計算数理工学論文集 Vol. 13 (2013 年 11 月), 論文 No. 24-131129 JASCOME

レベルセット法に基づくトポロジー最適化を用いた機械式レゾネーターの最適設計法

OPTIMUM DESIGN OF MECHANICAL RESONATORS USING LEVEL SET-BASED TOPOLOGY OPTIMIZATION

小谷 高代 [1)]，山田 崇恭 [2)]，泉井 一浩 [3)]，西脇 眞二 [4)]

Takayo KOTANI, Takayuki YAMADA, Kazuhiro IZUI and Shinji NISHIWAKI

1) 京都大学大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 CIII, E-mail: kotani.takayo.28v@st.kyoto-u.ac.jp)
2) 京都大学大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 CIII, E-mail: takayuki@me.kyoto-u.ac.jp)
3) 京都大学大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 CIII, E-mail: izui@me.kyoto-u.ac.jp)
4) 京都大学大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 CIII, E-mail: shinji@prec.kyoto-u.ac.jp)

Mechanical resonators are designed to be flexible to achieve a specified motion as a sensor. Such sensors are widely applied to micro-electromechanical systems (MEMSs). This paper proposed an optimum design method of mechanical resonators using level set-based topology optimization method and Finite Element Method (FEM). First, the level set-based topology optimization method is briefly discussed. Second, an optimum design problem is formulated that addresses the design of mechanical resonators. Based on the formulation, a new topology optimization algorithm is constructed that employs the FEM when solving the governing and adjoint equations and updating the level set function. Finally, several numerical examples are provided in order to confirm the usefulness of the proposed optimum design method.

Key Words: Topology Optimization, Level Set Method, Finite Element Method, Optimum Design, MEMS, Structural Analysis

1. 緒言

機械構造物における共振現象は，構造物に不安定性を生じさせるため，これを回避するように設計するのが一般的である．その代表的な最適設計法として，固有振動数最大化 [1, 2] や，動的平均コンプライアンスの最小化 [4, 5] を目的とした方法があり，多くの報告例がある．一方，構造の不安定性を積極的に利用できれば，機械構造物に動的な機能を付加することが可能となる．その代表的な構造物として，機械式レゾネーターが挙げられる．機械式レゾネーターは，機械構造物を特定の振動数で振動させることにより，加速度 [6] やヨー角速度 [7] 等の物理量を計測するセンサーとして利用されている．特に，近年では，デジタルカメラにおける手ぶれ補正技術等のデジタル化した光学機器において，必要不可欠なデバイスになりつつある．

しかしながら，このような動的な機能を利用した機械構造物の設計法については，設計者の勘や経験に基づく多くの試行錯誤に基づいて行われており，数学的，力学的根拠に基づいた統一的な設計法は未だに確立されておらず，必ずしも所望の特性を持つ構造の設計に至っていないのが現状である．このような問題を解決し，数学的，力学的観点に基づいて構造物の最適な形状と形状形態を創成する方法として，トポロジー最適化 [8] が提案されている．当初は，剛性最大化問題 [8] や固有振動数最大化問題 [1, 2] などの構造の安定性を狙った設計問題に適用されてきたが，コンプライアントメカニズムの設計問題や，動的な機能を持つ構造物の創成設計問題への展開例もいくつか報告されている．これらの報告例の多くは，密度法 [3]，均質化設計法 [8] を用いて方法論を構築しているため，構造と空洞の中間領域であるグレースケールを含む構造を最適設計解として許容する．構造の不安定性を利用した設計問題の場合は，部分構造として強度の低い材料を配置した方が，より望ましい特性を持つため，得られる最適設計解はグレースケールを多く含む設計解が得られ，工学的には意味のない設計解が得られる問題を持つ．

他方，グレースケールなどの数値的問題を抜本的に解決する構造最適化の方法として，レベルセット法に基づく形状最適化 [9] とトポロジー最適化 [10, 11] が提案されている．これ

2013 年 9 月 30 日受付，2013 年 10 月 25 日受理

らの方法では，レベルセット関数と呼ばれるスカラー関数の零等位面により，構造の外形形状を表現し，その関数の変動により，構造最適化を表現する．前者の方法では，構造の内部に新たに孔が生成されるような形状形態の変更を許容しないため，初期構造等の設定パラメータを決定するのが難しい問題を持つ．

そこで本研究では，レベルセット法に基づくトポロジー最適化を用いて，機械式レゾネーターの最適設計法を開発する．すなわち，動的な不安定性を積極的に利用した機械構造物の工学的に有効な最適設計解を得るために，レベルセット関数を設計変数としたトポロジー最適化問題を定式化し，新しいトポロジー最適化アルゴリズムを構築する．以下，二章では，レベルセット法に基づくトポロジー最適化について簡単に述べる．次に，機械式レゾネーターの設計要件を明確化するとともに，それを満足するための目的汎関数の設定を行う．さらに，その目的汎関数の設定に基づきトポロジー最適化問題を定式化する．三章では，最適化問題の定式化に基づき，構造問題と随伴問題の解析及び，レベルセット関数の更新に有限要素法を用いたトポロジー最適化アルゴリズムを開発する．最後に四章では，三次元モデルの数値解析例を示し，本研究で提唱する方法論の有効性を検証する．

2. 定式化

2.1. レベルセット法に基づくトポロジー最適化

物体により占められている領域 Ω（以下，物体領域と表す）において，物体領域の構造最適化について考える．目的汎関数 F は物体領域 Ω における領域積分とその境界 Γ の境界積分の和により定義すれば，構造最適化問題は次のようになる．

$$\inf_{\Omega} \qquad F = \int_{\Omega} f_1(\boldsymbol{x})\, \mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma} f_2(\boldsymbol{x})\, \mathrm{d}\Gamma \tag{1}$$

ここで，$f_1(\boldsymbol{x})$ と $f_2(\boldsymbol{x})$ は，それぞれ，目的汎関数を定義するための領域内部の分布関数と境界上の分布関数である．トポロジー最適化では，物体領域 Ω の存在が許容される固定された領域 D（以下，固定設計領域と表す）を導入し，固定設計領域 D 内部における物体領域の形状を次式に示す特性関数により表現する．

$$\chi(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad \forall \boldsymbol{x} \in \Omega \\ 0 & \text{if} \quad \forall \boldsymbol{x} \in D \setminus \Omega \end{cases} \tag{2}$$

このとき，構造最適化問題 (1) は，特性関数 $\chi(\boldsymbol{x})$ と固定設計領域 D を用いて，次式に示すトポロジー最適化問題として定式化できる．

$$\inf_{\chi(\boldsymbol{x})} \qquad F = \int_{D} f_1(\boldsymbol{x}) \chi(\boldsymbol{x})\, \mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma} f_2(\boldsymbol{x})\, \mathrm{d}\Gamma \tag{3}$$

次に，グレースケールを許容せず，連続関数により形状表現を行うために，スカラー関数 $\phi(\boldsymbol{x})$ を導入し，その零等位面により，固定設計領域内部における物体領域の境界 Γ を表現する [9]．すなわち，スカラー関数 $\phi(\boldsymbol{x})$ は，次式に示すように，物体領域の内部において正，物体により占められていない領域（以下，空洞領域と表す）では負，物体領域の境界 Γ では零をとる関数である．

$$\begin{cases} \phi(\boldsymbol{x}) > 0 & \text{if} \quad \forall \boldsymbol{x} \in \Omega \setminus \Gamma \\ \phi(\boldsymbol{x}) = 0 & \text{if} \quad \forall \boldsymbol{x} \in \Gamma \\ \phi(\boldsymbol{x}) < 0 & \text{if} \quad \forall \boldsymbol{x} \in D \setminus \Omega \end{cases} \tag{4}$$

スカラー関数 $\phi(\boldsymbol{x})$ は，その定義の特徴から，レベルセット関数と呼ばれる [12]．レベルセット関数 $\phi(\boldsymbol{x})$ を用いれば，トポロジー最適化問題 (3) は次のように置き換えることができる．

$$\inf_{\phi(\boldsymbol{x})} \qquad F = \int_{D} f_1(\boldsymbol{x}) \chi_\phi(\phi)\, \mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma(\phi)} f_2(\boldsymbol{x})\, \mathrm{d}\Gamma \tag{5}$$

ここで，$\chi_\phi(\boldsymbol{x})$ はレベルセット関数により定義される特性関数であり，次式により定義する．

$$\chi_\phi(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad \phi(\boldsymbol{x}) \geq 0 \\ 0 & \text{if} \quad \phi(\boldsymbol{x}) < 0 \end{cases} \tag{6}$$

次に最適化問題の正則化について考える．特性関数は可積分性のみが保証された関数であるため，至る所で，無限小の間隔で不連続点が存在することを許容する．その結果，トポロジー最適化問題は，不適切問題 (ill-posed problem) であることが知られている [13]．そのため，何らかの手法を用いて，設計空間を緩和する必要がある．均質化設計法では，固定設計領域の内部を適当な形状を持つミクロ構造を仮定し，その形状パラメータを設計変数として最適化を行う．さらに，均質化法を用いてマクロな材料密度分布を求める．密度法では，特性関数の定義を緩和し，中間値を許容した材料密度関数に置き換えて最適化を行う．これらの方法により得られる最適構造は，明示的な物体境界は存在せず，物体領域と空洞領域の中間領域であるグレースケールを含むことになる．そのため，工学的に有効な形状を得ることが難しい．さらには，構造の不安定性を積極的に利用した構造物の創成設計問題においては，グレースケールが広く分布した形状が得られる傾向にある上に，グレースケールは，構造物の機能に重要な役割があるため，グレースケールを恣意的に排除して得られる形状を設計解として利用できない問題も持つ．

他方，レベルセット法を用いた形状表現を用いる場合，設計変数の相違により，前述の設計空間の緩和法を適用することができない．この問題を回避する方法として，著者らの研究グループでは，正則化のための新たな項を目的汎関数に加える方法を提案している [10, 11]．この方法では，次式に示すように，目的汎関数 F に，レベルセット関数の勾配を用いて表現される正則化項 R を加えた式を，新たに目的汎関数 F_R として定式化する．

$$\inf_{\phi(\boldsymbol{x})} \qquad F_R = F + R \tag{7}$$

$$R := \frac{1}{2} \tau \int_{D} -\mathrm{sign}(\phi(\boldsymbol{x}))\, \phi_{,ii}\, \mathrm{d}\Omega \tag{8}$$

$$\text{subject to} \qquad -1 \leq \phi(\boldsymbol{x}) \leq 1 \tag{9}$$

ここで $\tau > 0$ は正則化係数である．また，レベルセット関数値の上限値と下限値に関する制約を導入すれば，R は境界近

傍のみで非零の値をとるため，物体境界近傍における正則化の度合いが一定となる．その結果，正則化係数 τ の大きさを変更することで，得られる最適構造の幾何学的複雑さを制御できる．すなわち，この値を大きく設定すれば，複雑な部分構造は排除された最適構造が得られ，逆に，小さく設定すれば，最適構造の部分構造として，比較的複雑な構造を含むことを許容する．なお，レベルセット関数は零等位面により物体領域の境界を表現するため，特定の形状に対して，一意にそのプロファイルが決定されず，任意性を有している．そのため，このような制約を設けることができることを注記しておく．

2.2. 最適化の方法

最適化問題 (7) における最適設計解の必要条件 (KKT: Karush-Kuhn-Tucher 条件) は次のようになる．

$$F_R' = 0 \tag{10}$$

ここで，F_R' は半球 ε の球孔が出現した際の目的汎関数 F_R の変化の球孔体積に対する割合の極限を表し，次式で定義される．

$$F_R + \delta F_R = F_R + V_\varepsilon F_R' + o(V_\varepsilon) \qquad \text{as } \varepsilon \to 0 \tag{11}$$

ただし，V_ε は取り除く微小球孔の体積であり，このように定義される導関数はトポロジー導関数 (topological derivative)[15, 16] と呼ばれる．KKT 条件を満たすレベルセット関数 ϕ を直接求めることは困難であるため，適当な初期構造を与えるレベルセット関数を与え，それを更新してゆくことにより，最適解の候補を与えるレベルセット関数値を得る．すなわち，仮想的な時間 t を導入し，レベルセット関数を変動させる駆動力は，目的汎関数の勾配に比例すると仮定して，最適化問題を時間発展方程式を解く問題に置き換える．比例係数を K とすれば，時間発展方程式は次のようになる．

$$\frac{\partial \phi(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = -K F_R' \tag{12}$$

レベルセット関数の境界条件は，外側が空洞領域となる境界 ∂D_{void} では $\phi(\boldsymbol{x},t) = 1$，外側が物体領域となる境界 ∂D_{mat} では $\phi(\boldsymbol{x},t) = -1$，変位拘束等，固定設計領域の外側において，物体と空洞のいずれをも許容する境界 ∂D_n では $\frac{\partial \phi(\boldsymbol{x},t)}{\partial n} = 0$ とする．したがって，レベルセット関数の時間発展方程式系は次式となる．

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = -K\left(F' - \tau \phi_{,ii}\right) & \text{in } D \\ \phi(\boldsymbol{x},t) = 1 & \text{on } \partial D_{mat} \\ \phi(\boldsymbol{x},t) = -1 & \text{on } \partial D_{void} \\ \frac{\partial \phi(\boldsymbol{x},t)}{\partial n} = 0 & \text{on } \partial D_n \end{cases} \tag{13}$$

ただし，繰り返し用いられる添え字は総和規約に従い，カンマの後の添え字はその座標成分による偏微分を表す．式 (13) を時間方向には差分法，空間方向には有限要素法を用いて離散化し，レベルセット関数を更新してゆくことで，最適設計解の候補を示す，レベルセット関数値を得る．

2.3. 最適化問題の定式化

最初に，機械式レゾネーターの設計要件を明確化するとともに，その設計要件を満足する最適構造を得るための目的汎関数の定式化を行う．機械式レゾネーターは，図 1 に示すよ

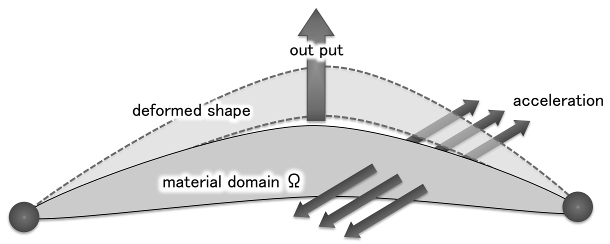


Fig. 1　Concept of mechanical resonators

うに，ある特定方向の加速度に対して，構造物がその慣性力により幾何学的に変形をし，特定の検出位置における特定の方向の変位を検出する．機械式レゾネーターの重要な性能指標である検出感度を最大限大きくなるように設計するためには，ある特定の加速度に対して，検出位置における特定の方向の変位がより大きくなることが望ましい．さらには，検出デバイス等からの反力荷重が作用しても形状を維持するための剛性を確保する必要がある．

以上の二つの機能を満足する最適構造を得るための目的汎関数を定式化するため，図 2 に示すモデルを考える．ここ

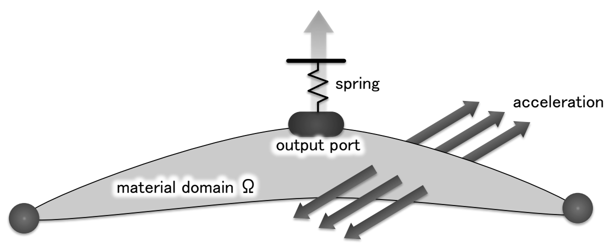


Fig. 2　Model of mechanical resonators

では，均質な等方性線形弾性体により占められた物体領域 Ω が一定の角振動数 ω を持つ調和加速度を受け，その慣性力により物体領域が調和振動をし，定常状態が達成されたと仮定する．機械式レゾネーターの加速度検出機能は，外部から受ける特定の加速度を，検出位置における検出方向への運動エネルギーに変換する機能と考えることができる．その機能を最大限に発揮するためには，検出位置における検出方向の運動エネルギーを最大化すれば良いと言える．また，剛性の定式化については，ばね要素の設置に基づき所望の剛性を確保する方法 [14] を用いる．これにより，運動エネルギーの最大化にともない，検出位置に設置したばね要素から，運動方向とは逆向きの反力荷重が生じ，ばね要素からの反力荷重に対する剛性が得られることになる．さらには，ばね定数の大きさを変化させることで，与えるべき剛性を変化させることも可能となる．

以上の目的汎関数の定式化に基づき，構造最適化問題を定

式化すると次のようになる．

$$\inf_{\Omega} \quad F = -\frac{1}{2}\int_{\Omega_{out}} \rho\omega^2 (e_i u_i(\boldsymbol{x},\omega))^2 \, \mathrm{d}\Omega \tag{14}$$

$$\text{s.t.} \quad C_{ijkl}u_{k,lj}(\boldsymbol{x},\omega) + \rho\omega^2 u_i(\boldsymbol{x},\omega) = -\rho a_i \ \text{ in } \ \Omega \tag{15}$$

$$u_i(\boldsymbol{x},\omega) = \overline{u_i} \qquad \text{on } \ \Gamma_{\mathrm{u}} \tag{16}$$

$$t_i(\boldsymbol{x},\omega) = \overline{t_i} \qquad \text{on } \ \Gamma_{\mathrm{t}} \tag{17}$$

$$t_i(\boldsymbol{x},\omega) = k_{ij}u_j(\boldsymbol{x},\omega) \qquad \text{on } \ \Gamma_{\mathrm{k}} \tag{18}$$

ここで，検出領域 Ω_{out} の運動エネルギーに負符号を追加した汎関数を目的汎関数とすることで，最大化問題を最小化問題に置き換えている．また，e_i は検出方向を与える単位ベクトル，u_i は変位の複素振幅，t_i は表面力の複素振幅，C_{ijkl} は弾性定数テンソル，k_{ij} ばね定数テンソル，ρ は質量密度，a_i は外部から与える加速度の複素振幅，$\overline{u_i}$ と $\overline{t_i}$ は既知関数であることを表す．なお，定式化においては，微小ひずみを仮定しているが，最適設計により得られた機械式レゾネーターは，駆動時には大変形を生じる可能性がある．しかし，設計段階で大変形を考慮することは，問題の困難さと最適化のコストの見地から必ずしも得策とは言えない．また，先行研究において，柔軟性に関する最適設計問題において，微小変形を仮定して最適化を行っても，得られた最適構造は定性的には必要とされる機能を持つことが報告されている [14]．以上の理由から，本研究では微小変形の仮定のもとで最適化を行う．

3. 数値実装法

3.1. トポロジー最適化アルゴリズム

本研究では，Yamada らによって提案されているトポロジー最適化法 [10, 11] を用いて，機械式レゾネーターの最適設計アルゴリズムを構築する．図 3 に機械式レゾネーターの最適設計アルゴリズムを示す．最初に，機械式レゾネーターの解

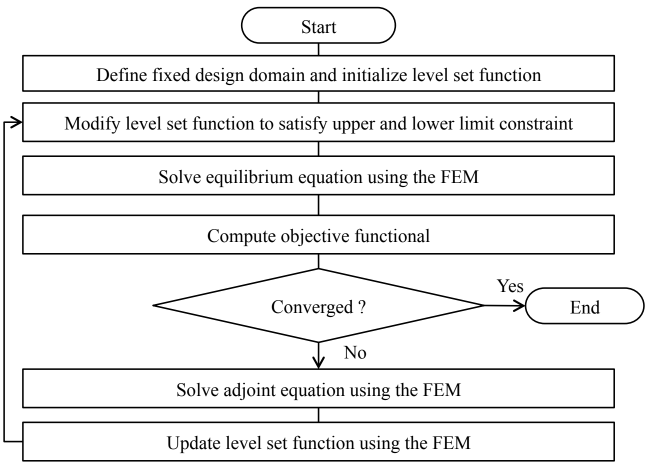


Fig.3　Optimal configurations

析領域，固定設計領域及び境界条件を設定し，適当な初期構造を示すレベルセット関数を与える．ここで，レベルセット関数の上限値と下限値に対する制約を満たすように，レベルセット関数を修正する．なお，物体形状はレベルセット関数の零等位面により表現するため，レベルセット関数値の正負を変更しなければ，任意の値に変更しても表現される形状は変化しない．次に有限要素法を用いて定常動弾性場を解析し，目的汎関数値を計算する．ここで，目的汎関数値が収束していれば，最適設計解が得られたと判断し，最適化を終了する．収束していなければ，随伴場を有限要素法を用いて解析する．次にトポロジー導関数を計算し，反応拡散方程式に従って，レベルセット関数を更新し，レベルセット関数値を修正する手続きに戻る．以上の手続きにより，最適設計解を求める．なお，本研究では厳密に導出されたトポロジー導関数 [15, 16] を用いるが，先行研究 [10, 11] では，孔の境界条件に関する影響を無視した近似式を用いていることを注記しておく．

3.2. 感度解析

随伴変数法を用いて感度解析を行う．随伴場 v_i は次の境界値問題の解であるとする．

$$C_{ijkl}v_{k,lj}(\boldsymbol{x},\omega) + \rho\omega^2 v_i(\boldsymbol{x},\omega) = \begin{cases} -\rho\omega u_i e_i & \text{in} \quad \Omega_{out} \\ 0 & \text{in} \quad \Omega\setminus\Omega_{out} \end{cases} \tag{19}$$

$$v_i(\boldsymbol{x},\omega) = 0 \qquad \text{on } \ \Gamma_{\mathrm{u}} \tag{20}$$

$$q_i(\boldsymbol{x},\omega) = 0 \qquad \text{on } \ \Gamma_{\mathrm{t}} \tag{21}$$

$$q_i(\boldsymbol{x},\omega) = k_{ij}v_j(\boldsymbol{x},\omega) \qquad \text{on } \ \Gamma_{\mathrm{k}} \tag{22}$$

このとき，δF は次式に帰着する．

$$\delta F = \frac{4}{3}\pi\varepsilon^3 \left[\frac{3(1-\nu)}{2(1+\nu)(7-5\nu)} \left\{ -\frac{(1-14\nu+15\nu^2)E}{(1-2\nu)^2}\delta_{ij}\delta_{kl} + 5E(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}) \right\} v^0_{i,j}u^0_{k,l} - \rho\omega^2 v^0_i u^0_i \right] + o(\varepsilon^3) \tag{23}$$

ただし，E は縦弾性係数，ν はポアソン比，δ_{ij} は Kronecker のデルタ，u^0_i，v^0_i，$u^0_{k,l}$，$v^0_{i,j}$ はそれぞれ微小球を取り去る前の球の中心における u_i，v_i，$u_{k,l}$，$v_{i,j}$ の値である．式 (11) より，トポロジー導関数は次のようになる．

$$F' = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\delta \overline{F}}{\frac{4}{3}\pi\varepsilon^3} = v^0_{i,j}A_{ijkl}u^0_{k,l} - \rho\omega^2 v^0_i u^0_i \tag{24}$$

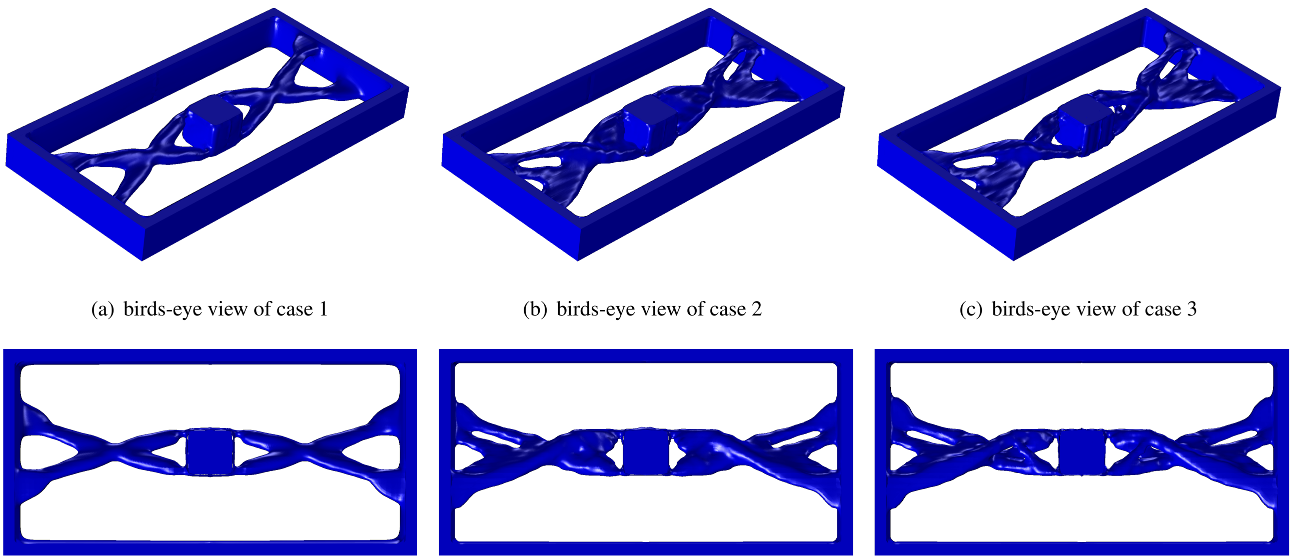
ただし，A_{ijkl} は次式により与えられる．

$$A_{ijkl} = \frac{3(1-\nu)}{2(1+\nu)(7-5\nu)} \left\{ -\frac{(1-14\nu+15\nu^2)E}{(1-2\nu)^2}\delta_{ij}\delta_{kl} + 5E(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}) \right\} \tag{25}$$

トポロジー導関数 F' は定常動弾性問題の変位と変位勾配，及び随伴問題の変位と変位勾配により構成されており，有限要素法を用いて解析を行う．

4. 数値解析例

数値解析例により本研究で提唱する方法の有効性を検討する．図 4 に機械式レゾネーターの解析領域と境界条件を示す．図 4 に示すように，解析領域は，$200\mu\mathrm{m}\times 400\mu\mathrm{m}\times 40\mu\mathrm{m}$ の直方体領域とし，振動子と外枠を非設計領域とする．固定



(a) birds-eye view of case 1　(b) birds-eye view of case 2　(c) birds-eye view of case 3

(d) bottom view of case 1　(e) bottom view of case 2　(f) bottom view of case 3

Fig.5　Optimal configurations

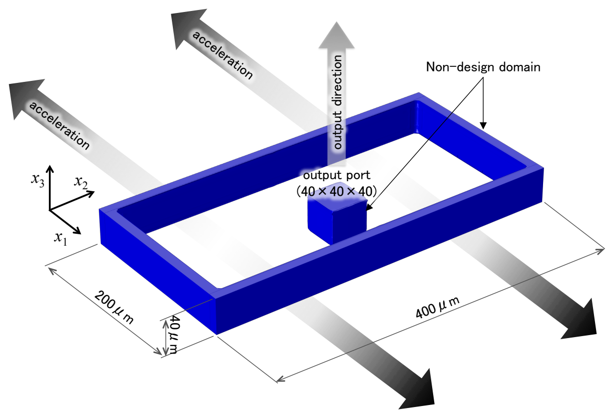


Fig.4　Analysis model

設計領域は図中色抜きの領域とする．境界条件として外枠の外周を完全変位拘束する．外部から作用する加速度の角振動数は 100rad/s とする．その加速度の向きは x_1 方向とし，出力方向 e_i は x_3 方向とする．すなわち，面内方向の加速度を面外方向の運動に変換する機械式レゾネーターの設計問題を考える．定常動弾性場と随伴場の解析及びレベルセット関数場の更新には，八節点のアイソパラメトリック六面体一次要素を用いて，要素長 5μm となるように構造格子を用いて要素分割を行う．解析モデルの材料はシリコン窒化膜を想定し，縦弾性係数を 320GPa，ポアソン比を 0.263，質量密度を 3270kg/m^2 の等方性線形弾性体で構成されているとする．空洞領域の材料は Ersatz material approach(9) に基づいて近似的に与えることとし，物体領域との縦弾性係数比及び質量密度比をいずれも 1×10^{-3} とする．また，代表長さは 200μm として，反応拡散方程式 (13) を無次元化する．図 5 に得られた最適構造を示す．Case 1 では $\tau = 5\times10^{-3}$，Case 2 では $\tau = 1\times10^{-4}$，Case 3 では $\tau = 1\times10^{-5}$ と設定した．得られた構造はいずれも滑らかで明示的な境界を持つことを確認できる．さらに，正則化係数 τ を変更させることで，機械式レゾネーターの最適設計問題においても，最適構造の幾何学的複雑さを変更可能 (11) であることもわかる．これにより，製造性等の観点を考慮しながら，設計者が意図した複雑さを持つ構造を得ることができる．

次に，変形モードを図 6 に示す．図に示すように，x_3 方向に対して形状が非対称となる点を利用して，ねじり変形により検出方向に大きく変形していることを確認できる．すなわち，得られた構造は所望の特性を満たす構造であるため，本研究で提案する手法が有効であると言える．なお，文献 (17) で示されているように，均質化設計法や密度法を用いる場合は，グレースケールの影響が大きくなる．それに対して本手法では，レベルセット法を用いているため，グレースケールが設計領域全域に分布する構造を排除しながら，所望の特性を満たす構造が得られることを示した．

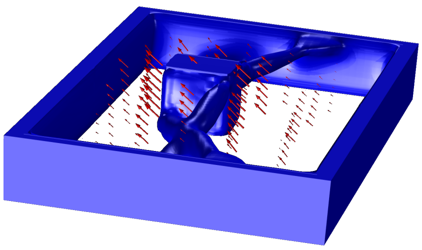
5. 結言

本研究では，機械式レゾネーターの最適設計法をレベルセット法に基づくトポロジー最適化を用いて構築した．結果を以下に示す．

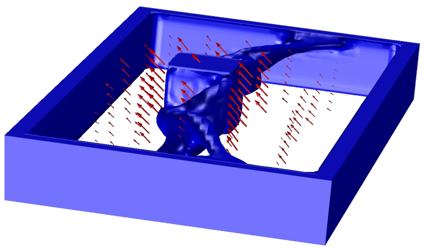
(1) 機械式レゾネーターの設計要件を明確化するとともに，運動エネルギー最大化の考え方に基づいて目的汎関数を設定した．さらに，その目的汎関数と，ばね要素の設置に基づく剛性を与える方法を用いて，最適化問題を定式化した．

(2) 最適化問題の定式化に基づき，定常動弾性場と随伴場の解析及び，レベルセット関数の更新に有限要素法を用いたトポロジー最適化アルゴリズムを構築した．

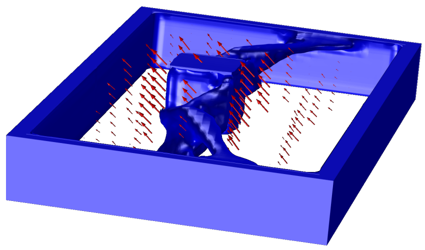
(3) 数値解析例により，本研究で提唱する方法の有効性を検証した．その結果，本研究で提唱する方法により，



(a) case 1



(b) case 2



(c) case 3

Fig.6 Deformed configurations

所望の特性を満たし，滑らかで明示的に境界を持つ機械式レゾネーターの最適構造が得られることがわかった．さらに，本最適化問題においても，正則化係数の設定値により，得られる最適構造の幾何学的複雑さを定性的に制御可能であることもわかった．

6. 謝辞

本論文の第一筆者は，株式会社ユーシン精機の支援のもとに研究を実施した．また，本研究の一部は住友財団環境研究助成及び JSPS 科研費 24760119 の支援を受けた．ここに記して謝意を表します．

参考文献

(1) Diaz, A. R. and Kikuchi, N.: Solutions to Shape and Topology Eigenvalue Optimization Using a Homogenization Method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **35**(1992), pp. 1487–1502.

(2) Ma, Z. D., Kikuchi, N., and Cheng, H. C.: Topological Design for Vibrating Structures, *Computer Methods in Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **121**(1995), pp. 259–280.

(3) Bendsøe, M.P. and Sigmund, O.: Material Interpolation Schemes in Topology Optimization, *Archive of Applied Mechanics*, **69**(1999), pp. 635–654.

(4) Ma, Z. D., Kikuchi, N., and Hagiwara, I.: Structural Topology and Shape Optimization for a Frequency Response Problems, *Computational Mechanics*, **13**(1993), pp. 157–174.

(5) Min, S., Kikuchi, N.,Park, Y.C., Kim, S. and Chang, S.: Optimal Topology Design of Structures Under Dynamic Loads, *Structural Optimization*, **17**(1999), pp. 208–218.

(6) Boser, B. and Howe, R.T.: Surface Micromachined Accelerometers, *IEEE Jornal of Solid-State Circuits*, **31**(1996), pp. 366–375.

(7) Jose, K. A., Suh, W. D., Xavier P. B., Varadan, V. K., and Varadan, V. V.: Surface Acoustic Wave MEMS Gyroscope, *Wave Motion*, **36**(2002), pp. 367–381.

(8) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N.: Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **71**(1988), pp. 891–909.

(9) Allaire, G., Jouve, F., and Toader, A. M.: Structural Optimization Using Sensitivity Analysis and a Level-Set Method, *Journal of Computational Physics*, **194**(2004), pp. 363–393.

(10) 山田崇恭，西脇眞二，泉井一浩，吉村允孝，竹澤晃弘: レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化，日本機械学会論文集 A 編，**75**(2009), pp. 550–558.

(11) Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S. and Takezawa, A.: A Topology Optimization Method Based on the Level Set Method Incorporating a Fictitious Interface Energy, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **199**(2010), pp. 2876–2891.

(12) Osher, S. and Sethian, J.A.: Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi Formulations, *Journal of Computational Physics*, **79**(1988), pp. 12–49.

(13) Allaire, G.: Shape Optimization by the Homogenization Method, *Springer*, (2002).

(14) Yamada, T., Yamasaki, S., Nishiwaki, S., Izui, K. and Yoshimura, M.: Design of Compliant Thermal Actuators Using Structural Optimization based on the Level Set Method, *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, **11**(2011), pp. 011005.1–011005.6.

(15) Guzina, B.B. and Bonnet, M.: Topological Derivative for the Inverse Scattering of Elastic Waves, *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, **57**(2004), pp. 161–179.

(16) Bonnet, M. and Guzina, B.: Sounding of Finite Solid Bodies by Way of Topological Derivative, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **61**(2004), pp. 2344–2373.

(17) Nishiwaki, S., Saitou, K., Min, S. and Kikuchi, N.: Topological Design Considering Flexibility Under Periodic Loads, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **19**(2000), pp. 4–6.