計算数理工学論文集 Vol. 13 (2013 年 11 月), 論文 No. 06-131129 JASCOME

亀裂形状が亀裂内浸透に及ぼす影響に関する数値解析的研究

NUMERICAL STUDY ON INFLUENCE OF CRACK FORM ON PERMEABILITY IN CRACK

荒木 志帆[1)], 吉田 秀典[2)], 瀬田 剛[3)]

Shiho ARAKI, Hidenori YOSHIDA and Takeshi SETA

1) 香川大学大学院工学研究科 (〒 761-0396 高松市林町 2217-20, E-mail: s12g403@stmail.eng.kagawa-u.ac.jp)
2) 香川大学工学部 (〒 761-0396 高松市林町 2217-20, E-mail: yoshida@eng.kagawa-u.ac.jp)
3) 富山大学大学院理工学研究部 (〒 930-8555 富山市五福 3190, E-mail: seta@eng.u-toyama.ac.jp)

As a safety assessment of the geological disposal of high-level radioactive wastes, it is important to grasp the characteristic of permeability and mass transport. If the rock around a disposal site is crystalline material, cracks can be included in the rock. Since, however, the form of a crack is complicated, there is the limitation to evaluate the permeability characteristic briefly by the cube law of the aperture width of a crack. In this study, the permeability characteristic is evaluated by a numerical analysis, not by the empirical method. As a method of numerical analysis, Lattice Boltzmann Method in which hydraulic gradient can be given as boundary conditions is employed. The influence of the crack form on the flow property is examined through the analysis. In the result, it turns out that hydraulic conductivity evaluated by the cube law is different from the numerical one.

Key Words: Discontinuous rock mass, Flow in discontinuity, Lattice Boltzmann Method

1. はじめに

高レベル放射性廃棄物の地層処分においては，埋設された放射性物質が数万年以上といった超長期にわたり人間の生活環境から隔離されるよう，安全性を確保する必要がある．地層処分システムではガラス固化した廃棄物をステンレス製の容器に密封したうえで，ベントナイトを主成分とする粘土材料の緩衝剤で包み込み，地下数百メートルより深い安定な地質環境に埋設することが考えられている．しかしながら，処分期間が長期にわたるため，人工バリアの腐食などが原因で漏出した放射性核種が岩盤中の地下水の運搬によって生物圏に到達する可能性がある．そのため，地下水シナリオを中心に処分施設の安全性評価を行うことが重要であると考えられており，透水・物質移行特性を把握しておく必要がある．処分場の対象として，結晶質の岩盤が候補の 1 つとして挙げられているが，結晶質の岩盤の場合，内包される亀裂が変形および透水挙動を支配するケースが多く，放射性核種の拡散問題を論じる場合，亀裂内における流動特性を把握しておくことが求められる [(1)].

亀裂性岩盤における流動特性を評価するためには，亀裂内の透水特性を把握する必要があるが，簡易的に，亀裂を局所的に滑らかな 2 枚の平行平板に置き換え，また，流体の流れを層流と仮定し,「開口幅の三乗則」を適用することで亀裂内透水特性を評価することが多い [(2)]．三乗則の適用に関しては，流れ場が層流とみなせる程度の流速でレイノルズ数が十分に小さく，亀裂の開口幅分布が急激に変化しない場合において適用が可能である．しかしながら，実際の岩盤の亀裂開口幅は不均質に分布した場合もあり，亀裂内の透水挙動を評価するにあたって，局所平行平板モデルのような単純なモデルで置き換えることには限界がある．既往の研究においても三乗則にて算定される亀裂の透水係数は，現実の透水特性とは乖離があるとの報告がなされている [(3)(4)]．亀裂内の形状に起因する複雑な透水挙動は，物質移行特性にも多大な影響を与えると考えられる．そこで，本研究では，透水係数などの流体特性をあらかじめ設定する必要がない，圧力に関するポアソン方程式を解く必要がない，複雑な形状の亀裂に対する場合でも比較的簡易に対応が可能であるという特徴を有する解析手法である格子ボルツマン法（以下，LBM）を用いて岩盤亀裂内の流動解析を行い，亀裂の形状などが流動に与える影響について考察を加える．

2. 格子ボルツマン法 [(5)(6)(7)(8)(9)(10)(11)]

2.1. 概要

LBM とは流体を微小な仮想粒子の集合体として近似した領域に均一な格子を配置し，その格子に沿って衝突・並進と

2013 年 9 月 11 日受付，2013 年 10 月 18 日受理

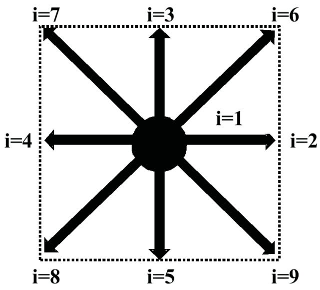

Fig. 1　D2Q9 model

いった粒子運動を追跡することで連続体としての流体の運動を計算する手法である．具体的には，格子点ごとに粒子をある方向の速度成分を持つ粒子分布関数として考え，各粒子はタイムステップが一つ進むと隣接した格子点に移動し，同じ格子点に移動してきた粒子はお互いに衝突する．仮想粒子の衝突および並進が繰り返されることで計算が進行する．つまり，粒子分布関数が粒子の移動と衝突を繰り返し，その格子点における平衡状態へ近づいていく時間発展を計算していくものであり，粒子の速度および個数を時間と領域に関して平均操作することで密度（圧力）および流速分布を算出する．

2.2. 格子形状

LBM において，空間は規則的な格子によって離散化され，粒子の運動はその格子に沿って有限な方向に制限される．2 次元の格子形状には Fig.1 に示すような 2 次元 9 速度モデルが広く用いられており，本研究においても，当該モデルを適用することとする．2 次元 9 速度モデルにおいて粒子速度ベクトル e_i は次の 3 種類のみが存在すると考える．

・節点に静止してる粒子 $|e_i| = 0 \ (i = 1)$
・水平，垂直方向を速度 c で動く粒子 $|e_i| = c \ (i = 2-5)$
・対角線方向を速度 $\sqrt{2}c$ で動く粒子 $|e_i| = \sqrt{2}c \ (i = 6-9)$

したがって，粒子速度ベクトルに対して行列による表現を行うと，以下のように表される．

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 & c_7 & c_8 & c_9 \end{bmatrix} \\ = &\begin{bmatrix} 0 & c & 0 & -c & 0 & c & -c & -c & c \\ 0 & 0 & c & 0 & -c & c & c & -c & -c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

格子幅 Δx は，粒子速度 c および時間刻み幅 Δt により，$\Delta x = c\Delta t$ で表される．つまり，1 タイムステップ後に粒子は必ず格子点上に位置する．時刻 t，位置 x における格子方向 i に沿った速度を持つ離散的な粒子の分布関数を $f_i(x,t)$ とする．

2.3. 格子ボルツマン方程式

LBM は，仮想粒子の並進と衝突の二つの過程からなる．並進過程において，粒子は速度に応じた方向の隣接する格子点へと移動する．粒子の分布関数 f_i は以下に示す格子ボルツマン方程式を満たす.

$$f_i(x+e_i\Delta t, t+\Delta t) - f_i(x,t) = -\frac{f_i(x,t) - f_i^{eq}(x,t)}{\tau_f} \quad (2)$$

ここで，τ_f は緩和時間であり，粒子が平衡状態に近づく割合を示す変数である．また，f_i^{eq} は局所平衡状態における粒子の分布関数である．

2.4. 局所平衡分布関数

局所平衡状態とは，ある格子点で粒子の出入りの収支が一致する状態のことである．局所平衡分布関数は次式で与えられる．

$$f_i^{eq}(x,t) = w_i\rho\{1 + \frac{3}{c^2}(e_i\cdot u) + \frac{9}{2c^4}(e_i\cdot u)^2 - \frac{3}{2c^2}|u|^2\} \quad (3)$$

ここで，重み w_i は以下の通りである．

$$\begin{cases} w_i = 4/9 & (i = 1) \\ w_i = 1/9 & (i = 2\text{~ }5) \\ w_i = 1/36 & (i = 6\text{~ }9) \end{cases}$$

2.5. 巨視的変数

前述の通り，流体の速度，圧力および密度といったマクロな状態を格子点上の粒子分布から算出することができる．式 (2) の格子ボルツマン方程式を Chapman-Enskog 展開により，以下の Navier-Stokes 方程式が導出される．

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho u) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho uu) = -\nabla P + \nu\{\nabla^2(\rho u) + \nabla(\nabla\cdot(\rho u))\} \quad (5)$$

密度 ρ，流速ベクトル u は，それぞれ次式で表される．

$$\rho = \sum_i f_i, \quad u = \sum_i f_i e_i/\rho \quad (6)$$

また，動粘性係数 ν と圧力 P は，それぞれ次式で定義される．

$$\nu = \frac{1}{3}(\tau_f - \frac{1}{2})c^2\Delta t, \quad P = \frac{\rho}{3}c^2 \quad (7)$$

2.6. 計算手順

まず，モデル化する流体の物性から衝突演算で使用するパラメータ（粒子速度 c や時間刻み幅 Δt，緩和時間 τ_f）を決定する．流動場の初期条件に応じて各格子点の粒子分布を与えるが，通常は平衡状態を仮定し，初期の分布関数 f_i は局所平衡分布関数 f_i^{eq} と等しいものとして粒子分布を求める．その後，式 (2)，式 (3) を用いて粒子の衝突過程および並進過程での計算を行いながら，計算時刻を進めていく．さらに，境界条件により物体の表面や流入出などといった境界上の粒子分布をその場所での巨視的な流れの状態に従って境界での分布関数を求める．巨視的な流動場の時間発展は，基本的に衝突・並進・境界での分布関数の決定という三つの過程を順次繰り返すことにより求められる．そして，流体の密度 ρ，流速ベクトル u を式 (6) によって求めることで，流動特性を把握する．

2.7. 境界条件 (12)

一般に，LBM において平板など直線形状の境界を持つ流動場には，分布関数を境界の法線方向にそのまま反射させる Bounce Back（BB）境界条件が用いられるため，まず，BB 境界条件について述べる．壁面と隣接する流体ノードにおいて，壁面から流体へと流れる方向の粒子分布は式 (2) では求

めることができない．そこで，前述の BB 境界条件を用いる．BB 境界条件は，物理境界を格子線上に置き，流れてきた粒子分布を次のタイムステップで流れてきた格子点に跳ね返すものである． Fig.1 の粒子速度モデルにおいて，下部に壁面が存在する場合，壁面での跳ね返りの影響を受ける粒子ベクトル f_3，f_6，f_7 を求める必要がある．前述の通り，BB 境界条件は粒子を壁面（境界）で 180° 跳ね返すものであり，次式で表される．壁面の隣のノードでは運動量が 0 になり，壁面での粒子のすべりを考慮しない「no-slip 境界条件」と称されるものの一種である．

$$\begin{aligned} f_3(x,t+\Delta t) &= f_5(x,t) \\ f_6(x,t+\Delta t) &= f_8(x,t) \\ f_7(x,t+\Delta t) &= f_9(x,t) \end{aligned} \tag{8}$$

静止壁上部も式 (8) に従い，f_5，f_8，f_9 が決定される．また，流入部に圧力を設定するため，密度 ρ_{in} を与え，流入速度の y 方向成分 $u_y = 0$ とし，$f_2 - f_2^{eq} = f_4 - f_4^{eq}$ と仮定することにより，密度と流速の定義式 (6) から，

$$u_x = \frac{1}{c}\left[1 - \frac{f_1 + f_3 + f_5 + 2(f_4 + f_7 + f_8)}{\rho_{in}}\right] \tag{9}$$

$$f_2 = f_4 + \frac{2}{3c}\rho_{in}u_x \tag{10}$$

$$f_6 = f_8 - \frac{1}{2}(f_3 - f_5) + \frac{1}{6c}\rho_{in}u_x \tag{11}$$

$$f_9 = f_7 - \frac{1}{2}(f_3 - f_5) + \frac{1}{6c}\rho_{in}u_x \tag{12}$$

が導かれる [12]．式 (9)-(12) により流入部の圧力（密度 ρ_{in}）を設定することが可能となる．また，流出部に対しても圧力（密度 ρ_{out}）を与えることで，同様に，未知の分布関数 f_4，f_7，f_8 と流出部の流速 u_x が決定される．

LBM では，圧力勾配を外力に置き換え流れを発生させることもあるが，実現象では圧力差によって流れを生じることが多い．そこで，本研究で設定する境界条件についても文献 [12] における工夫を施した．詳細は文献 [12] を参照することを推奨するが，BB 境界条件の考えに基づき，流入および流出境界における圧力勾配の作用により流れを発生させることができるものである．これらの境界条件は，固体壁の位置が LBM の格子点の位置と完全に一致していることを前提としているため，解析モデルを構築する際にはこのことを考慮して行わなければならない．つまり，アルゴリズムの簡単な境界条件であるが，曲面を有する壁面周りに適用する場合には階段形状で近似していることに留意しなければならない．

2.8. LBM における物理量

LBM における物理量は全て，流路幅などの代表長さ L，時間スケール $t_0 = L/U$(U：平均流速などの流れの代表流速)，粒子の代表速さ c_d ($c_d = U/Sh$, Sh:ストローハル数)[13]，初期密度 ρ_0 を用いて無次元化したもので [13]，$c_i' = \dfrac{c_i}{c_d}$，$t' = \dfrac{t}{t_0}$，$f_i' = \dfrac{f_i}{\rho_0}$，$\rho' = \dfrac{\rho}{\rho_0}$，$u' = \dfrac{u}{c_d}$，$P' = \dfrac{P}{(\rho_0 c_d^2)}$，$\nu' = \dfrac{\nu}{(c_d L)}$ と定義される．なお，LBM に関する以降の記述では，無次元量を意味する記号（'）の付与は省略する．

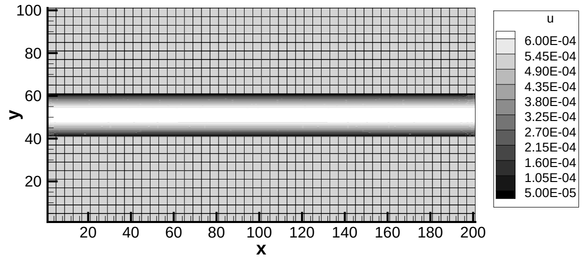

Fig. 2　Flow velocity distribution (Poiseuille flow)

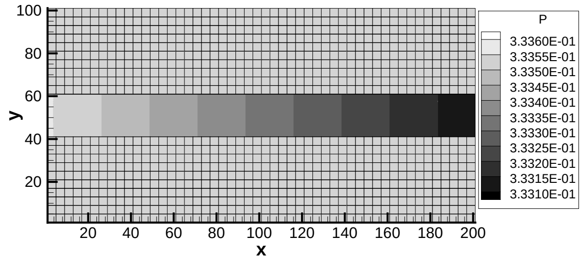

Fig. 3　Pressure distribution (Poiseuille flow)

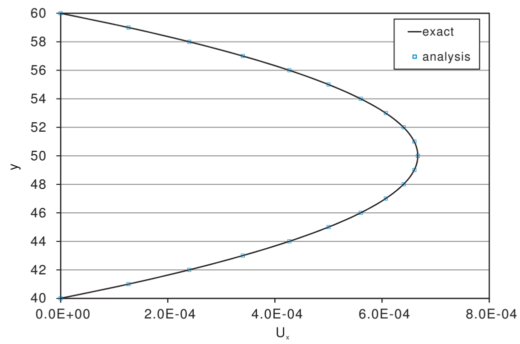

Fig. 4　Flow velocity distribution along y-direction ($x = 10$)

3. 亀裂内の流動解析

3.1. 解析概要

本研究では，簡単な二次元平行平板流れについて，LBM による解析を実施し，亀裂の形状が流動に与える影響について考察を加える．

解析メッシュは全領域を 200 × 100 個の格子で分割する．レイノルズ数をダルシー則が成立する範囲内（Re=10）で一定とし，そのほか，初期密度 $\rho_0 = 1.0$，初期圧力 $P_0 = \rho_0 c^2/3$，緩和時間 τ_f=1.0，Δx=$c\Delta t$=0.1（c=1.0，Δt=0.1）として計算を行う．なお，動粘性係数は式 (7) により決まるため，水の動粘性係数に近い値となるように c と Δt を決定した．

計算領域の左端を流入部，右端を流出部とし，両端部に異なる圧力を作用させることで流れを生じさせる．具体的には，左端に $3.336{\times}10^{-1}$ の圧力を，右端に $3.331{\times}10^{-1}$ の圧力を作用させ，$5.000{\times}10^{-4}$ の圧力差を設けている．上下端は固定壁とし，文献 [12] における境界条件を設定する．なお，格子ボルツマン法では，無次元量であるため，すべての解析モデルに対して具体的な寸法を与えることをせず，x，y は計

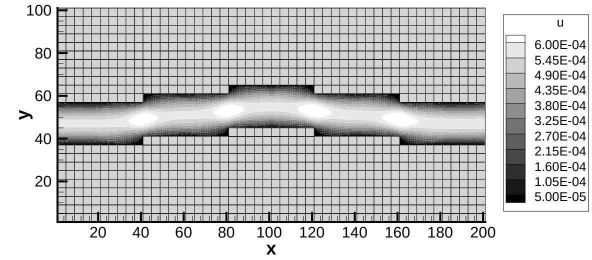

Fig. 5　Flow velocity distribution (case1)

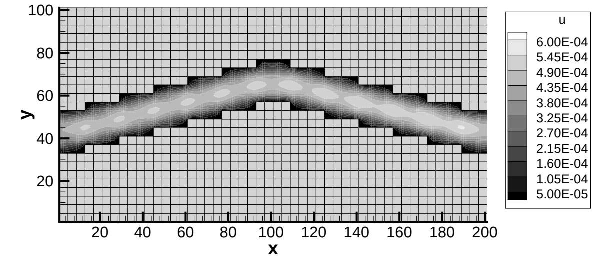

Fig. 8　Flow velocity distribution (case2)

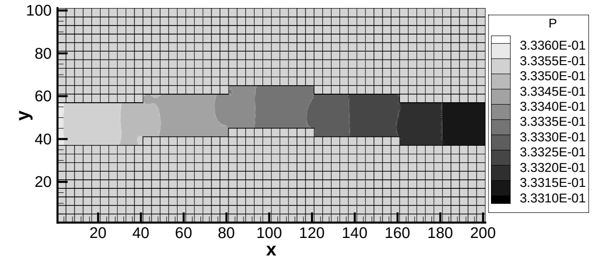

Fig. 6　Pressure distribution (case1)

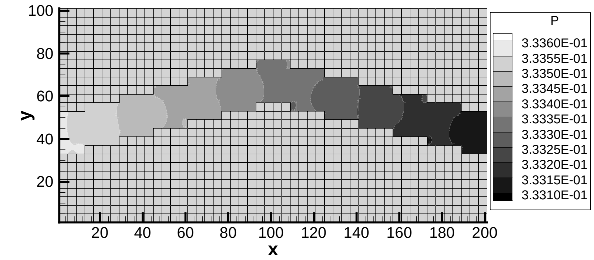

Fig. 9　Pressure distribution (case2)

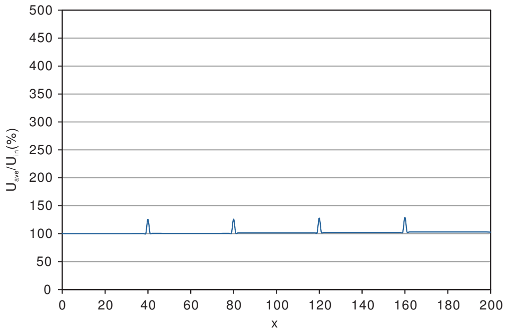

Fig. 7　Normalized average flow velocity (case1)

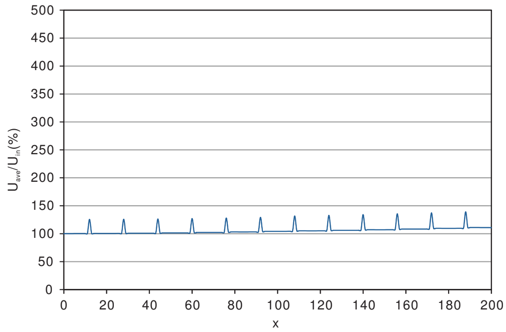

Fig. 10　Normalized average flow velocity (case2)

算上の節点番号を表す無次元数として扱うため，単位の表記は行なっていない．さらに，図や表中の圧力および流速に関しては，前章で説明した通り，無次元化して表している．

本流動解析では，ダルシー則が成り立つと仮定し，その場合，代表流速 U_d と透水係数 k の関係は，次式のように定義される．

$$U_d = -\frac{k}{\rho g}\frac{\partial P}{\partial x} \tag{13}$$

ここで，ρ は密度，g は重力加速度である．代表流速 U_d の評価に当たっては，全領域の流速の x 軸方向成分 U_x の平均値を用いた．また，平面 Poiseuille 流において流量は次のように与えられる．

$$Q = Aki = -\frac{1}{12\rho\nu}\frac{\partial P}{\partial x}h^3 \tag{14}$$

ここで，A は断面積，i は動水勾配，h は流路幅である．この式から，透水係数 k は次のように表される．

$$k = \frac{gh^2}{12\nu} \tag{15}$$

この式から得られる透水係数を力学透水係数とし，解析における流速から計算される透水係数と比較を行う．

流動場が十分収束した状態，つまり，全領域における流速の変化率の合計が 10^{-6} 以下になるときを定常状態とし，これを繰り返し計算の終了条件とする．なお，解析プログラムは Fortran によるコーディングである．なお，本研究で用いる間隙率は，全解析ケースで 0.2 とした．

3.2. 解析結果

亀裂内における流動解析について，LBM の適用の可否も含めて検討するために，2 次元平行平板間の流動解析を行う．

まず，2 次元 Poiseuille 流の解析を行う．流速分布と圧力分布をそれぞれ Fig2 と Fig3 に，そして中央断面における流速の y 軸方向分布を Fig4 に示す． Fig2 より，解析領域の上下中心（$y = 50$）に向かって流れが速くなっている．また，Fig4 より，横断面における流速の y 軸方向分布は厳密解と合致している．

次に，亀裂形状による流動挙動を把握するため，亀裂形状を変化させて解析を行う．case1 は亀裂の傾斜角が比較的緩やかなケースを，case2 はやや急なケースである．case1 の流速分布を Fig.5 に，圧力分布を Fig.6 に，流入部の流速で正規化した平均流速の x 軸方向分布を Fig.7 に示す．そして，case2 の流速分布を Fig.8 に，圧力分布を Fig.9 に，正規化平均流速の x 軸方向分布を Fig.10 に示す． Fig.5 と Fig.8 より，亀裂形状は階段形状であるため，流路幅が狭くなる断面において，流速が速くなっていることがわかる．また，case1 よ

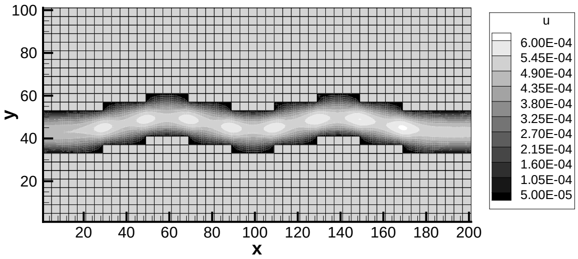

Fig. 11　Flow velocity distribution (case3)

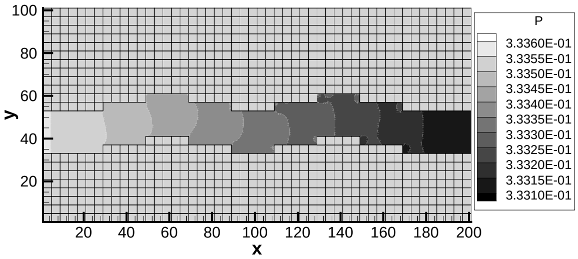

Fig. 12　Pressure distribution (case3)

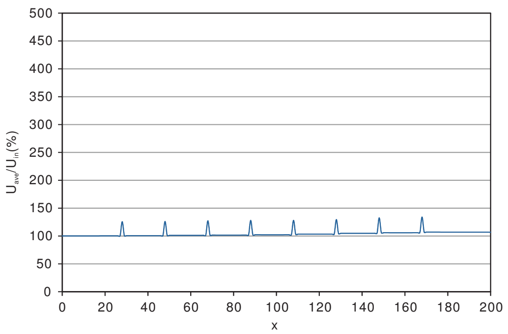

Fig. 13　Normalized average flow velocity (case3)

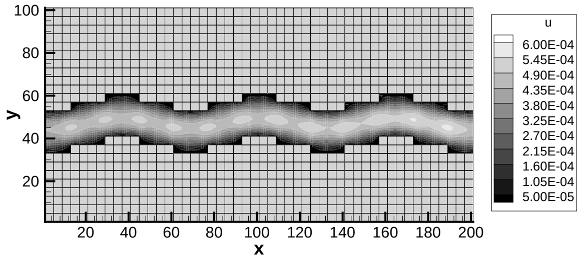

Fig. 14　Flow velocity distribution (case4)

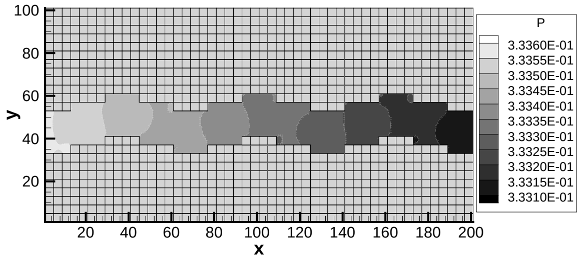

Fig. 15　Pressure distribution (case4)

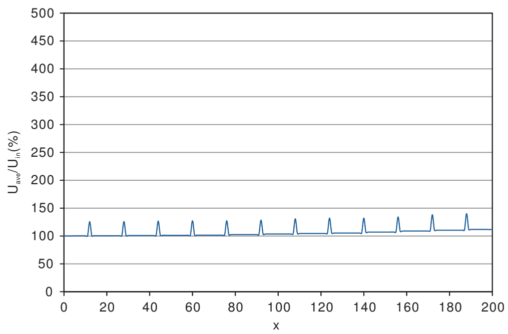

Fig. 16　Normalized average flow velocity (case4)

り傾斜角の急なcase2の方が流れが緩慢になっていることがわかる．左右方向に圧力差が与えられていることから，x軸方向に対しては，傾斜角が急になることに加え，解析上，形状変化部が増加したことで，エネルギー損失が生じ，流れが滞っていることが影響しているものと考えられる．一方，圧力については， Fig.6およびFig.9より，圧力は流出部に向かって段階的に変化している．流路幅が変化する断面において，圧力が変化している．連続の式より，当然ではあるが，Fig.7とFig.10より，流入部の流速と比べ，流路幅が狭くなる断面において流速が上昇している．

さらに，亀裂の形状に関して，亀裂の山を2つ配置した場合 (case3) と3つ設置した場合（case4）の解析を行う．case3の流速分布をFig.11に，圧力分布をFig.12に，正規化平均流速のx軸方向分布をFig.13に示す．そして，case4の流速分布をFig.14に，圧力分布をFig.15に，正規化平均流速のx軸方向分布をFig.16に示す．ここでも， Fig.11とFig.13より，流路幅が狭くなる断面において流速が速くなっている．case3とcase4では，亀裂の山の数が多いcase4の方が，流路が長くなり，形状の変化する箇所が多いことでエネルギー損失が大きくなり，流速も緩慢となっている．また，流速は流路の中心で速くなり，亀裂の山や谷の領域では流れが緩慢となっている．したがって，主に亀裂の中心を集中的に流れる場合，放射性核種が岩盤に吸着することが困難となる可能性もあると考える．圧力については， Fig.12とFig.15より，亀裂の山が1つのケースと比べてやや複雑な圧力分布を示している．なお， Fig.7，Fig.10，Fig.13，Fig.16において，LBMが有する圧縮性誤差の影響により，平均流速が入口より出口の方が大きくなる問題が発生している．今後，この解決法としてZou[12]によって提案された非圧縮性流体に対する格子ボルツマンモデルを適用する予定である．

ここで，任意の断面における平均流速とその断面の通過面積との積を取り，それを領域全体について積分した後，領域全体面積で除すことで，領域全体としての平均流速を求め，さらに，それを動水勾配（左右端の圧力差をx軸方向の距離と密度および重力加速度で除した値）で除すことで，領域全体としてのと平均的な透水係数k_sを求めた結果を， Table1に示す．なお，力学的透水係数k_eは式(15)を用いて計算し，流路幅hはすべて2.0としている． Table1では，力学的透水係数を基準とした透水係数の比を表しており，Poiseuille流れでは解析から得られるk_sとk_eが概ね合っている．しかしながら，亀裂を配置することでk_sが低下していることが分かる．case1とcase2では，流路が長く，形状変化部におけ

Table 1 Hydraulic gradient, aperture displacemet and hydraulic conductivity

	$\frac{1}{\rho g}\frac{\Delta P_x}{\Delta x}$	b_s	Ave. U_x	k_s	k_e	k_s/k_e
Poiseuille	2.27E-08	2.00	4.67E-04	2.06E+04	1.96E+04	1.05
case1	2.27E-08	1.99	4.04E-04	1.78E+04	1.96E+04	0.91
case2	2.27E-08	1.98	3.22E-04	1.42E+04	1.96E+04	0.73
case3	2.27E-08	1.98	3.58E-04	1.58E+04	1.96E+04	0.81
case4	2.27E-08	1.98	3.21E-04	1.42E+04	1.96E+04	0.72

るエネルギー損失が大きいcase2 の方が流速が遅くなり，k_s も低下している．また，case1，case3 および case4 では，亀裂の山が多いほど k_s は低下している．また，表中には，任意の断面における開口幅の総計を x 方向の節点数で割って求めた平均開口幅 b_s を示している．表より b_s はほとんど変化していないのに対し，k_s の変化の割合は大きく，b_s を基に透水係数を評価することは難しい場合もあることが分かる．Poiseuille 流れと比べ，流路内に傾斜を有する場合，流速が低下しており，安全性を評価する場合，単純な平行平板流れにて流動挙動を評価しても安全側，つまり，放射性核種が岩盤に吸着されにくい条件で評価が可能であると考えられる．

4．結言

本研究では，亀裂の形状などが流動に与える影響について考察する目的で，流体解析手法の 1 つである LBM を用いて岩盤亀裂内の流動解析を行った．その結果，内部の亀裂の状況の把握が難しい場合，簡易的に，この開口幅の三乗則にて透水係数が評価されることがあるが，亀裂形状によっては，求められた透水係数と実際のものは異なるものの，設計において安全側を抑えるのであれば，三乗則も有効であることが判明した．しかしながら，亀裂形状が複雑になれば，流速がより緩慢になると考えられるため，三乗則による評価では過剰評価となり，建設コストなどの側面からは，必ずしも合理的，経済的な設計にならないという可能性がある．そのため，今後，様々な亀裂形状について流動解析を行い，亀裂形状が流動に与える影響を把握し，より精度の高い評価方法についても検討する必要がある．

参考文献

(1) 土木学会 : 放射性廃棄物の地層処分における課題と取り組み，土木学会誌，第 91 巻，第 11 号，pp.21-23，2006.

(2) Witherspoon，P. A., Wang，j. S. Y., Iwai，K. and Gale，J. E. : Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture，Water Resources Research，Vol.16，No.6，pp.1016-1024，1980.

(3) 蒋宇静，小山倫史，李博，田作祐輔，佐保亮輔，棚橋由彦 : 岩盤不連続面内の接触変化を考慮した流動機構数値解析手法の提案と検証，Journal of MMIJ，Vol.124，No.2，pp.129-136，2008.

(4) 小山倫史，松本拓真，塚原隆裕，蒋宇静，李博 : 岩盤不連続面のせん断– 透水同時試験の数値シミュレーション，Journal of the Society of Materials Science，JAPAN，Vol.59，No.3，pp.205-210，2010.

(5) 蔦原道久，高田尚樹，片岡 武 : 格子気体法・格子ボルツマン法– 新しい数値流体力学の手法– ，pp.56-278，コロナ社，1999.

(6) 荒木健，越村俊一 : 格子ボルツマン法による自由表面流れの解析，土木学会論文集 B2，Vol.B2-65，No.1，pp.56-60，2009.

(7) 石川裕，里深信行 : 格子ボルツマン法による物体周りの流れの解析，第 14 回数値流体力学シンポジウム，C08-2，p.111，2000.

(8) 林秀光 : 格子ボルツマン法による多孔体中の流れ解析と拡散解析，日本機械学会流体工学部門講演会概要集，Vol.81，pp.WS1-2 (CD-ROM)，2003.

(9) 松隈洋介 : 多孔質体内流動解析への格子ボルツマン法の工学的適用，Japanese J. Multiphase Flow，Vol.24，No.3，pp.282-288，2010.

(10) 高田尚樹 : 格子ボルツマン法による多孔質内の流動シミュレーション，日本機械学会第 15 回計算力学講演会講演論文集，No.02-2，pp.551-552，2002.

(11) 岡本征雄，平井秀一郎 : 格子ボルツマン法による二次元多孔質内流動特性の解析，日本機械学会論文集（B 編），Vol.67，No.660，pp.1930-1936，2001.

(12) Q. Zou and X. He: On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, Phys. Fluids, Vol.9, pp.1591-1598, 1997.

(13) T. Inamuro, M. Yoshino and F.Ogino: Accuracy of the lattice. Boltzmann method for small Knudsen number with finite. Reynolds number, Phys. Fluids, Vol.9, pp 3535-3542, 1997.