

レベルセット法と境界要素法を用いた二次元電磁波動問題における トポロジー最適化について

A TOPOLOGY OPTIMISATION IN TWO-DIMENSIONAL ELECTROMAGNETICS WITH THE LEVEL SET METHOD AND THE BOUNDARY ELEMENT METHOD

阿部 史昌¹⁾, 飯盛 浩司²⁾, 高橋 徹³⁾, 松本 敏郎⁴⁾

Fumimasa ABE, Hiroshi ISAKARI, Toru TAKAHASHI and Toshirou MATSUMOTO

- 1) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: f_abe@nuem.nagoya-u.ac.jp)
2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: isakari@nuem.nagoya-u.ac.jp)
3) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: ttaka@nuem.nagoya-u.ac.jp)
4) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: t.matsumoto@nuem.nagoya-u.ac.jp)

The topology optimisation is considered as one of the most promising design methods because of its high design capability. So far, the topology optimisation has been researched mainly for problems in the field of material mechanics and structural mechanics. Our objective is to enhance further the applicability of the topology optimisation to design devices related to wave problems. The topology optimisation for wave problem is difficult to be dealt with a standard FEM-based optimisation method since it cannot deal with an open domain exactly. To resolve this issue, we here use the boundary element method (BEM) as a solver, which has the following advantages; (1) Open domains can be dealt with in an exact manner since the numerical solution with the BEM automatically satisfies the radiation condition. (2) Numerical cost for re-meshing is cheap. In this study, we focus on the two-dimensional electromagnetic problems. We propose a method to design material shape and topology of dielectric materials to maximise their electromagnetic performances. Through numerical examples, we have confirmed the efficiency of the proposed method.

Key Words: Level Set Based Topology Optimisation, BEM, Electromagnetic Wave

1. 緒言

近年、材料の外形状のみならず、材料内部のトポロジーまでの変更を許容した設計自由度の非常に高いトポロジー最適化が注目を集めている⁽¹⁾。トポロジー最適化における設計変数は固定設計領域内の材料分布を表す特性関数である。これを表現する手法として、密度法⁽²⁾、均質化設計法⁽¹⁾、レベルセット法⁽³⁾等が提案されている。これらの中でも、レベルセット法を用いたトポロジー最適化手法は、滑らかな材料分布を得ることができる点において優れていると言える⁽³⁾。レベルセット法に基づくトポロジー最適化は、これまでに構造問題⁽³⁾や熱問題⁽⁴⁾への適用が行われてきた。

しかしながら、開領域における波動問題のためのトポロジー最適化手法に関する研究は、ほとんど見受けられない。

その要因として次の事が考えられる。これまでに開発されたトポロジー最適化手法は、そのほとんどが解析に有限要素法を用いているため、波動問題を取り扱う場合には解析領域を大きく設定し、外側の境界を吸収境界とすることで開領域を近似する必要がある。したがって、問題の自由度が大きくなり、最適化のために繰り返し順解析を行うことが困難になる。さらには、有限要素法を用いる場合、最適化のプロセスにおいて、メッシュの再生成にかかるコストも大きい。一方で、解析に境界要素法を用いる場合、数値解が無遠慮での放射条件を自動的に満たすため、開領域における波動問題を自然に取り扱うことができる。また、境界要素法では、領域の境界のみを要素分割するだけで良いので、メッシュの再生成も容易である。

そこで本研究は境界要素法を用いた電磁波動問題に対するトポロジー最適化手法の開発を最終目標とする。電磁波動

問題に対する最適設計法が開発できれば、各種アンテナの設計、赤外線レンズの設計、電磁波を回収し有効利用するエナジーハーベスティングデバイス⁽⁵⁾の設計等への応用が期待できる。ここではその第一歩として、2次元開領域における電磁波動問題のためのトポロジー最適化手法を開発する。トポロジー最適化手法としては Yamada et al.⁽³⁾の提案するレベルセット法に基づくトポロジー最適化手法を利用する。

2. 定式化

2.1. 誘電体による二次元電磁波散乱問題とその境界要素法

Fig. 1のような領域 $D_1, D_2 \subset \mathbb{R}^2$ に平面波や点源波などの入射波が入射する場合を考える。なお、領域 D_1 は無限遠を含み、領域 D_2 は有界領域とする。また、 n は D_2 の外向き法線ベクトルを表す。

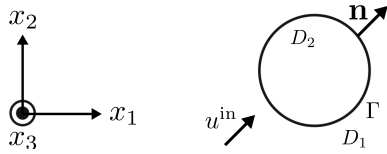


Fig. 1 Schematic illustration of the magnetic scattering problem for the scatterer D_2 in the unbounded space D_1 .

本研究では、磁場が x_3 成分 (Fig. 1 参照) のみを持つ。すなわち、磁場 H を次のように仮定する。

$$H = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{pmatrix} \quad (1)$$

また、本研究では透磁率 $\mu = 1$ を仮定する。このとき、領域 D_1, D_2 において u は、以下の Helmholtz 方程式を満たす。

$$\Delta u + k_i^2 u = 0 \quad \text{in } D_i \quad (2)$$

ここに、 $k_i = \omega\sqrt{\varepsilon_i}$ は波数、 ω は周波数、 ε_i は誘電率である。境界条件として次の2式を与える。

$$\lim_{\mathbf{x} \in D_1 \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} u(\mathbf{x}) = \lim_{\mathbf{x} \in D_2 \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} u(\mathbf{x}) \quad (3)$$

$$-\lim_{\mathbf{x} \in D_1 \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial n} \right) = \lim_{\mathbf{x} \in D_2 \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial n} \right) \quad (4)$$

式(3)、(4)は各々、磁場、電場の境界 Γ に対する接線成分が境界 Γ において連続であることを意味する。また入射波は、例えば次のように与えられる。

$$u^{\text{in}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} A_{\text{in}} e^{ik_1 P \cdot \mathbf{x}} & \text{平面波} \\ A_{\text{in}} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_1 |\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|) & \text{点源波} \end{cases} \quad (5)$$

ここに、 A_{in} は入射波の振幅、 P は入射波の伝播方向を表す単位ベクトル、 $H_0^{(1)}$ は0次の第一種 Hankel 関数、 \mathbf{x}_s は波源の位置を表す位置ベクトルである。さらに散乱場 $u - u^{\text{in}}$ が無限遠において放射条件を満たすとする。

本研究では、式(2)–(4)を境界要素法を用いて解く。領域 D_1 における解を積分表示すると、次のようになる。

$$u(\mathbf{x}) = u^{\text{in}}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma} \varepsilon_1 G^1(\mathbf{x} - \mathbf{y}) w(\mathbf{y}) ds_{\mathbf{y}} + \int_{\Gamma} \frac{\partial G^1}{\partial n_{\mathbf{y}}}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) u(\mathbf{y}) ds_{\mathbf{y}} \quad (6)$$

$$G^1(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_1 |\mathbf{x} - \mathbf{y}|) \quad (7)$$

$$w(\mathbf{y}) = \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{\partial u(\mathbf{y})}{\partial n} \quad (8)$$

以降、式(6)を次のように書く。

$$u(\mathbf{x}) = u^{\text{in}}(\mathbf{x}) - \varepsilon_1 S^1 w(\mathbf{x}) + D^1 u(\mathbf{x}) \quad (9)$$

ここに、 S^i, D^i は式(6)に現れる積分作用素である。また、領域 D_2 における解を同様に表すと、次式を得る。

$$u(\mathbf{x}) = \varepsilon_2 S^2 w(\mathbf{x}) - D^2 u(\mathbf{x}) \quad (10)$$

次に領域 D_1 における解、式(6)を法線方向に微分すると、次のようになる。

$$-\frac{1}{\varepsilon_1} \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial n_{\mathbf{x}}} = -\frac{1}{\varepsilon_1} \frac{\partial u^{\text{in}}(\mathbf{x})}{\partial n_{\mathbf{x}}} + \int_{\Gamma} \frac{\partial G^1(\mathbf{x} - \mathbf{y})}{\partial n_{\mathbf{x}}} w(\mathbf{y}) ds_{\mathbf{y}} - \int_{\Gamma} \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{\partial^2 G^1(\mathbf{x} - \mathbf{y})}{\partial n_{\mathbf{x}} \partial n_{\mathbf{y}}} u(\mathbf{y}) ds_{\mathbf{y}} \quad (11)$$

以降、式(11)を以下のように書く。

$$-w(\mathbf{x}) = -w^{\text{in}}(\mathbf{x}) + (D^{1T}) w(\mathbf{x}) - \frac{1}{\varepsilon_1} N^1 u(\mathbf{x}) \quad (12)$$

同様に式(10)を法線方向に微分すると次のようになる。

$$w(\mathbf{x}) = (D^{2T}) w(\mathbf{x}) - \frac{1}{\varepsilon_2} N^2 u(\mathbf{x}) \quad (13)$$

式(9)、(10)、(12)、(13)において \mathbf{x} を境界 Γ 上へ極限移行すると、 Γ が滑らかなとき、各々次の4式となる。

$$\frac{1}{2} u = u^{\text{in}} - \varepsilon_1 S^1 w + D^1 u \quad (14)$$

$$-\frac{1}{2} w = -w^{\text{in}} + (D^{1T}) w - \frac{1}{\varepsilon_1} N^1 u \quad (15)$$

$$\frac{1}{2} u = \varepsilon_2 S^2 w - D^2 u \quad (16)$$

$$\frac{1}{2} w = (D^{2T}) w - \frac{1}{\varepsilon_2} N^2 u \quad (17)$$

これらを用いて次式を得る。

$$\begin{pmatrix} u^{\text{in}} \\ w^{\text{in}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(D^1 + D^2) & (\varepsilon_1 S^1 + \varepsilon_2 S^2) \\ -\left(\frac{N^1}{\varepsilon_1} + \frac{N^2}{\varepsilon_2}\right) & (D^{1T} + D^{2T}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix} \quad (18)$$

式(18)は、PMCHWT formulation⁽⁶⁾と呼ばれ、もとの境界値問題、式(2)–(4)と同様に、解の一意性を持つ。本研究では、式(18)を一定要素選点法を用いて離散化する。離散化した式(18)を解くと境界における u, w を求める事ができ、これを式(9)、(10)に代入することで領域 D_1, D_2 における u を求める事ができる。また、領域 D_1, D_2 における u を x_i で微分することで後節の感度解析で使う ∇u を求める事がで

きる。また、式 (18) の右辺に現れる積分作用素の 2 乗はコンパクト作用素を法として恒等作用素の定数倍に等しい。したがって、これを離散化して得られる線形方程式の係数行列の条件数は 1 に近く、線形方程式の求解にかかる時間は少ない^{(7) (8)}。

2.2. レベルセット法について

レベルセット法⁽³⁾とは式 (19) で定義されるレベルセット関数 $\phi(x)$ を用いて領域や境界を表現する方法である。

$$\begin{cases} 0 < \phi(x) \leq 1 & x \in D_1 \\ \phi(x) = 0 & x \in \Gamma \\ -1 \leq \phi(x) < 0 & x \in D_2 \end{cases} \quad (19)$$

レベルセット法を用いることでトポロジー最適化はレベルセット関数の分布を求める問題となる。

3. 最適化問題の定式化

3.1. 最適化問題の定式化

次の最適化問題を考える。

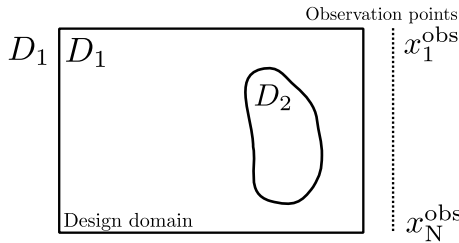


Fig. 2 Design domain and observation points.

$$\max_{D_1, D_2} J \quad (20)$$

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} |f(\mathbf{x}_i^{\text{obs}})|^2 \quad (21)$$

制約条件として、式 (22) を要求する。

$$W = \sum_{i=1}^2 \int_{D_i} \left(\frac{1}{\varepsilon_i} \nabla \tilde{u} \cdot \nabla u + \omega^2 \tilde{u} u \right) d\Omega = 0 \quad (22)$$

ここに、 J は目的関数、 f は観測点において定義される関数、 $\mathbf{x}_i^{\text{obs}}$ は観測点を表す位置ベクトルである (Fig. 2)。式 (22) は Helmholtz 方程式の弱形式である。上記の制約付き最適化問題、式 (20)–(22) を Lagrange の未定乗数法を用いて無制約問題に書き換えると次のようになる。

$$\max_{D_1, D_2} L \quad (23)$$

$$L = J + \text{Re}[W] \quad (24)$$

また、式 (22) の \tilde{u} は次の随伴問題の解である。

$$\Delta \tilde{u} + k_i^2 \tilde{u} = 0 \quad \text{in } D_i \quad (25)$$

$$\lim_{\mathbf{x} \in D_1 \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} \tilde{u}(\mathbf{x}) = \lim_{\mathbf{x} \in D_2 \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} \tilde{u}(\mathbf{x}) \quad (26)$$

$$-\lim_{\mathbf{x} \in D_1 \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} \frac{\partial \tilde{u}(\mathbf{x})}{\partial n} \right) = \lim_{\mathbf{x} \in D_2 \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} \frac{\partial \tilde{u}(\mathbf{x})}{\partial n} \right) \quad (27)$$

随伴問題の入射波 \tilde{u}^{in} は、観測点での順問題の解の複素共役を振幅とし、観測点を波源とする点源波の重ね合わせである。また、順問題と同様の放射条件を $\tilde{u} - \tilde{u}^{\text{in}}$ に課す。

本問題は、固定設計領域 (Fig. 2 の四角) 内に領域 D_2 を配置することにより、観測点 ($\mathbf{x}_i^{\text{obs}}$) で定義される目的関数を最大化する問題となる。

上記の最適化問題から、後に示す方法で、レベルセット関数の分布を求めると、得られる最適解はいたる所で不連続な構造となる解を許容し、微小な誘電体領域が無数に散らばることがある。したがって、何らかの方法で最適化問題を正則化する (微小な誘電体領域が無数に散らばることを防ぐ) 必要がある。従来法では、均質化法に基づく設計空間の緩和法、もしくは密度法による正則化を適用するが、レベルセット法を用いた形状表現法を用いる場合、設計変数の相違により、これらの手法を適用することができない。本手法では、目的関数にレベルセット関数の滑らかさを要求するペナルティ項を加えることで、最適化問題の正則化を図る^(3, 9)。

目的関数、式 (24) に正則化項 (R) を足した式 (28) において、トポロジー感度を計算する。トポロジー感度とは、考えている領域のトポロジーがわずかに変化した際の目的関数の感度を表す。

$$L = J + \text{Re}[W] + R \quad (28)$$

$$R = \tau \int_D -\text{sign}(\phi) \Delta \phi d\Omega \quad (29)$$

ここに、 τ は、正則化係数であり、大きいほどレベルセット関数は滑らかになる。また、式中の Δ はラプラシアンである。ここで、 A を次のように定義する。

$$A \equiv J + \text{Re}[W] \quad (30)$$

領域 D_j に中心 \mathbf{x}^0 半径 ε の微小円形領域 D_i が生じた時、 A のトポロジー感度は次のようになる⁽¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} T_{A_{D_j \rightarrow D_i}}(\mathbf{x}^0) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{A + \delta A - A}{\pi \varepsilon^2} \\ &= \text{Re} \left[\frac{2(\varepsilon_j - \varepsilon_i)}{\varepsilon_j(\varepsilon_j + \varepsilon_i)} \nabla \tilde{u}(\mathbf{x}^0) \cdot \nabla u(\mathbf{x}^0) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

領域 D_1 に中心 \mathbf{x}^0 半径 ε の円形散乱体 (領域 D_2) が生じたときの正則化項 R のトポロジー感度は次のようになる。

$$T_{R_{D_1 \rightarrow D_2}}(\mathbf{x}^0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{R + \delta R - R}{\pi \varepsilon^2} = \tau \Delta \phi(\mathbf{x}^0) \quad (32)$$

領域 D_2 に領域 D_1 が生じたときの R の変化は次のようになる。

$$T_{R_{D_2 \rightarrow D_1}}(\mathbf{x}^0) = -\tau \Delta \phi(\mathbf{x}^0) \quad (33)$$

3.2. レベルセット関数の最適な分布の探索

前節で導いた感度を用いて目的関数を最大 (小) 化する固定設計領域内のレベルセット関数を探索する。最大化問題を考える場合、目的関数 J が大きくなるように ϕ を変化させる。したがって、 $\phi < 0$ の時、 $T < 0$ ならば ϕ を維持もしくは

下げて D_1 にする。 $T > 0$ ならば ϕ を上昇させて D_2 にする。このとき、次式が成り立つ。ここに K は正の定数である。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -K(T_{A_{D_1 \rightarrow D_2}} + T_{R_{D_1 \rightarrow D_2}}) \quad (34)$$

$\phi > 0$ の時、 $T < 0$ ならば ϕ を維持もしくは下げて D_2 にする。 $T > 0$ ならば ϕ を上昇させて D_1 にする。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = K(T_{A_{D_2 \rightarrow D_1}} + T_{R_{D_2 \rightarrow D_1}}) \quad (35)$$

以上より、以下の式を解いてレベルセット関数 ϕ を決定する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\text{Re} \left[\frac{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \nabla \bar{u}^0 \cdot \nabla u^0 \right] + \tau \Delta \phi \quad \text{in } D_1 \quad (36)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\text{Re} \left[\frac{2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \nabla \bar{u}^0 \cdot \nabla u^0 \right] + \tau \Delta \phi \quad \text{in } D_2 \quad (37)$$

$$\phi = C > 0 \quad \text{on } \partial D \quad (38)$$

ここに、 C は適当な正の定数である。式 (38) は、境界においてレベルセット関数が一定、常に領域 D_1 であることを意味する境界条件である。また、式 (36)–(38) は、限られた四角形設計領域内の問題であり、メッシュの生成も容易なので有限要素法を用いて効率的に解く事ができる。

4. 数値計算結果

4.1. 解析に用いた諸条件について

解析に用いた諸条件を Fig. 3 に示す。固定設計領域のサイズは 60×60 とし、初期形状として半径 6.5 の円形領域 (円内部は領域 D_2 、誘電率 $\varepsilon_2 = 2.0$) を 4 つ与えた。周波数は $\omega = 0.5$ とし、また、外側領域 D_1 の誘電率は $\varepsilon_1 = 1.0$ とした。入射波として式 (5) の平面波を与える場合、入射角 0 (このとき紙面に対し波は左から右に入射する) とし、振幅 A_{in} は 1 とした。式 (5) の点源波を与える場合は、観測点において観測される波の振幅は A_{in}/\sqrt{r} (ここに r は観測点と波源の距離) 程度の大きさとなるため、その振幅 A_{in} は 20 とした。なお、式 (6) 等に現れる積分は 10 点の Gauss 積分を用

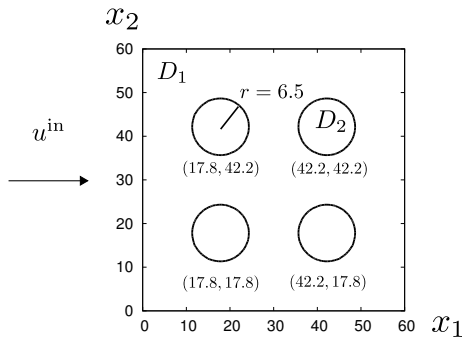


Fig. 3 Configuration of the numerical examples in Section 4.

いて計算した。また、目的関数、式 (21) は、領域 D_2 の誘電率を 1 とした時の入射波に対して計算された目的関数を用いて正規化した値を表記する。なお、この設定は設計領域の長さ 60 を 1m とすると入射してくる平面波はおよそ地上波放送の電波と等しくなる。

4.2. 感度解析の結果

まず、感度解析の妥当性の検証を行う。トポロジー感度、式 (31) は「領域のトポロジーが僅かに変化した場合の目的関数の変化」を表す。したがって、ここでは実際に微小な円 (半径 0.05) を配置し、目的関数の変化量を円の面積で除した値 (差分法による値) と、トポロジー感度の比較を行う。入射波は平面波とし、本節の感度解析においては式 (21) の目的関数 J は $x_1 = 80, x_2 = 18 + 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots, 11$) の 11 点における磁場強度の和 (式 (39)) とした。

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} |u(\mathbf{x}_i^{\text{obs}})|^2 \quad (39)$$

$x_1 = 10, x_1 = 43$ で比較を行った結果を Fig. 4, Fig. 5 に示す。グラフ横軸は x_2 、縦軸は差分法で求めた値と、トポロジー感度の値を表している。グラフから分かるようにトポロジー感度は、差分法による結果 (Difference method) と、境界付近でわずかにずれるがほぼ一致した。以上より、感度解析は成功している事が分かる。

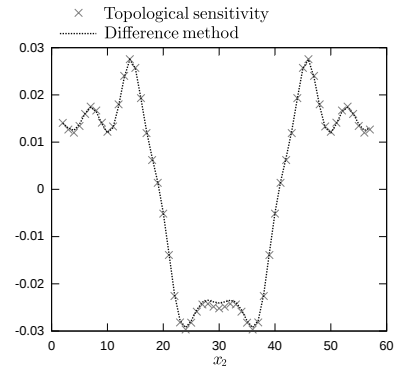


Fig. 4 Comparing derivatives at $x_1=10$.

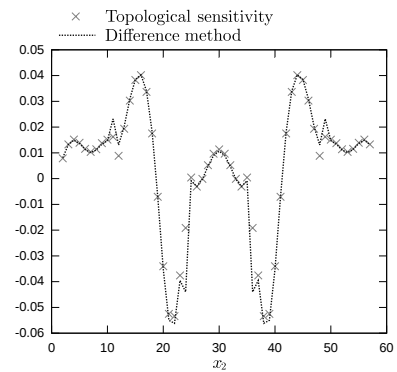


Fig. 5 Comparing derivatives at $x_1=43$.

4.3. 磁場強度の最大化を目的としたトポロジー最適化の結果

次に、誘電体領域 D_2 の位置、形状、トポロジーを変化させ、観測点における磁場強度の和を最大とするトポロジー最適化問題を考える。目的関数、式 (21) は $x_1 = 80, x_2 = 18 + 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots, 11$) の 11 点における磁場強度の和とした。なお、目的関数を特定の領域での磁場強度の積分和や、与えられた閉曲線上の表面電流等とすることは随伴問題の定義を変更することで可能となる。また、入射波、式 (5) を点源波、入射波源の座標は $x_1 = -30, x_2 = 18 + 4n$ ($n = 1, 2, 3, \dots, 5$) の 5 点とした。Fig. 6 に目的関数の推移を示す。なお、最適

化のステップは 400 で打ちきった。Fig. 6 より目的関数が増

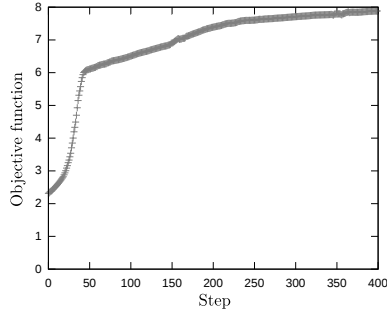


Fig. 6 Plot of the objective function J against the optimisation step.

加していることが分かる。Fig. 7 は、最終形状と初期形状である。最終形状における目的関数の値は 7.883 であり、初期の目的関数値 2.314 と比べ約 3.4 倍となった。Fig. 8 は磁場強

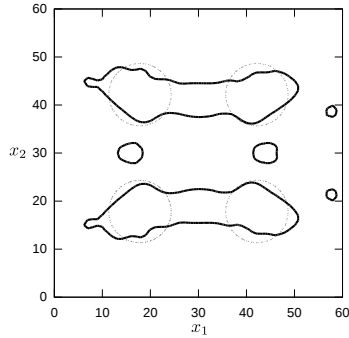


Fig. 7 Configuration at the initial step (dashed lines) and final step (solid lines).

度のプロットである。白線の内部が固定設計領域、× は観測点を表す。Fig. 8 から観測点における磁場強度が大きくなっている事が分かる。なお、磁場強度が最大となる点におけるその値は 7.2 であった。

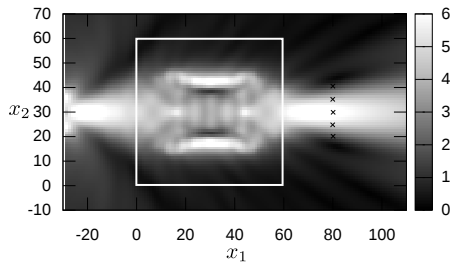


Fig. 8 Intensity of the magnetic field at the final step.

次に有限要素法で解析を行うのが困難であるような問題を考える。すなわち、有限要素法においてメッシュの再生成にかかるコストが大きくなるように、観測点を設計領域から遠い $x_1 = 140$, $x_2 = 18 + 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots, 11$) とした。目的関数はここでも観測点における磁場強度の和とした。入射波は平面波とした。次の Fig. 9、Fig. 10、Fig. 11 は目的関数の変化、最終形状、磁場強度の図をそれぞれ示している。

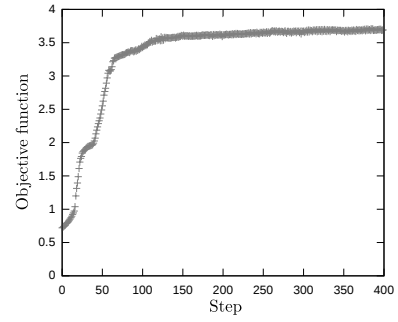


Fig. 9 Plot of the objective function J at far observation points against the optimisation step.

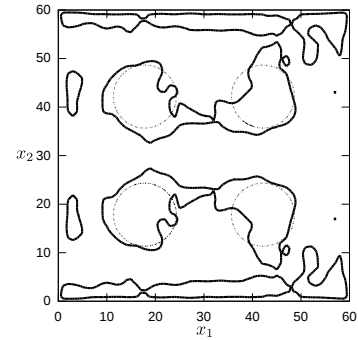


Fig. 10 Configuration at the initial step (dashed lines) and final step (solid lines).

最適化の結果、初期の目的関数値 0.721 に対し、目的関数の値は 3.692 となり約 5.1 倍となった。なお、Fig. 11 において磁場強度が最大となる点におけるその値は 2.52 であった。このように、有限要素法では困難な問題も境界要素法を用いることで解く事ができた。

4.4. 点源波を平面波に変換するデバイスの設計問題

最後に、点源波を平面波に変換するデバイスの設計問題を解いた。すなわち、式 (21) の目的関数に現れる f を次式とした。

$$f(\mathbf{x}_i^{\text{obs}}) = - \left| u(\mathbf{x}_i^{\text{obs}}) - A_{\text{obj}} e^{ik_1 \mathbf{P} \cdot \mathbf{x}_i^{\text{obs}}} \right| \quad (40)$$

ここに、 $A_{\text{obj}} = 2.5$ は変換後の平面波の振幅、 $\mathbf{P} = (1, 0)^T$ である。また、観測点 $\mathbf{x}_i^{\text{obs}}$ は固定設計領域の右側の矩形領域 $70 < x_1 < 115$, $10 \leq x_2 \leq 50$ 内に 273 点配置した。

Fig. 12 に得られた最終形状を示す。また、Fig. 13 に入射場と得られた形状に対する磁場 x_3 成分 u の実部を示す。Fig. 13 より、目的関数を定義した観測領域付近において、平面波に近い波を得ることができていることが分かる。目的関数は 0.383 から 0.0659 まで減少した。以上より、提案手法は点源波を平面波に変換するデバイスの設計問題にも適用可能であることが示唆された。

5. 結言

本研究では、これまでに著者らが開発してきたレベルセット法に基づくトポロジー最適化手法を拡張し、誘電体による二次元電磁波動散乱問題に対するトポロジー最適化手法を開発した。具体的には、TE モードに対して、所定の観測点に

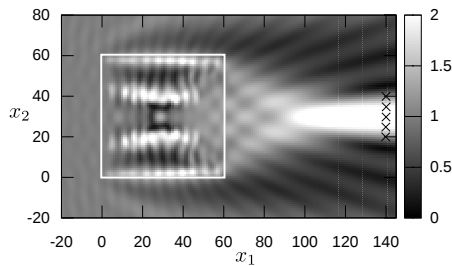


Fig. 11 Intensity of the magnetic field at the final step.

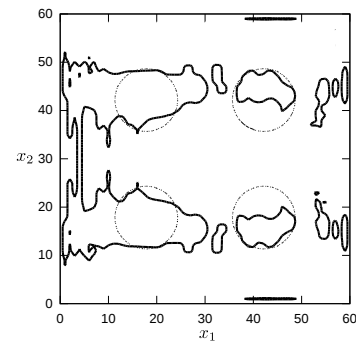


Fig. 12 Configuration at the initial step (dashed lines) and final step (solid lines).

おける目的関数を最大(小)化する誘電体分布を決定する手法を開発した。いくつかの数値実験を通して、開発した手法は有効であることが確認された。特に、有限要素法をソルバとして用いた最適化手法では取り扱うことが困難であると考えられる観測点が遠方に位置する場合においても目的関数を十分に増大させることが可能となった。また、提案手法は点源波を平面波に変換するデバイスの設計問題にも適用可能であることが示唆された。

今後は導体表面の電流を最大化した高効率な受信アンテナの設計手法を開発する予定である。また、音波・弾性波を制御するデバイスの設計手法の開発も併せて行う予定である。謝辞 本研究は、科学研究費補助金(25630035)の補助を受けた。また、点源波を平面波に変換するデバイスの設計問題をご教示いただいた京都大学山田崇恭氏に謝意を表する。

参考文献

- (1) Martin Philip Bendsøe and Noboru Kikuchi. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197–224, 1988.
- (2) Martin P Bendsøe and Ole Sigmund. Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, No. 9–10, pp. 635–654, 1999.
- (3) Takayuki Yamada, Kazuhiro Izui, Shinji Nishiwaki and Akihiro Takezawa. A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. 45, pp. 2876–2891, 2010.
- (4) Takayuki Yamada, Kazuhiro Izui and Shinji Nishiwaki. A level set-based topology optimization method for maximizing thermal diffusivity in problems including design-dependent effects. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 133, p. 031011, 2011.
- (5) Chitta Ranjan Saha, Terence O’Donnell, Heiko Loder, Steve Beeby and John Tudor. Optimization of an electromagnetic energy harvesting device. *Magnetics, IEEE Transactions on*, Vol. 42, No. 10, pp. 3509–3511, 2006.
- (6) Weng Cho Chew. *Waves and fields in inhomogenous media*. IEEE press New York, 1995.
- (7) Kazuki Niino and Naoshi Nishimura. Preconditioning based on Calderon’s formulae for periodic fast multipole methods for Helmholtz’ equation. *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 1, pp. 66–81, 2012.
- (8) Hiroshi Isakari, Kazuki Niino, Hitoshi Yoshikawa and Naoshi Nishimura. Calderon’s preconditioning for periodic fast multipole method for elastodynamics in 3d. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 90, No. 4, pp. 484–505, 2012.
- (9) Shintaro Yamasaki, Shinji Nishiwaki, Takayuki Yamada, Kazuhiro Izui and Masataka Yoshimura. A structural optimization method based on the level set method using a new geometry-based re-initialization scheme. *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 83, No. 12, pp. 1580–1624, 2010.
- (10) Ana Carpio and MariaLusia Rapun. Solving inhomogeneous inverse problems by topological derivative methods. *Inverse Problems*, Vol. 24, No. 4, p. 045014, 2008.

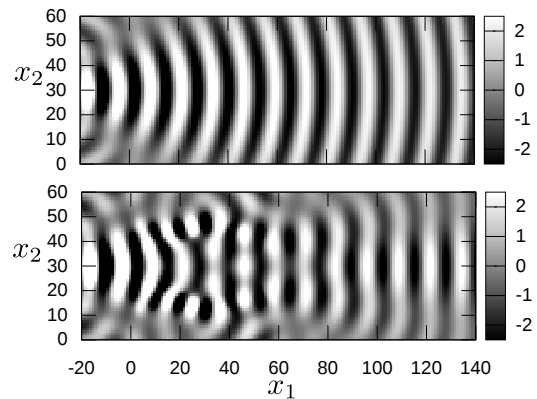


Fig. 13 Real parts of magnetic fields (upper:) of the incident point sources, (lower:) for optimum configuration.