正規直交分解と逆問題解析法を用いたガイド波非破壊検査法による 配管減肉の寸法推定

SIZING METHODOLOGY OF PIPE-WALL-THINNING WITH ULTRASONIC GUIDED WAVE USING INVERSE ANALYSIS BY PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

古澤 彰憲 1), 小島 史男 2)

Akinori FURUSAWA and Fumio KOJIMA

1) 神戸大学システム情報学研究科	$(\mp 657-0013)$	兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1,E-mail:akinori.furusawa@kojimalab.com)
2) 神戸大学システム情報学研究科	(〒 657-0013	兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1,E-mail:kojima@koala.kobe-u.ac.jp)

The aim of this work presented here is to demonstrate the way to identify the parameters corresponding to the shape of pipe-wall-thinning in straigt pipe. An inverse analysis method and Proper Orthogonal Decomposition(POD) Method are applied to the ultrasonic guided wave testing(GWT) which is rising technique in non-destructive scene. POD method enables to approximate the solutions of arbitary GW propagation problem by prepared GWT datasets so that the algorithm to size the pipe-wall-thinning can be developed with inverse analysis method. Issues concerning the implementation of the algorithm and numerical experiment are discussed. Numerical result shows that the algorithm is applicable for size the pipe-wall-thinning in straight pipe with GWT.

Key Words : Finite Differece Time Domain Method, Structural Health Monitoring, Non-Destructive Testing

1. 序論

発電所,製鉄所などのプラントをはじめ,高経年化に伴う 配管構造物の劣化が問題となっている.これらの劣化事象は 配管減肉と呼ばれ,代表的なものに水の流れによって引き起 こされる Flow Accelerated Corrosion(FAC) [1] がある.現行 の配管減肉検査方法では,配管に対して長手方向および円周 方向にメッシュ状に設定する配管肉厚測定点を,超音波探傷 法(UT)にて point-to-point で測定しており [2],作業効率,安 全性,検査作業者間の測定精度のばらつき [3] の点で問題が ある.前述の問題の解決方法として,超音波ガイド波を用いた 非破壊検査法が期待されている.超音波ガイド波とは平板や 配管の長手方向に伝播する超音波の総称であり,配管構造物 の広域測定技術として期待されている技術である.

配管を伝播する超音波ガイド波の研究は,1959年のGazis [4] の理論的な研究,Fitch [5]の実験にまで遡る.1970年代には 配管に施した人工的な欠陥を超音波ガイド波で検出する実 験 [6,7] が行われ,1990年代には,Cawley [8,9] や Rose [10] に よる超音波ガイド波の応用研究が行われてた.2000年前半に は,Guided Ultrasonics Ltd., Plant Integrity Ltd., South West

2013年9月17日受付, 2013年10月25日受理

Research Institute によってガイド波測定の専用装置が開発・ 販売 [11,12] され、このころより超音波ガイド波の実測定の 報告、伝播特性の解析の報告がされ始めた [13].

超音波ガイド波の励起方法には圧電式 [8] と磁歪式 [11,12] があり, 駆動方式によって励起される超音波ガイド波のモー ドが異なることが示されている [14]. 超音波ガイド波のモー ドは縦モード, 曲げモード, ねじりモードに大別され, 配管円 周方向に欠陥が伸びた場合の縦モードと曲げモードの挙動は, 理論的には Ditri [15], Bai ら [16], Velichko ら [17], 実験的に は Lowe ら [18], Alleyne ら [19], シミュレーションは Zhu [20] らによって報告されている. ねじりモードについても同様な 結果が報告されており [21], 配管長手方向に欠陥が伸びた場 合について [22] や欠陥深さの増大に伴う超音波ガイド波の 挙動についても報告されている [18, 19, 21]. しかしながら, こ れらの研究の多くは人工欠陥の形状がフラットで垂直に切り 立ったものが多く, 広範囲に渡って徐々に配管肉厚が薄くな る実際の配管減肉形状とは異なっている.

至近の研究では、実際の配管減肉形状に基づいた実験やシ ミュレーション [23,24] や、逆問題解析の適用もされ始めてい る [26,27] が、文献 [27] に示した逆問題解析は簡易モデルに 対して欠陥部の配管長手方向の長さをパラメータとして与 え欠陥部からの超音波ガイド波反射率のルックアップテーブ ルを作成し行うものであり,文献 [28] では数学的なアプロー チにより欠陥形状の復元を行っているが,適用対象が平板で ある.

Proper Orthogonal Decomposition(POD:正規直交分解)法 は Karhunen Loeve 展開 [29], または主成分分析 [30] として 知られ, 様々な領域で応用されている. POD 法は動的な系に 対する実験または数値計算により準備された測定データ集 合から, そのデータ集合を張る基底 (POD 基底) を求める手 法である. POD 基底を用いて元の系の近似モデルを構築す ることが可能であり, 流体の時間発展型数値計算 [31], 最適 制御 [32], また人の表情認識 [33] など応用は多岐に渡る. 非 破壊検査に対する POD 法の応用は Banks ら [34] や Nguyen ら [35] が報告している. Banks らは数値計算によって準備し た事前データから POD 法による近似モデルを構築し, その 近似モデルを用いた逆問題解析を測定データに行うことで欠 陥形状の同定が可能であることを示した. また,Nguen らは Banks らの方法を 3 次元に拡張し, 同手法による欠陥形状の 同定精度を向上させている.

本論文では, 超音波ガイド波非破壊検査法に POD 法を用 いた逆問題解析を適用することで配管内部の欠陥 (減肉) 形 状を推定する方法を示し, 数値実験によって本手法の適用可 能性について議論する. 推定対象とする減肉形状は長手方向 長さ, 最大減肉深さ, 円周方向減肉幅および円周方向減肉開始 位置の4つのパラメータを用いて表現することとし実際の 配管減肉形状を模擬する. 3次元超音波ガイド波検査シミュ レータを用いて事前データセットを用意し,POD 法による近 似モデルを構築する. 同シミュレータによる検査データにノ イズを付加することで模擬測定データとし, 模擬測定データ に対して逆問題解析を行うことで減肉形状パラメータを推定 する.

本論文の構成は,2 章にて超音波ガイド波による配管減肉 検査問題を簡潔に説明する.3章にてPOD法による近似モ デルの構築法と逆問題解析による減肉形状パラメータの推定 方法について述べる.4章にて数値実験による本手法の検証 を行い,POD近似モデルの精度検証と同近似モデルを用いた 逆問題解析法にて減肉形状パラメータの推定が可能であるこ とを確認する.最後に5章にて結論を述べる.

2. ガイド波配管検査問題のモデル化

本節では超音波ガイド波検査問題のモデル化を行う.本研 究では,徐々に配管肉厚が薄くなる減肉部が直管内に一つあ り,ガイド波励起部,ガイド波受信部,減肉部がこの順に配置 される場合を対象とする (Fig.1).ガイド波励起部では配管の 円周方向に一様に力が加わり,理想的なねじりモードガイド 波が励起されるものとする.ねじりモードガイド波が励起さ れる場合を対象としたのは,このモードがガイド波特有の速 度分散を起こさず,配管内部に液体があった場合にも減衰し にくい特徴を持つことから非破壊検査への応用に適してい るためである.ガイド波受信部では,配管のねじり方向の変位 のみ測定され,受信部は円周方向に複数点設置されるものと する. 減肉部は,配管長手方向長さ,最大減肉深さ,円周方向 減肉幅および円周方向減肉開始位置の4つのパラメータを 用いて,長手方向に楕円型,円周方向には矩形型に近似する (Fig.2). ここで,q1,q2,q3 および q4 はそれぞれ配管長手方向 長さ,最大減肉深さ,円周方向減肉幅および円周方向減肉開始 位置を表す.



Fig. 1 The Guided Wave Testing model.



Fig. 2 Shape of the simulated Pipe-Wall-Thinning and parameters representing it.

配管を伝播するガイド波は弾性波動であるから,以下の円 柱座標系における運動方程式とフックの法則により定式化出 来る.

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{T} = [c] \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}.$$
(1)
$$\frac{\partial}{\partial t} \dot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} & -\frac{1}{r} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{2}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T} + \mathbf{F}.$$
(2)

ここで,**T** は応力ベクトル,**i** は粒子速度ベクトル,**F** は外 力,[*c*] はスティフネステンソルである.境界はすべて自由境界 とし,以下の様に与えられる.ただし,**n** は境界に対する法線 ベクトルである.

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{n} = 0. \tag{3}$$

本研究では,式(1)-(3)に対して,FDTD法[36]を用いて構築 した3次元ガイド波検査シミュレータを使用する.

3. POD 近似モデルの構築と逆問題解析法

3.1. POD 近似モデルの構築手順

最初に,2 章で述べたガイド波検査シミュレータを用いて, 減肉形状パラメータベクトル $\mathbf{q} = (q1, q2, q3, q4)$ に対する, 減肉検出波形データセット $\{y(\mathbf{q})\}_{j}^{Ns}$ を作成する.ここで,1 $\leq j \leq Ns$ であり,Ns は減肉形状パラメータの組み合わせの総 数である.次に以下の式に示す様に固有値と固有ベクトルを 求め,正規直交化する.

$$\mathbf{CV} = \lambda \mathbf{V}.\tag{4}$$

$$\lambda_1 \le \lambda_2 \le \dots \le 0. \tag{5}$$

$$\mathbf{V}_i \cdot \mathbf{V}_j = \frac{\delta_{ij}}{N_s \cdot \lambda_i}, \delta_{ii} = 1, \delta_{ij} = 0 (i \neq j).$$
(6)

但し,式(4)中の行列 C の要素 [C]_{ij} は以下の様に求める.ここで,<> は内積を表す.

$$[C]_{ij} = \langle y(\mathbf{q}_i), y(\mathbf{q}_j) \rangle.$$
(7)

式 (4) より得られた固有ベクトル \mathbf{V}_i を用いて以下の様に POD 基底ベクトル $\boldsymbol{\Phi}$ を求める.

$$\mathbf{\Phi}_i = \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{V}_i(j) \cdot y(\mathbf{q}_j).$$
(8)

但し, $\mathbf{V}_i(j)$ は固有値 λ_i に対する固有ベクトルの j 番目の要素を表し, Φ_i は POD 基底ベクトルの i 番目の要素を表す.式 (8)を用いて計算した POD 基底ベクトルを用いて,減肉検出 波形は以下の様に表される.

$$y(\mathbf{q}_j) = \sum_{k=1}^{N_s} \alpha_k(\mathbf{q}_j) \Phi_k.$$
(9)

ここで,*α*は以下の式で表される係数ベクトルである. 但し, 添 字*k*は **Φ**の*k* 番目の要素を表す.

$$\alpha_k(\mathbf{q}_j) = \langle y(\mathbf{q}_j), \mathbf{\Phi}_k \rangle. \tag{10}$$

ここまでで,POD 基底ベクトル Φ と係数ベクトル α を用い て,元のデータセット $\{y(\mathbf{q})\}_{i}^{N_{s}}$ を復元可能となった.次に,元 のデータセットにおける減肉形状パラメータ \mathbf{q} の範囲で,任 意の減肉形状パラメータ $\tilde{\mathbf{q}}$ に対応する減肉検出波形を近似 可能とするよう以下の様に係数ベクトルの拡張を行う.

$$\alpha(\tilde{\mathbf{q}}) = \frac{1}{16} \sum_{t=1}^{16} (1 \pm \tilde{q}1)(1 \pm \tilde{q}2)(1 \pm \tilde{q}3)(1 \pm \tilde{q}4)\alpha_t \qquad (11)$$

但し,

$$\tilde{q}1 = \frac{(2(q1 - q1_m))}{q1_{m+1} - q1_m} - 1,$$
(12)

$$\tilde{q}2 = \frac{(2(q2-q2_n))}{q2_{n+1}-q2_n} - 1,$$
(13)

$$\tilde{q}3 = \frac{(2(q3 - q3_p))}{q3_{p+1} - q3_p} - 1,$$
(14)

$$\tilde{q}4 = \frac{(2(q4 - q4_r))}{q4_{r+1} - q4_r} - 1, \tag{15}$$

$$\alpha_t = \alpha(q1_i, q2_i, q3_k, q4_l), \tag{16}$$

$$i \in m, m+1, j \in n, n+1, k \in p, p+1, l \in r, r+1,$$
 (17)

 $\tilde{q}1_m \text{ and } \tilde{q}1_{m+1} \in q1: q1_m \le \tilde{q}1 \le q1_{m+1},$ (18)

$$\tilde{q}2_n \text{ and } \tilde{q}2_{n+1} \in q2: q2_n \le \tilde{q}2 \le q2_{n+1},$$
 (19)

$$\tilde{q}3_p \text{ and } \tilde{q}3_{p+1} \in q3: q3_p \le \tilde{q}3 \le q3_{p+1},$$
 (20)

$$\tilde{q}4_r \text{ and } \tilde{q}4_{r+1} \in q4: q4_r \le \tilde{q}4 \le q4_{r+1}.$$
 (21)

式 (9) と同様に、以下の様に y(q) を求めることが可能となる.

$$y(\tilde{\mathbf{q}}) \approx \sum_{k=1}^{N_s} \alpha_k(\mathbf{q}_j) \mathbf{\Phi}_k.$$
 (22)

3.2. 逆問題解析による減肉形状パラメータ推定法

ガイド波検査シミュレータにより事前に用意した減肉検出 波形データセットから 3.1 節にて示した POD 近似モデルを 構築する.POD 近似モデルに対して任意の減肉形状パラメー タを与え対応する減肉検出波形を得る. 解析対象となる測定 信号と POD 近似モデルより得た信号との差を最小にする波 形に対応する減肉形状パラメータを求め, ここから減肉形状 を推定する. 信号間の差は以下の式の様に, 測定信号と POD 近似モデルによる信号との残差平方和によって評価する. こ の一連の逆問題解析手順を Fig.3 に示す.

$$ninJ(\tilde{\mathbf{q}}) = \sum |y_d - y(\tilde{\mathbf{q}})|^2$$
(23)



Fig. 3 Schematic illustration of the algorithm to identify the shape of pipeline defect with POD reduced order model and inverse analysis.

4. 数値実験と結果

4.1. POD 近似モデルの有効性

提案手法の有効性を数値実験にて確認するため,最初に3 章にて構築した POD 近似モデルの有効性を検証する.ガイ ド波検査シミュレータに以下に説明する寸法パラメータと減 肉形状パラメータを入力し得られる減肉検出波形と,POD 近 似モデルに対して同様の減肉形状パラメータを入力し得られ る減肉検出波形とを比較し,そのプロファイルの違いの程度 を確認する.対象とするガイド波検査モデルは Fig.1 示した 直管に一つのガイド波送信部と円周方向に等間隔に配置され たガイド波受信部と減肉部がこの順に配置されるものとし, その寸法を Fig.4 に示す. 但し, 今回は配管の両端からの反射 波の影響を無くすため配管の長さは十分に長いものとし, 配 管材質は SS400 とした.

ガイド波励起部では以下の式(24)に示す外力が働くとする.

$$\mathbf{F} = [F_r \ F_\theta \ F_z]^T = [0 \ W(t) \cdot \sin(2\pi f t) \ 0]^T.$$
(24)

ここで,W(t) はガウス型の窓関数であり, 周波数 f はこのス



Fig. 4 Dimensional set up in numerical experiment.

ケールの検査において通常使われる 50[kHz] から 100[kHz] の うち 75[kHz] とした. ガイド波受信部は円周方向に等間隔に 8 点設置するものとし, 配管の円周方向の変位のみ測定する. 減肉形状パラメータ q は以下の式 (25) の様に選定した.

q1 = 70, 105, 140, 175mm, q2 = 10, 30, 50, 70, 90%, q3 = 25, 50, 75, 100%, $q4 = 0, 90, 180, 270^{\circ}$

$$Ns = 320.$$
 (25)

ガイド波シミュレータにより求めた q ={ 105[mm],50%, 50%,180°} に対する減肉検出信号と同減肉形状パラメータ に対する POD 近似モデルの近似波形との比較を Fig.5 に示 す.Fig.5 中の太線部がガイド波シミュレータによる減肉検出 波形であり,細線部が POD 近似モデルによる波形である.二 つの波形は良く一致しており,先に構築した POD 近似モデル は事前に用意したデータセットに含まれる減肉検出信号を高 い精度で近似することが可能であることを示している.Fig5 中の8つの波形は8つのガイド波受信部にそれぞれ対応して おり,Fig.5 中右の数字が Fig.4 の受信点の番号を示す.

Fig.5 の検出信号は,検出信号の包絡線をとる信号処理を 事前に施してある.これは,ガイド波が減肉部や管端で反射す る時に発生する他モードのガイド波の影響を小さくするた めである.ガイド波送信部に対する配管減肉の位置は,ねじり モードガイド波が速度分散性を持たないことから,受信点で 観測される信号のうち最も到達時間の早かったものを用いて 求めれば良い.

4.2. 減肉形状推定結果

次に,事前に準備したデータセットに含まれていない,任意 の減肉形状パラメータを POD 近似モデルの入力とし,3 章で 説明した逆問題解析法により,ガイド波検出信号から減肉形



Fig. 5 Comparison of the profile of detected signal between Guided Wave Simulator and POD Reduced Order model.

状パラメータを推定可能であることを示す. 逆問題解析の対象となる測定データ y_d は減肉形状パラメータ q_{target} に対する減肉検出波形をシミュレータを用いて作成し,ホワイトノイズを付加することで作成した (式 (26)).

$$y_d = y\left(\mathbf{q}_{target}\right) \times \left(1 + e \times n\left(\mu, \sigma\right)\right). \tag{26}$$

但し, $q(\mathbf{q}_{target})$ =(123mm,60%,60%,180°), $n(\mu,\sigma)$ は平均 μ = 0,分散 σ =1のホワイトノイズ.ノイズ強度eは0.05とした.作成した測定データをFig.6に示す.但し、図中の1-8は 図4における受信点に対応しており、それぞれの信号はFig.5 と同様にPOD近似モデルの精度を向上させるため包絡線を 取っている.本手法を用いて推定した、減肉形状パラメータ



Fig. 6 Time-domain simulated detected signal profiles under the dimension in Fig.5.

qestimate を以下の式 (27) に示す.

$$\mathbf{q}_{estimate} = (112[mm], 57\%, 59\%, 178^{\circ}).$$
 (27)

推定結果は,最も精度の悪い q1 についてでも 11[mm](相対 誤差 9.3%) に留まっていた.現行の配管減肉管理基準におけ る詳細検査が長手方向に 20[mm] 間隔で肉厚を測定するもの であることから,本手法による配管減肉形状の推定精度は十 分であると言える.本手法により推定された減肉検出信号を Fig7 に示す.それぞれのガイド波受信部における減肉検出信 号プロファイルについてもその形状を良く近似できており, 本手法のガイド波非破壊検査法に対する適用可能性が確認で きた.



Fig. 7 Reconstructed detected signal profiles with inverse analysis by POD reduced order model.

5. 結論

POD 法を用いた近似モデルと逆問題解析によって,超音波 ガイド波を用いた直管内の減肉形状推定を行った.推定した 減肉形状は長手方向に徐々に配管肉厚が薄くなる,実際の配 管減肉形状に即したものとした.POD 法による近似モデルの 構築には,3次元ガイド波検査シミュレータによる減肉検出信 号を用いた.同シミュレータより作成した模擬検出信号に対 して POD 近似モデルを用いた逆問題解析を行い,模擬検出 データに対応する減肉形状パラメータを推定した.推定した 減肉形状はもっとも悪い長手方向減肉長さでも11[mm] に留 まっており,逆問題解析にて復元した検出波形プロファイル もよく測定データの特徴を捉えていた.本手法を適用するこ とで,ガイド波検査法にて配管減肉をはじめとする減肉形状 のプロファイルを測定することが可能となるのではないかと 考える.実機,実測定データへの本手法の適用は今後の課題と する.

参考文献

- M. Matsumura, "A case study of a pipe line burst in the Mihama Nuclear Power Plant", Materials and Corrosion, vol. 57, no.11, (2006), pp. 364–370.
- (2) 日本機械学会, "発電用設備規格 配管減肉管理に関わる 規格", (2005).
- (3) H. Nakamoto et al, "Probablity of Detection を用いた 非破壊検査の信頼性評価法", 第 57 回システム制御情報 学会研究発表講演会要旨集.
- (4) D.C.Gazis, "Three-dimensional investigation of the propagation of waves in hollow circular cylinders. I.Analytical Foundation", J. Acoust. Soc. Am., vol. 31, 43(1959), pp. 568–573.
- (5) A.H.Fitch, "Observation of Elastic-Pulse Propagation in Axially Symmetric and Non-axially Symmetric Longitudinal Modes of Hollow Cylinders.", J. Acoust. Soc. Am., vol.35, (1963), pp. 706–708.
- (6) W. Mohr and P. Höller, "On inspection of Thin-walled tubes for transverse and longitudinal flaws by guided ultrasonic waves", IEEE trans.Son.and Ultrason., vol. 23, (1976), pp. 369-375.
- (7) M. G. Silk and K. F. Bainton, "The propagation in metal tubing of ultrasonic wave modes equivalent to Lamb waves", Ultrasonics vol.17, 16(1979) pp. 11– 19.
- (8) D. N. Alleyne and P. Cawley, "The excitation of Lamb waves in pipes using dry-coupled piezoelectric transducers", Journal of Nondestructive Evaluation, vol.15, 16(1996) pp. 11–20.
- (9) D. N. Alleyne and P. Cawley, "Long range propagation of Lamb waves in Chemical Plant pipework", Mater. Eval., vol.55, 16(1997) pp. 504–508.
- (10) J. L. Rose, "Ultrasonic waves in solid media", Cambridge University Press, 16(1999)
- (11) H. Kwun and C. M. Teller, "Magnetostrictive generation and detection of logitudinal,torsional, and flexural waves in a steel rod", J. Acoust. Soc. Am., vol.96, 16(1994) pp. 1202–1204.
- (12) H. Kwun and K. A. Bartels, "Magnetostrictive sensor technology and its applications", Ultrasonics, vol.36, 16(1998) pp. 171–178.
- (13) H. Nishino el al, "Modal analysis of hollow cylindrical guided waves and applications", Jpn. J. Appl. Phys., vol.40, 16(2001) pp.364.
- (14) H. Nishino et al, "Defect detection of a pipe using a guided wave generated by an efficient transduction with a reflector", Jpn. J. Appl. Phys., vol.48, 16(2009) pp. 094501–094501-7.

- (15) J. J. Ditri, "Utilization of guided elastic waves for the characterization of the circumferential cracks in hollow cylinders", J. Acoust. Soc. Am, vol.96, 16(1994) pp. 3769–3775.
- (16) H. Bai et al, "Scattering of guided waves by circumferential cracks in steel pipes", J. Appl. Mech., vol.68, 16(2001) pp. 619–631.
- (17) A. Velichko and P. D. Wilcox, "Excitation and scattering of guided waves: Relationships between solutions for plates and pipes", J. Acoust. Soc. Am., vol.125, 16(2009) pp. 3623–3631.
- (18) M. J. S. Lowe et al, "Defect detection in pipes using guided waves", Ultrasonics, vol. 36, 16(1998) pp. 147– 154.
- (19) D. N. Alleyne et al, "The reflection of guided wave from circumferential notches in pipes", J. Appl. Mech. , vol.65, 16(1998) pp. 635–641.
- (20) W. Zhu, "An FEM simulation for guided wave generation and reflection in hollow cylinders with corrosion defects", J. Appl. Mech., vol.65, **16**(1998) pp. 649–656.
- (21) A. Demma et al, "The reflection of the fundamental torsional mode from cracks and notches in pipes", J. Acoust. Soc. Am., vol.114, **16**(2003) pp. 611–625.
- (22) A. Demma et al, "The reflection of guided waves from notches in pipes: a guide for interpreting corrosion measurements", NDT & E Int'l, vol.37, 16(2004) pp. 167– 180.
- (23) R. Carandente et al, "The scattering of the fundamental torsional mode from axi-symmetric defects with carrying depth profile in pipes", J. Acoust. Soc. Am. vol.127, 16(2010) pp. 3440–3448.
- (24) J. Ma and P. Cawley, "Low-frequency pulse echo reflection of the fundamental shear horizontal mode from part-thickness elliptical defects in plates", J. Acoust. Soc. Am., vol.127, 16(2010) pp. 3485–3493.
- (25) Y.Nagashima et al, "Defect sizing method using ultrasonic guided waves in pipes", Rev. Prog., QNDE, vol.28, 16(2009) pp. 1583–1590.
- (26) S.Song et al, "On reflection coefficient in a wide frequency range of the T(0,1) mode guided waves on axisymmetric defects", 非破壊検査協会 2012 年超音波シ ンポジウム講演予稿集, 16(2012) pp. 65-68.
- (27) H. Nishino and H. Saito, "Reflection coefficients of the T(0,1) mode guided waves at axisymmetric defects", Abstract Book of QNDE, vol.66, 16(2012) pp. 66.
- (28) B. Wang and S. Hirose, "Inverse problem for shape reconstruction of plate-thinning by guided SH-waves",

Materials Transactions, vol.53, **16**(2012) pp. 1782–1789.

- (29) K. Karhunen, "Zur spektral theorie stochasticher prozesse", Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Series A1, Vol.34, 16(1946) pp. 1–7.
- (30) M. Loeve, "Functions aleatoire de second ordre" Revue Science, Vol. 84, 16(1946) pp. 195–206.
- (31) G. Berkooz et al., "The Proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows", Physics Reports-Review Section of Physics Letters, 287, 16(1997) pp. 338–384.
- (32) S. S. Ravindran, "Proper Orthogonal Decomposition in Optimal Control of Fluids", Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 34, 16(1999) pp. 425–448.
- (33) M. Karby and L. Sirovich, "Application of the Karhunen-Loëve procedure for the characterization of human face", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 12, 16(1990) pp. 103– 108.
- (34) H. T. Banks et al, "Evaluation of material integrity using reduced order computational methodology", CRSC Technical Reports, CRSC-TR99-30, 16(1999) pp. 5–11.
- (35) T. D. Nguyen and F. Kojima, "Forward method for crack profiles identification using reduced order decomposition techniques arising in eddy current testing", SICE Journal of Control, Vol.2, No.6, 16(2009) pp. 401–407.
- (36) 佐藤雅弘, "FDTD 法による弾性振動・波動の解析入門"
 16(2003) 森北出版