

3次元電磁波動問題における境界要素法を用いたトポロジー感度解析とそのレベルセット法に基づく構造最適化への応用について

ON A TOPOLOGICAL SENSITIVITY ANALYSIS OF THREE-DIMENSIONAL ELECTROMAGNETIC WAVE PROBLEMS WITH THE BOUNDARY ELEMENT METHOD AND ITS APPLICATION TO A LEVEL SET BASED STRUCTURAL OPTIMIZATION

興梠 洋一¹⁾, 飯盛 浩司²⁾, 高橋 徹³⁾, 山田 崇恭⁴⁾, 松本 敏郎⁵⁾

Youichi KOUROGI, Hiroshi ISAKARI, Toru TAKAHASHI, Takayuki YAMADA and Toshiro MATSUMOTO

- 1) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8604 名古屋市千種区不老町, E-mail: y_kouroggi@nuem.nagoya-u.ac.jp)
2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8604 名古屋市千種区不老町, E-mail: isakari@nuem.nagoya-u.ac.jp)
3) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8604 名古屋市千種区不老町, E-mail: ttaka@nuem.nagoya-u.ac.jp)
4) 京都大学大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂, E-mail: takayuki@me.kyoto-u.ac.jp)
5) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8604 名古屋市千種区不老町, E-mail: t.matsumoto@nuem.nagoya-u.ac.jp)

We have been investigating applications of the level set-based topology optimization with the boundary element method. In this study, to further enhance the applicability of the method, we investigate a topological optimization method for wave scattering problems in three-dimensional electromagnetics. Our objective is to maximize the intensity of electric fields on preset observation points. To this end, we use the “topological derivative”, which characterizes the sensitivity of the objective function when an infinitely small spherical object appears. After validating the topological derivatives with approximated ones, we show the efficiency of the proposed method with three kinds of numerical benchmarks. Through these numerical experiments, we conclude that the topological optimization can be applied to the scattering problems in electromagnetics.

Key Words: 3D-electromagnetic Problem, BEM, Topology Optimization, Topological Derivative, Level Set Method

1. 緒言

近年, 機械製品の性能を最大限に引き上げる物体形状を決定する手法として, 構造最適化が注目を集めている. その中でも, 構造最適化問題を材料分布問題に置き換えて扱うトポロジー最適化は, 形状の変化のみならず, 新たな穴の生成や既存の穴の消滅等のトポロジーの変化まで考慮に入れることができる, 自由度の高い構造最適化手法である. トポロジー最適化は熱⁽¹⁾や弾性体⁽²⁾の分野において盛んに研究が行われてきたが, これまでの枠組みを大きく超える問題として, 波動問題を含む電磁デバイスの設計問題への応用が期待されている.

これまでに, 電磁場問題に対するトポロジー最適化法はいくつか提案されている. Jinら⁽³⁾は感度解析と密度法を用いて特定のコイルを通過する磁束密度を最大にする最適化を

行った. Wangら⁽⁴⁾はC-coreアクチュエータと呼ばれる電磁カデバイスを取り上げ, 汎用の解析ソフトであるANSYSやTOFEMを利用してそれまでの約60%の体積の材料で従来と同程度の出力が実現できることを示した. また, Imら⁽⁵⁾は感度解析を遺伝的アルゴリズムと組み合わせる事により, 局所最適解に陥りにくい最適化手法を提案している. Kiziltasら⁽⁶⁾は2次元の領域の最適化を行って得られた板状の形状を積み重ねて, マイクロストリップアンテナのバンド幅を広げること成功した. しかしながら, これらの先行研究ではいずれも静的な電磁場を対象に最適化を行っており, 電磁波を制御するデバイスの最適設計問題の研究は十分になされていない. というのも, 上記はいずれも解析に有限要素法を用いており, 開領域を厳密に扱う事はできないためである. 開領域を厳密に扱うためには, 境界要素法の適用が望まれる.

そこで, 本研究では, 境界要素法を利用して3次元の電磁

波動散乱問題にトポロジー最適化を適用することを試みる。具体的には Yamada ら⁽¹⁾の提案するレベルセット法に基づくトポロジー最適化手法を拡張し、3次元電磁波動場に対する最適化手法を開発する。本論文では、電磁波を効率よく集中させることのできる物体形状を求めることを目的とする。

2. トポロジー最適化

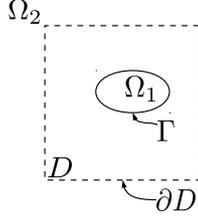


Fig. 1 Fixed design domain D , vacuum domain Ω_2 and dielectric domain Ω_1 .

Fig. 1 のように誘電体領域を Ω_1 、真空領域を Ω_2 、 Ω_1 と Ω_2 の境界を Γ とする。 $x \in \Omega_i$ ($i = 1, 2$) に対して、電場 \mathbf{E} 及び磁場 \mathbf{H} は次の Maxwell 方程式に支配される。

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}) = j\omega\mu_i\mathbf{H}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}) = -j\omega\varepsilon_i\mathbf{E}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

これより、次の境界値問題が得られる。

$$\nabla \times (\alpha_i \nabla \times \mathbf{E}) - \beta_i \mathbf{E} = 0 \quad \text{in } \Omega_i \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

$$(\mathbf{E} \times \mathbf{n})^+ = (\mathbf{E} \times \mathbf{n})^- \quad (\mathbf{x} \in \Gamma) \quad (4)$$

$$(\mathbf{n} \times \mathbf{H})^+ = (\mathbf{n} \times \mathbf{H})^- \quad (\mathbf{x} \in \Gamma) \quad (5)$$

ここに、 j は虚数単位、 ε_i 、 μ_i はそれぞれ Ω_i の誘電率と透磁率、 $\alpha_i = \frac{1}{\mu_i}$ 、 $\beta_i = \omega^2 \varepsilon_i$ 、 ω は入射電磁波の角周波数である。また、式 (4) と式 (5) の右肩の記号 $+$ 、 $-$ は以下の極限を意味する。

$$X(\mathbf{x})^+ = \lim_{\Omega_1 \ni \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} X \quad (6)$$

$$X(\mathbf{x})^- = \lim_{\Omega_2 \ni \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x} \in \Gamma} X \quad (7)$$

さらに、散乱場に対して無限遠での放射条件を課す。

また、物体形状を表現するためにレベルセット関数を用いる。レベルセット関数 ϕ は点 \mathbf{x} の属する領域毎に、式 (8) のように定義される。

$$\begin{cases} 0 < \phi(\mathbf{x}) \leq 1 & \forall \mathbf{x} \in \Omega_1 \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \forall \mathbf{x} \in \Gamma \\ -1 \leq \phi(\mathbf{x}) < 0 & \forall \mathbf{x} \in \Omega_2 \end{cases} \quad (8)$$

本研究では、次の最適化問題を考える。

Find ϕ

such that

$$\begin{aligned} \max. J &= f + \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_i} \tilde{\mathbf{E}} \cdot (\nabla \times (\alpha_i \nabla \times \mathbf{E}) - \beta_i \mathbf{E}) d\Omega \right\} \\ &= f + \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_i} \alpha_i (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) \right. \\ &\quad \left. - \beta_i \tilde{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{E} d\Omega \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

$$f = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M |\mathbf{E}(\mathbf{x}_i^{\text{obs}})|^2 \quad (10)$$

ここに、 M は電場強度を観測する観測点の個数、 f は目的関数で観測点 $\mathbf{x}_i^{\text{obs}}$ における電場強度の和を表す。また、 $\tilde{\mathbf{E}}$ は随伴変数である。式 (3)、式 (4)、式 (5) を \mathbf{E} が満たすべき制約とみなすと、式 (9) は Lagrange の未定乗数法を用いて制約付き最大化問題を無制約問題に置き換えたことに相当する。式 (9) を満たす ϕ を直接求めることは困難であるため、仮想的な時間 t を導入し、式 (11)、式 (12) で表される時間発展方程式の境界値問題を有限要素法を用いて解くことで最適な ϕ の分布を決定する。

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x})}{\partial t} = C(\mathbf{x})\mathcal{T}(\mathbf{x}) + \tau \ell^2 \nabla^2 \phi(\mathbf{x}) \quad (\mathbf{x} \in D) \quad (11)$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \bar{\phi} \quad (\mathbf{x} \in \partial D) \quad (12)$$

ここに、 $\mathcal{T}(\mathbf{x})$ は点 \mathbf{x} におけるトポロジーが変化した際の目的関数の変化量を表すトポロジー導関数である。すなわち、式 (11) の右辺第 1 項は、レベルセット関数の各点における時間変化が、トポロジー導関数に比例することを表現している。また、式 (11) の右辺第 2 項はレベルセット関数の曲率の急激な変化を抑制するための正則化項であり⁽¹⁾、 τ は正則化の度合いを決める正則化係数、 ℓ は代表長さ、 D は固定設計領域、 ∂D は固定設計領域の境界面 (Fig. 1)、 $\bar{\phi} < 0$ は既知の値である。すなわち、誘電体領域 Ω_1 は D 内にのみ存在する。また、 C は式 (13) で表される係数である。

$$C(\mathbf{x}) = \begin{cases} -\frac{\int_D d\Omega}{\int_D |\mathcal{T}(\mathbf{x})| d\Omega} & \mathbf{x} \in \Omega_1 \\ \frac{\int_D d\Omega}{\int_D |\mathcal{T}(\mathbf{x})| d\Omega} & \mathbf{x} \in \Omega_2 \end{cases} \quad (13)$$

3. トポロジー導関数

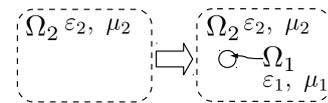


Fig. 2 Topology change.

本節では式 (11) に現れるトポロジー導関数 $\mathcal{T}(\mathbf{x})$ の導出について述べる。まず、 $\Omega_2 = \mathbb{R}^3$ 、 $\Omega_1 = \emptyset$ とし、真空領域 Ω_2 の内部に微小な球状の誘電体領域 Ω_1 が出現したときを考え

る (Fig. 2). 目的汎関数 J の変化量 δJ を考えると式 (14) が得られる.

$$\begin{aligned} \delta J &= \sum_{m=1}^M \frac{\partial f}{\partial \mathbf{E}} \cdot \delta \mathbf{E} \\ &+ \operatorname{Re} \left\{ \int_{\Omega_2} \alpha_2 (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}) \cdot (\nabla \times \delta \mathbf{E}) - \beta_2 \tilde{\mathbf{E}} \cdot \delta \mathbf{E} \, d\Omega \right. \\ &+ \left. \int_{\Omega_1} \alpha_2 (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}) \cdot (\nabla \times \delta \mathbf{E}) - \beta_2 \tilde{\mathbf{E}} \cdot \delta \mathbf{E} \, d\Omega \right\} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \int_{\Omega_2} \delta \mathbf{E} \cdot \left(\sum_{i=1}^M \frac{\partial f(\mathbf{x}_i^{\text{obs}})}{\partial \mathbf{E}} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i^{\text{obs}}) \right. \right. \\ &+ \left. \left. \alpha_2 \left(\nabla \times \left(\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} \right) \right) - \beta_2 \tilde{\mathbf{E}} \right) \, d\Omega \right. \\ &+ \left. \int_{\Omega_1} \alpha_2 \left(\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} \right) \cdot (\nabla \times \delta \mathbf{E}) - \beta_2 \tilde{\mathbf{E}} \cdot \delta \mathbf{E} \, d\Omega \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

式 (14) の Ω_2 に関する積分は, $\tilde{\mathbf{E}}$ を次の随伴境界値問題の解とすることで消去できる.

$$\begin{aligned} \delta_{p2} \sum_{i=1}^M \frac{\partial f(\mathbf{x}_i^{\text{obs}})}{\partial \mathbf{E}} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i^{\text{obs}}) + \alpha_p \left(\nabla \times \left(\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}) \right) \right) \\ - \beta_p \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}) = 0 \quad (\mathbf{x} \in \Omega_p) \quad (p = 1, 2) \quad (15) \end{aligned}$$

$$(\mathbf{n} \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}))^+ = (\mathbf{n} \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}))^- \quad (\mathbf{x} \in \Gamma) \quad (16)$$

さらに, 散乱場に対する放射条件を課す. ここに, δ_{p2} は Kronecker のデルタであり, $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i^{\text{obs}})$ は Dirac のデルタ関数である. 以上より, 式 (14) は式 (17) となる.

$$\begin{aligned} \delta J = \operatorname{Re} \left\{ \int_{\Omega_1} (\alpha_2 - \alpha_1) (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}) \cdot (\nabla \times \delta \mathbf{E}) \right. \\ \left. - (\beta_2 - \beta_1) \tilde{\mathbf{E}} \cdot \delta \mathbf{E} \, d\Omega \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

式 (17) に含まれる $\delta \mathbf{E}$ は式 (18), 式 (19) で表される問題を解くことで得られる.

$$\nabla \times (\alpha_i \nabla \times \delta \mathbf{E}) - \beta_i \delta \mathbf{E} = 0 \quad \text{in } \Omega_i \quad (i = 1, 2) \quad (18)$$

$$(\mathbf{n} \times \delta \mathbf{E})^+ - (\mathbf{n} \times \delta \mathbf{E})^- = -\mathbf{n} \times \mathbf{E} \quad (\mathbf{x} \in \Gamma) \quad (19)$$

式 (18), 式 (19) より求まる $\delta \mathbf{E}$ を用いると, 式 (17) より式 (20) が得られる (7).

$$\begin{aligned} \delta J = \frac{3\alpha_2 |B| d^3 (\alpha_2 - \alpha_1)}{\alpha_2 + 2\alpha_1} (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}^0) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}^0) \\ - \frac{3\beta_2 |B| d^3 (\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 + 2\beta_2} \tilde{\mathbf{E}}^0 \cdot \mathbf{E}^0 + o(d^3) \quad (20) \end{aligned}$$

ここに, 右肩の添字 0 は微小球の中心での値であることを意味する (8). また, $|B|$ は単位球の体積, d は微小球の半径である. 最後に, 式 (20) を微小球の体積 $|B|d^3$ で割り, d を 0 に極限移行することにより, 式 (21) で表されるトポロジー導関数 \mathcal{T} が得られる.

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\delta J}{|B|} \\ &= \frac{3\alpha_2 (\alpha_2 - \alpha_1)}{\alpha_2 + 2\alpha_1} (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}^0) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}^0) \\ &- \frac{3\beta_2 (\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 + 2\beta_2} \tilde{\mathbf{E}}^0 \cdot \mathbf{E}^0 \quad (21) \end{aligned}$$

本研究においては $\alpha_1 = \alpha_2$ と仮定するため, 式 (21) は以下となる.

$$\mathcal{T} = \frac{3\beta_2 (\beta_1 - \beta_2)}{\beta_1 + 2\beta_2} \tilde{\mathbf{E}}^0 \cdot \mathbf{E}^0 \quad (22)$$

式 (22) より, トポロジー導関数を計算するには, 順問題 (式 (3), 式 (4), 式 (5)), 随伴問題 (式 (15), 式 (16)) を解く必要があることが分かる. 本研究ではこれらの問題の解析に境界要素法を用いる.

4. 境界要素法

本節では, 3次元電磁場問題に対する境界要素法の定式化を行う. 詳細は高橋・戎崎 (9), Chew ら (10) を参照されたい.

式 (1), 式 (2) に対応する境界積分方程式は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \mathbf{n}(\mathbf{x}) \times \sum_{i=1}^2 \{ (L_i \mathbf{J})(\mathbf{x}) - (K_i \mathbf{M})(\mathbf{x}) \} \\ = \mathbf{n}(\mathbf{x}) \times \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{x}) \quad (\mathbf{x} \in \Gamma) \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}(\mathbf{x}) \times \sum_{i=1}^2 \left\{ (K_i \mathbf{J})(\mathbf{x}) + \frac{\varepsilon_i}{\mu_i} (L_i \mathbf{M})(\mathbf{x}) \right\} \\ = \mathbf{n}(\mathbf{x}) \times \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{x}) \quad (\mathbf{x} \in \Gamma) \quad (24) \end{aligned}$$

ここで, $\mathbf{E}^{\text{inc}}, \mathbf{H}^{\text{inc}}$ はそれぞれ入射電場と入射磁場である. また, \mathbf{J}, \mathbf{M} はそれぞれ次のように定義される表面電流密度及び表面磁流密度である. ただし, \mathbf{n} は法線ベクトルである.

$$\mathbf{J} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{E} \times \mathbf{n} \quad (25)$$

L_i, K_i は以下で表される微積分作用素である. ここに, $\nabla_S \cdot$ は表面発散を表し, \mathbf{X} は \mathbf{J} または \mathbf{M} を表す.

$$\begin{aligned} (L_i \mathbf{X})(\mathbf{x}) &= \int_{\Gamma} [-j\omega\mu_i \mathbf{X}(\mathbf{y}) \\ &+ \frac{1}{j\omega\varepsilon_i} \nabla_x \nabla_{S_y} \cdot \mathbf{X}(\mathbf{y})] G_i(\mathbf{x} - \mathbf{y}) dS_y \quad (26) \end{aligned}$$

$$(K_i \mathbf{X})(\mathbf{x}) = \int_{\Gamma} \mathbf{X}(\mathbf{y}) \times \nabla_x G_i(\mathbf{x} - \mathbf{y}) dS_y \quad (27)$$

また, 波数を $k_i = \omega\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}$ としたとき, 関数 G_i は領域 Ω_i における Helmholtz 方程式の基本解であり, 次のように与えられる.

$$G_i(\mathbf{x}) = \frac{\exp(jk_i|\mathbf{x}|)}{4\pi|\mathbf{x}|} \quad (28)$$

式 (25) の \mathbf{J}, \mathbf{M} を RWG 基底 (11) を用いて展開し, Galerkin 法によって離散化して解くことにより電磁場散乱問題の解析を行う. なお, 境界積分方程式の定式化には, PMCHWT formulation (10) を用いる.

5. 最適化アルゴリズム

本研究で用いる最適化のアルゴリズムは以下のとおりである. ここで, 電磁場問題の解析には境界要素法, レベルセット関数の更新には有限要素法を用いることに注意されたい. 電磁場問題では固定設計領域を含めた無限領域全体を扱うため, 境界要素法が適している. 一方で, レベルセット関数は固定設計領域内だけに定義されるため, 有限要素法での解析が適している.

1. 開始
2. 固定設計領域を立方体の有限要素に分割する
3. 物体の無い真空中において順問題 (式 (3), 式 (4), 式 (5)) を解析
4. 目的関数を計算
5. 物体の無い真空中において随伴問題 (式 (15), 式 (16)) を解析
6. 2. で作成した有限要素の頂点でトポロジー導関数 $\mathcal{T}(\mathbf{x})$ を計算
7. 適当な初期値から 6. で計算したトポロジー導関数を用いてレベルセット関数 $\phi(\mathbf{x})$ の時間発展方程式 (式 (11)) を解き, レベルセット関数を更新
8. 2. で作成した有限要素の頂点で計算されたレベルセット関数から三角形境界要素を生成
9. 順問題 (式 (3), 式 (4), 式 (5)) を解析
10. 目的関数 f を計算
11. 最適化ステップがあらかじめ定めた終了ステップに達していればレベルセット関数の更新を終了し, 16. へ進む
12. 随伴問題 (式 (15), 式 (16)) を解析
13. 2. で作成した有限要素の頂点でトポロジー導関数を計算
14. 13. で計算したトポロジー導関数を用いてレベルセット関数の時間発展方程式 (式 (11)) を解き, レベルセット関数を更新
15. 8. へ戻る
16. 目的関数が最大となる形状を最適形状と決定する
17. 終了

6. 計算結果

本節ではトポロジー導関数の検証結果と, 最適化の結果の例を示す.

6.1. トポロジー導関数の検証

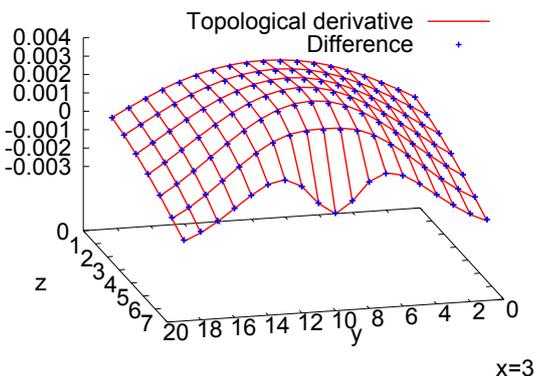


Fig. 3 Comparison of the topological derivative calculated by the proposed method with the approximated one computed by the finite-difference.

初めに, トポロジー導関数 (式 (22)) が正しく計算できているか検証を行う. 3節で述べたように, トポロジー導関数は微小な球が出現した際の目的関数の変化量を意味する. Fig.

3はトポロジー導関数と, ε_2, μ_2 を持つ物質中に実際に半径 0.1 (入射波の波長は 10) の微小な球 (ε_1, μ_1) が出現した場合の目的関数の差分を微小球の体積で除したものの比較である. 入射波は z 方向正の向きに進む平面波 (角周波数 $\omega = 0.314$) であり, トポロジー導関数を計算する点及び微小球を配置する点は, $x = 3, y = 1, 2, \dots, 19, z = 1, 2, \dots, 7$ とした. また, $\varepsilon_1 = 2.0, \mu_1 = 1.0, \varepsilon_2 = 1.0, \mu_2 = 1.0$ とした. 観測点は $x = 3, y = 9.8, 9.9, 10.0, 10.1, 10.2, z = 10$ の位置に 5 点ある. 両者は良く一致しており, トポロジー導関数が正しく計算できている事が分かる.

6.2. 計算例 1

次に, 本研究で開発した境界要素法によるトポロジー感度解析の最適化問題へ適用例を示す. 入射波は z 方向正の向きに進む平面波 (波長 10, 角周波数 0.314) であり, 電場の振動方向は x 方向である (Fig. 4). また, 固定設計領域は $x = 0 \sim 20, y = 0 \sim 20, z = 0 \sim 20$ の立方体であり, 観測点は $x = 8, 9, 10, 11, 12, y = 8, 9, 10, 11, 12, z = -14$ の計 25 点である. 比誘電率はそれぞれ $\varepsilon_1 = 2.0, \varepsilon_2 = 1.0$ とした. 得られた形状を Fig. 5 に示す. Fig. 5 より, 波長と同程度の間隔で柱状の誘電体が生成されている事が分かる. また, Fig. 6 はこのときの $x = 10$ における断面に電場強度 ($|\mathbf{E}(\mathbf{x})|$) の分布を表したものである. Fig. 6 より, 波長と同程度の間隔ごとに電場強度の大きな領域が現れており, その一つが観測点の存在する領域と重なっている事が分かる. すなわち, 最適化は正しく行われているといえる. 観測点での電場強度の最大値は 1.43, 最小値は 1.42 であった. なお, 全領域での電場強度の最大値は 2.46, 最小値は 6.54×10^{-2} であった. Fig. 7 は最適化のステップに伴う目的関数の変化を表したグラフである. Fig. 7 の Step = 0 での値は物体の無い真空中での目的関数である. 最適形状では物体の無い真空中に比べて目的関数が約 2 倍に上昇している事が分かる.

6.3. 計算例 2

6.2 節では, 固定設計領域から見て観測点群を入射波の進む方向に沿って配置したが, 次に観測点を $x = 8, 9, 10, 11, 12, y = 34, z = 8, 9, 10, 11, 12$ の計 25 点として最適化を行う. 得られた形状を Fig. 8 に示す. 入射波, 固定設計領域及び各領域の誘電率は 6.2 節と同様である. Fig. 8 より, 波長と同程度の間隔の形状が生成されている事が分かる. また, Fig. 9 はこのときの $x = 10$ における断面に電場強度の分布を表したものである. Fig. 9 より, 電場強度の大きな領域が観測点の存在する領域と重なっている事が分かる. すなわち, 固定設計領域から見て入射波と垂直な方向に観測点群が配置されている場合でも, 最適化は正しく行われているといえる. また, 固定設計領域の右側の電場強度が左側に比べて大きくなっていることから, 観測点が存在する方向に選択的に電場強度の大きな領域が現れていることが分かる. 観測点での電場強度の最大値は 1.64, 最小値は 1.47 であった. なお, 全領域での電場強度の最大値は 1.80, 最小値は 4.92×10^{-2} であった. Fig. 10 は最適化のステップに伴う目的関数の変化を表したグラフである. 最適形状では物体の無い真空中に比べ

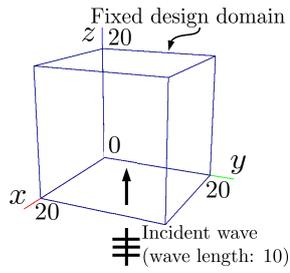


Fig. 4 Settings.

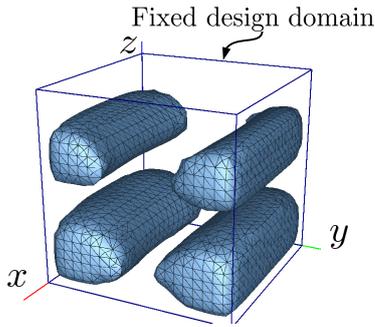


Fig. 5 Optimal configuration (Step=40).

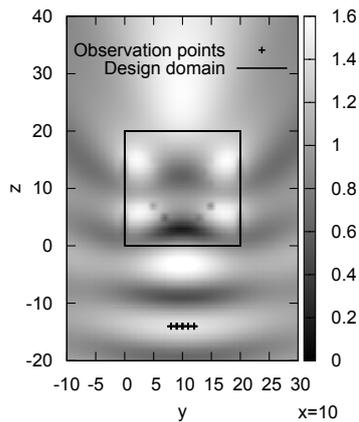


Fig. 6 Intensity of the electric field (Step=40).

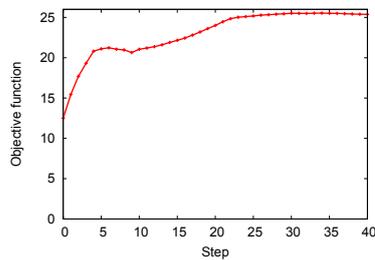


Fig. 7 Objective function.

て目的関数が約 2.5 倍に上昇している事が分かる。

6.4. 計算例 3

最後に、観測点を $x = 8, 9, 10, 11, 12$, $y = -14, 34$, $z = 8, 9, 10, 11, 12$ の計 50 点とし、2 箇所に観測点群を配置した場合の最適化を行う。入射波、固定設計領域及び各領域の誘電率は 6.2 節、6.3 節と同様である。得られた形状を Fig. 11 に示す。Fig. 11 より、6.3 節で得られた形状とは異なり、左右対称な形状が生成されている事が分かる。これは観

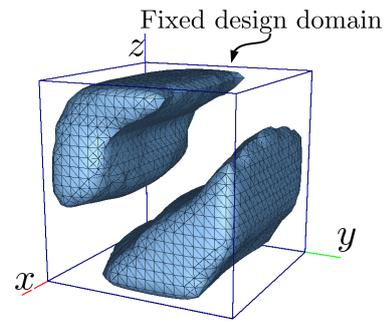


Fig. 8 Optimal configuration (Step=20).

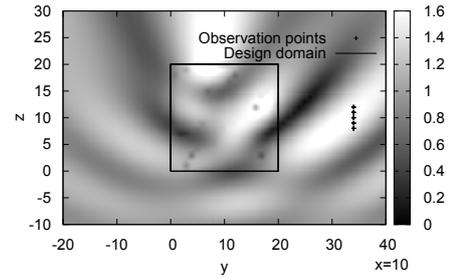


Fig. 9 Intensity of the electric field (Step=20).

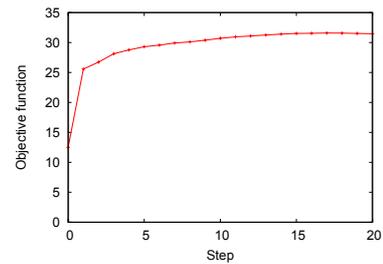


Fig. 10 Objective function.

測点が固定設計領域の左右に対象に配置されていることによる。また、Fig. 12はこのときの $x = 10$ における断面に電場強度の分布を表したものである。Fig. 12より、電場強度の大きな領域が観測点の存在する領域と重なっている事が分かる。すなわち、複数の観測点群がある場合でも最適化は正しく行われているといえる。電場強度の分布は Fig. 9とは異なり、左右対称などとなっている。観測点での電場強度の最大値は 1.46、最小値は 1.33であった。また、全領域での電場強度の最大値は 5.54、最小値は 9.27×10^{-3} であった。Fig. 13は最適化のステップに伴う目的関数の変化を表したグラフである。最適形状では物体の無い真空中に比べて目的関数が約 2 倍に上昇している事が分かる。

6.5. 考察

6.2 節、6.3 節、6.4 節に示した最適化の例では確かに目的関数が上昇しており、最適化は正しく行われている。Fig. 7で目的関数が減少している部分では、式 (11) の目的関数を上昇させるための項 (第 1 項) よりも、正則化項 (第 2 項) による影響が大きくなっていると考えられる。また、いずれも観測点でない点で電場強度の最大値が得られた。これは固定設計領域を透過して電場強度の大きな領域が現れている

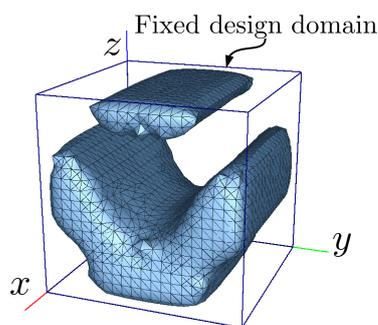


Fig. 11 Optimal configuration (Step=8).

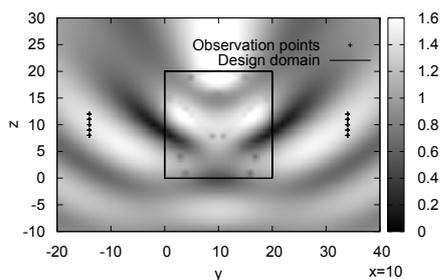


Fig. 12 Intensity of the electric field (Step=8).

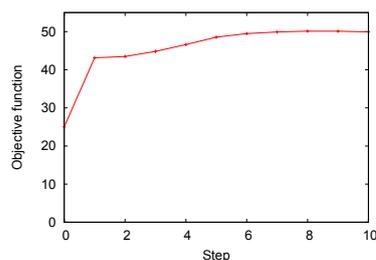


Fig. 13 Objective function.

ことが原因であると考えられる． Fig. 6, Fig. 9, Fig. 12 より，固定設計領域の上部に電場強度の大きな領域が現れていることが分かる．これを解決するためには，固定設計領域を大きくすることが考えられる．

7. 結言

本研究では，3次元電磁場問題におけるトポロジー感度解析を境界要素法を用いて行った．得られたトポロジー導関数は目的関数の差分により得られた近似と良く一致した．また，開発した感度解析手法を応用して構造最適化法を構築し，所望の点群において電場強度を大きくすることができた．

現在，目的関数は電場強度としているが，式 (15) の第一項を変更することで磁場強度やエネルギーを目的関数にとることも可能である．本手法を応用することにより，我々の身の回りを飛び交っている電磁波を効率よく集中させ，エネルギーを回収する装置を実現できる可能性がある．今後は受信アンテナを想定しての目的関数の検討や，さらに大規模な問題に向けて計算の高速化が望まれる．

謝辞 本研究は，科学研究費補助金 (25630035) の補助を受けた．ここに謝意を表す．

- (1) T. Yamada, K. Izui, S. Nishiwaki and A. Takezawa. A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. 45–48, pp. 2876–2891, 2010.
- (2) 志知 晋一郎, 山田 崇恭, 鈴木 皓久, 松本 敏郎, 高橋 徹. 三次元境界要素法を用いたレベルセット法に基づくトポロジー最適化. *日本機械学会論文集 (C編)*, Vol. 78, No. 785, pp. 228–238, 2012.
- (3) J. Byun and S. Hahn. Topology optimization of electrical devices using mutual energy and sensitivity. *Transactions on Magnetics*, Vol. 35, No. 5, September, pp. 3718–3720, 1999.
- (4) S. Wang and J. Kang. Topology optimization of nonlinear magnetostatics. *Transactions on Magnetics*, Vol. 38, No. 2, March, pp. 1029–1032, 2002.
- (5) C. Im, H. Jung and Y. Kim. Hybrid genetic algorithm for electromagnetic topology optimization. *Transactions on Magnetics*, Vol. 39, No. 5, September, pp. 2163–2169, 2003.
- (6) G. Kiziltas, D. Psychoudakis, J. L. Volakis and N. Kikuchi. Topology design optimization of dielectric substrates for bandwidth improvement of a patch antenna. *Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 51, No. 10, pp. 2732–2743, 2003.
- (7) M. Masmoudi, J. Pommier and B. Samet. The topological asymptotic expansion for the Maxwell equations and some applications. *Inverse Problems*, Vol. 21, pp. 547–564, 2005.
- (8) H. Ammari, M. S. Vogelius and D. Volkov. Asymptotic formulas for perturbations in the electromagnetic fields due to the presence of inhomogeneities of small diameter II. The full maxwell equations. *J. Math. Pures Appl.*, Vol. 80, pp. 769–814, 2001.
- (9) 高橋 徹, 戎崎 俊一. 3次元電磁波散乱問題に対するモーメント法のハードウェアアクセラレーション. *情報処理学会論文誌: コンピューティングシステム*, Vol. 47, No. SIG7 (ACS14), pp. 172–182, 2006.
- (10) W. Chew, J. Jin, E. Michielssen, J. Song (Eds.). *Fast and efficient algorithms in computational electromagnetics*. Artech House (2001).
- (11) S. M. Rao, D. R. Wilton and A. W. Glisson. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 30, pp. 409–418, 1982.