラフより、解析範囲の 10kHz までの周波数領域においては、概

Table 3 Mode damping ratio of CFRP and Epoxy beams.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
Epoxy	$4.62 \times 10^{-3}$	$4.75 \times 10^{-3}$	$4.70 \times 10^{-3}$	$4.40 \times 10^{-3}$	$3.90 \times 10^{-3}$
CFRP (30vol%, 90°)	$3.63 \times 10^{-3}$	$3.54 \times 10^{-3}$	$3.56 \times 10^{-3}$	$3.23 \times 10^{-3}$	$2.86 \times 10^{-3}$
CFRP (60vol%, 90°)	$2.66 \times 10^{-3}$	$2.44 \times 10^{-3}$	$2.43 \times 10^{-3}$	$2.11 \times 10^{-3}$	$1.92 \times 10^{-3}$
CFRP (30vol%, 0°)	$1.05 \times 10^{-4}$	$5.06 \times 10^{-4}$	$6.47 \times 10^{-4}$	$9.71 \times 10^{-4}$	$1.34 \times 10^{-3}$
CFRP (60vol%, 0°)	$1.48 \times 10^{-4}$	$3.53 \times 10^{-4}$	$5.12 \times 10^{-4}$	$8.48 \times 10^{-4}$	$1.16 \times 10^{-3}$

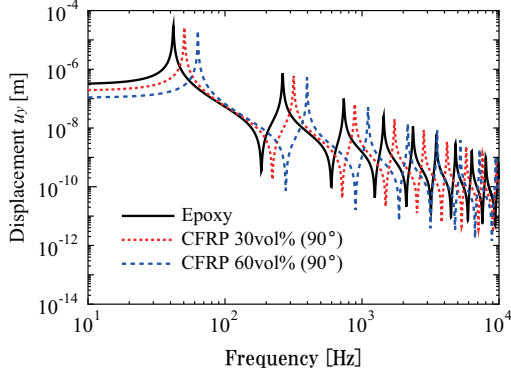


Fig. 12 Frequency response of CFRP 90° beam.

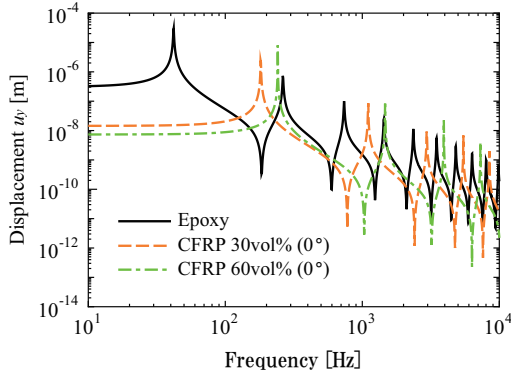


Fig. 13 Frequency response of CFRP 0° beam.

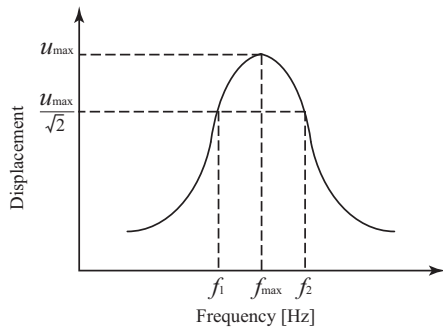


Fig. 14 Diagrammatic illustration of half width method.

ね9次程度までの共振周波数が存在することがわかる。これらの結果から得られた5次までの共振周波数の値をTable 2にまとめた。

Fig.12, Fig.13の結果より、繊維含有率の増加に伴い共振周波数のピークが高周波側へとシフトしていることが確認できる。これは剛性の増加に対応しているものである。同様に、90°モデルに比べ剛性の高い0°モデルでは共振周波数が大きく高周波側へとシフトしていることがわかる。

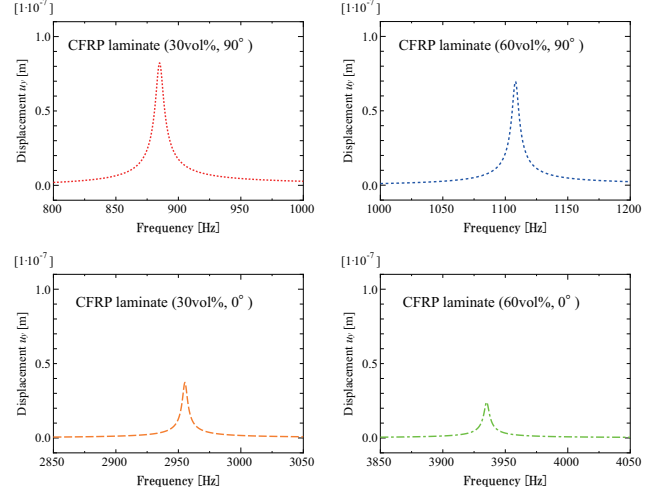


Fig. 15 Frequency response of mode 3.

本来、剛性の増加とともに、振動に対する減衰の割合は減少する。その影響により、Fig.12, Fig.13のスペクトルにも変化が生じるはずである。つまり、減衰の効果が高くなれば、共振ピークはより低くなり、ブロードなものとなるはずである。しかしながらFig.12, Fig.13の結果から減衰の定量的な影響を見積もることは難しいため、次節では各共振周波数の近傍をより細かく解析した上で減衰の影響について考察を行う。

#### 4.3. 共振周波数とモード減衰

共振モードにおける減衰性について議論するために、ここでは半値幅法<sup>(10)</sup>によるモード減衰比の算出を行う。半値幅法とは、Fig.14に示されるように、ある共振モードにおける振幅ピークの広がり具合から減衰比を求める手法である。半値幅法におけるモード減衰比は以下の式で定義される。

$$\eta = \frac{f_2 - f_1}{2f_{\max}} \quad (5)$$

ここで、 $\eta$ はモード減衰比、 $f_{\max}$ は対象とする共振モードにおける極大値の周波数、 $f_1, f_2$ は最大変位の $1/\sqrt{2}$ の変位を示す周波数をそれぞれ表す(Fig.14参照のこと)。

前節で得られた共振周波数の近傍において、さらに周波数増分を細かくし、 $\Delta\omega = 0.1\text{Hz}$ として各共振周波数近傍のピーク形状を求めた。一例として、3次の共振周波数付近における周波数応答関数をFig.15に示す。

Fig.16に1次から5次までの振動モードにおけるモード減衰比をまとめて示す。90°モデルでは、繊維体積含有率の増加に伴い減衰比は小さくなる。これは、エポキシ樹脂の結

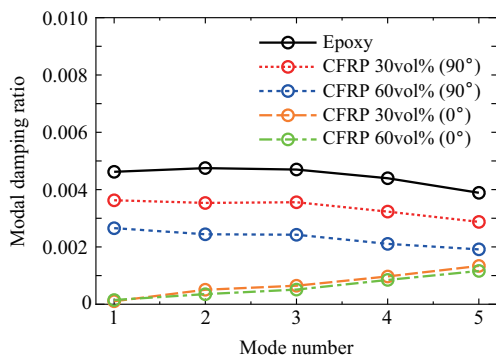


Fig. 16 Modal damping ratio of CFRP laminate.

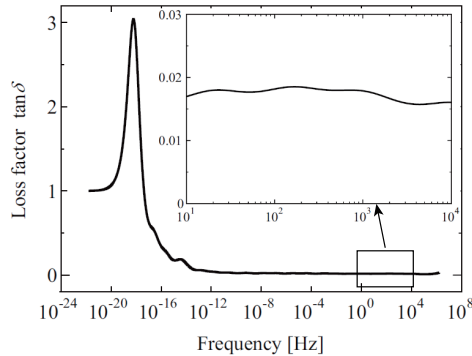


Fig. 17 Loss factor of epoxy resin.

果と併せて比較することによってより明確に確認できる。他方、 $0^\circ$ モデルにおいては、繊維体積含有率の影響は僅かであり、かつ減衰比そのものが極めて小さい値となっており、振動特性において炭素繊維の弾性率が極めて支配的となることがわかる。

次に、振動モードによる減衰への影響について検証する。Fig.16より、エポキシ樹脂は振動モードが高次になるに伴い、モード減衰比が低下していることがわかる。この原因について調査するため、エポキシ樹脂の損失正接  $\tan \delta$  に着目した。Fig.17に損失正接と周波数の関係を示す。なお、グラフ中、10Hzから10kHzの範囲を拡大して表示した。10Hzから10kHzにかけて、損失正接は若干振動しながら減少する傾向を示している。ちなみにこの振動はMaxwellモデルの離散化誤差に起因するものであり、本質的には周波数の増加に対して単調に減少すると考えられる。

すなわち、エポキシ樹脂はりの場合、当然ながら周波数の増加に伴い損失正接が低下し、結果としてモード減衰比も低下する。つまり、Fig.16のグラフは右下がりとなることが期待される。 $90^\circ$ モデルのCFRP積層はりでは、曲げ振動に対して $90^\circ$ 方向の弾性係数が支配的であり、それはさらにエポキシ樹脂の粘弾性特性に強く依存する結果となる。よって、 $90^\circ$ モデルのCFRP積層はりの結果において、高次の振動モードになるほどモード減衰比が低下する結果となっていることは、エポキシ樹脂の損失正接と周波数の関係から考えれば妥当な結果であるといえる。

対して、 $0^\circ$ モデルにおいては、はりの $0^\circ$ 方向の弾性係数の値に対して炭素繊維の弾性係数が極めて支配的であるた

め、 $90^\circ$ モデルとは異なり、高次の周波数ほどモード減衰比が大きくなるという、先の場合と逆の結果を示していることがわかる。この結果は、マトリクス樹脂の減衰特性が高周波側で減少するという特性と相反するものであり、いまのところ明確な原因は把握できていない。

## 5. 結論

本研究ではCFRP製積層はりの減衰振動特性に着目して種々の考察を行った。エポキシ樹脂の粘弾性特性を実験的に同定し、その結果を用いてCFRPの異方性粘弾性特性を均質化法により評価した。また、有限要素法による3次元定常振動解析を行ってCFRP積層はりの周波数応答関数を求め、その振動特性の評価を行った。

CFRP積層はりの固有振動数は炭素繊維の含有率に依存するとともに、繊維配向にも大きく影響を受けることを確認した。繊維含有率が増加すれば、各モードの固有振動数は増加する。それに対してモード減衰比は低下する。

エポキシ樹脂の損失正接は、本解析周波数の範囲(10~10kHz)において減少する。そのことに起因して、 $90^\circ$ 配向型のCFRP積層板では高次の振動モードほどモード減衰比が小さくなる傾向が確かめられた。他方、 $0^\circ$ 配向型のCFRP積層板では逆に高次の振動モードほど、減衰比が大きくなる傾向がみられた。

## 参考文献

- (1) 均質化法による複合材料のモード法減衰振動解析: 小林和幸, 小山孝生, 杉村亜寿美, 荒井政大, 島村佳伸, 日本複合材料学会誌, 2014, (印刷中).
- (2) Ko-hei Kaku, Masahiro Arai, Takahiro Fukuoka and Tetsuya Matsuda: Evaluation of thermo-viscoelastic property of CFRP laminate based on a homogenization theory, *Acta Mechanica*, Vol.214, 2010, pp.111-121.
- (3) Masahiro Arai, Takeshi Sumida and Masayoshi Shimizu: Effect of Residual Stress on Interlaminar Fracture Toughness of CFRP Laminates, *Journal of Thermal Stress*, Vol.30, 2007, pp.1099-1116.
- (4) 小石正隆, 白鳥正樹, 三好敏郎, 加部和幸: 複合材料中の動的粘弾性特性解析のための均質化法, 日本機械学会論文集(A) Vol.62, 602, 1996, pp.2270-2275.
- (5) 荒井政大, 諏訪貴昭, 長谷智行, 西村正臣, 松田哲也: 均質化法による一方向CFRP積層板の熱粘塑性特性の評価, 計算数理工学論文集, Vol.12, 2012, pp.25-30.
- (6) 寺田賢二郎, 菊池昇: 均質化法入門, 2003, 丸善.
- (7) Nobutada Ohno, Kazutaka Ikenoya, Dai Okumura, Tetsuya Matsuda: Homogenized elastic-viscoplastic behavior of anisotropic open-porous bodies with pore pressure, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.49, Issue 19-20, 2012 2799-2806.
- (8) I.M.Ward: *Mechanical Properties of Solid Polymers (Third Edition)*, Wiley Interscience, 2012, pp.79-107.
- (9) O.S.Narayanaswamy: A Model of Structural Relaxation in Glass, *Journal of the American Ceramic Society*, Vol.54, No.10, 1971, pp.491-498.
- (10) モード解析ハンドブック編集委員会編: モード解析ハンドブック, コロナ社, 2000.